

булентности в начальном участке струи ($x/d = 2-4$) в рассматриваемом случае можно объяснить тем, что звук, направленный из сопла, вдоль оси струи, вносит возмущения симметрично по всему периметру струи. Кроме того, он имеет наибольшую интенсивность у кромки сопла, следовательно, возмущения вносятся раньше и получают большее усиление уже за счет энергии струи.

Регистрируемая термоанемометром энергия пульсаций от звука на срезе сопла в режиме насыщения воздействия в проведенных опытах составляла относительно энергии струи $\sim 0.01\%$.

Поступило 7 VIII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Sato H. The stability and transition of a two-dimensional jet. J. Fluid Mech, 1960, vol. 7, pt 1.
2. Власов Е. В., Гиневский А. С. Акустическое воздействие на аэродинамические характеристики турбулентной струи. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 4.
3. Becker H. A., Massaro T. A. Vortex evolution in a round jet. J. Fluid Mech., 1968, vol. 31, pt 3.
4. Вулис Л. А., Джаугаштин К. Е., Кельмансон И. А. Некоторые данные о влиянии турбулизатора на структуру течения в свободной струе. В сб. «Тепло- и массоперенос», т. 1. М., «Энергия», 1968.
5. Вулис Л. А., Михасенко Ю. И., Хитриков В. А. Об аффективном «управлении» распространением свободной турбулентной струи. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
6. Исатаев С. И., Тарасов С. Б. Электронно-лучевой спектрометр для исследования спектра турбулентных пульсаций в потоках. В сб. «Проблемы энергетики и прикладной теплофизики», вып. 3, Алма-Ата, «Наука», 1966.

ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОГО ГАЗА В СЕКТОРНЫХ ГАЗОВЫХ ПОДШИПНИКАХ

В. С. ГРИГОРЬЕВ

(Ленинград)

Исследуется влияние изменения зазора во времени на аэродинамические характеристики секторного подшипника. Рассматривается цилиндрический подшипник, одна из скользящих поверхностей которого разделена осевыми канавками на ряд секторов. Поперечные размеры канавок велики по сравнению с шириной зазора в подшипнике, вследствие чего в них устанавливается давление окружающей среды. В пределах каждого сектора скользящая поверхность определенным образом профилируется. Если профиль с канавками нанесен на вращающейся поверхности (назовем такую конструкцию подшипником первого типа), то зазор зависит от времени, и задача является нестационарной. Для подшипника с канавками и профилем на неподвижной поверхности (второй тип) зазор не зависит от времени; соответствующая задача стационарна. В статье излагается метод расчета аэродинамических характеристик (коэффициента несущей способности и коэффициента момента сопротивления) указанных типов подшипников. Рассматривается плоская задача, а профиль несущей поверхности выбирается в виде синусоиды.

1. На фиг. 1 показан подшипник с профилированием вращающейся поверхности. Распределение давлений в зазоре такого подшипника описывается нестационарным уравнением Рейнольдса, которое в безразмерных величинах имеет вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(h^3 p \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) = \Lambda \left(2S \frac{\partial p h}{\partial t} + \frac{\partial p h}{\partial \varphi} \right) \quad \left(\Lambda = \frac{6\mu\omega R^2}{c^2 p_a}, S = \frac{n}{2\pi} \right) \quad (1.1)$$

Здесь φ — окружная координата, отсчитываемая от линии центров в направлении вращения; t — безразмерное время, отнесенное к периоду $T = 2\pi/n\omega$ (где n — число секторов, ω — угловая скорость вращения шипа); p — давление в смазочном слое, отнесенное к давлению окружающей среды p_a ; h — зазор в подшипнике, отнесенный к среднему зазору $c = R' - R$ (где R и R' — радиусы шипа и подшипника соответственно); Λ — число сжимаемости; μ — динамическая вязкость газа; S — число Струхала.

Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) граница между двумя какими-либо секторами совпадает с направлением вектора смещения $O'O$ (фиг. 1). Первому сектору, расположенному слева от этой границы, присвоим номер 1, следующему за ним — 2 и т. д. Тогда безразмерный зазор, пренебрегая шириной канавки по сравнению

нию с шириной сектора, можно записать в виде

$$h = 1 - \varepsilon \cos \varphi - \delta \sin \frac{n}{2} \left[\varphi - \frac{2\pi}{n}(k-1) - \frac{t}{S} \right]$$

Здесь ε — относительный эксцентриситет, δ — максимальная высота профиля, $k = 1, 2, \dots, n$ — номер сектора.

На границах сектора должны выполняться следующие условия:

$$p = 1 \quad \text{при} \quad \varphi = \frac{2\pi}{n}(k-1) + \frac{t}{S}, \quad \varphi = \frac{2\pi}{n}k + \frac{t}{S}$$

Кроме того, давление должно быть периодической функцией времени с периодом $T = 1$, т. е.

$$p(\varphi, t) = p(\varphi, t + 1)$$

Подобно тому как это сделано в [1], перейдем к новым переменным

$$\theta = \varphi - \tau / S, \quad \tau = T(k-1) + t$$

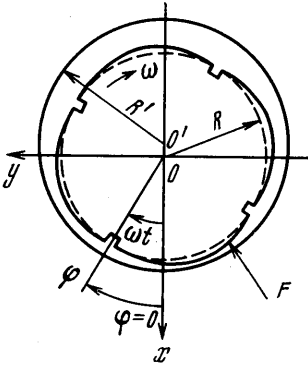
Получим

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 p \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = \Lambda \left(2S \frac{\partial p h}{\partial \tau} - \frac{\partial p h}{\partial \theta} \right), \quad h = 1 - \varepsilon \cos \left(\theta + \frac{\tau}{S} \right) - \delta \sin \frac{n}{2} \theta \quad (1.2)$$

$$p = 1 \quad \text{при} \quad \theta = 0, \theta = 2\pi/n; \quad p(\theta, \tau) = p(\theta, \tau + n) \quad (1.3)$$

Уравнение (1.2) с условиями (1.3) будем решать численно. Для этого в рассматриваемой области $0 \leq \theta \leq 2\pi/n$, $0 \leq \tau \leq n$ введем разностную сетку, точки которой имеют координаты $\theta_j = j\Delta\theta$ и $\tau_i = i\Delta\tau$ ($j = 0, 1, \dots, M$; $i = 0, 1, \dots, nN$; $\Delta\theta = 2\pi/nM$; $\Delta\tau = 1/N$). Значение какой-либо функции f в точке с координатами θ_j , τ_i будем обозначать через f_j^i , положив $f_j^i = f(\theta_j, \tau_i)$.

Для численного интегрирования уравнения (1.2) воспользуемся симметричной дивергентной разностной схемой [2]. Аппроксимируя уравнение (1.2) на разностной сетке, получаем



Фиг. 1

$$2\Delta S \frac{(ph)_j^{i+1} - (ph)_j^i}{\Delta\tau} = 0.5(L^{i+1} + L^i) \quad (1.4)$$

Здесь разностный оператор

$$L = \frac{a_{j+1/2}(p_{j+1} - p_j) - a_{j-1/2}(p_j - p_{j-1})}{(\Delta\theta)^2} + \Lambda \frac{(ph)_{j+1} - (ph)_{j-1}}{2\Delta\theta}$$

$$a_{j\pm 1/2} = \frac{(h^3 p)_j + (h^3 p)_{j\pm 1}}{2}$$

где

Выражение для зазора запишется следующим образом:

$$h_j^i = 1 - \varepsilon \cos \left(j\Delta\theta + i \frac{\Delta\tau}{S} \right) - \delta \sin \frac{n}{2} j\Delta\theta$$

Условия (1.3) примут вид $p_0^i = p_M^i = 1$ и $p_j^i = p_j^{i+nN}$. Нетрудно убедиться разложением в ряд Тейлора, что разностное уравнение (1.4) аппроксимирует исходное дифференциальное уравнение (1.2) с погрешностью $O[(\Delta\theta)^2 + (\Delta\tau)^2]$. Система уравнений (1.4) на слое $i + 1$ решалась при помощи одного из видоизменений метода Гаусса [3]

$$p_j^{(r+1)} = \frac{A^{(r)} p_{j+1}^{(r+1)} + C^{(r)} p_{j-1}^{(r)} + D^{(r)}}{B^{(r)}} \quad (1.5)$$

(индекс r — номер итерации) с последующим пересчетом по формуле

$$p_*^{(r+1)} = p^{(r+1)} + \gamma(p^{(r+1)} - p^{(r)}) \quad (1.6)$$

Входящий сюда релаксационный параметр γ может изменяться в пределах от -1 до $+1$. Его величина выбиралась в процессе решения задачи, исходя из требования наибоыстрейшей сходимости. Коэффициенты A, B, C, D имеют вид

$$A = \frac{a_{j+1/2}^{i+1}}{\Delta\theta} + \frac{\Lambda}{2} h_{j+1}^{i+1}, \quad B = \frac{a_{j+1/2}^{i+1} + a_{j+1/2}^{i+1}}{\Delta\theta} + 4\Lambda S \frac{\Delta\theta}{\Delta\tau} h_j^{i+1},$$

$$C = \frac{a_{j-1/2}^{i+1}}{\Delta\theta} - \frac{\Lambda}{2} h_{j-1}^{i+1}, \quad D = \left(\frac{a_{j+1/2}^{i+1}}{\Delta\theta} + \frac{\Lambda}{2} h_{j+1/2}^i \right) p_{j+1}^i -$$

$$- \left(\frac{a_{j+1/2}^i + a_{j-1/2}^i}{\Delta\theta} - 4\Lambda S \frac{\Delta\theta}{\Delta\tau} h_j^i \right) p_j^i + \left(\frac{a_{j-1/2}^i}{\Delta\theta} - \frac{\Lambda}{2} h_{j-1}^i \right) p_{j-1}^i$$

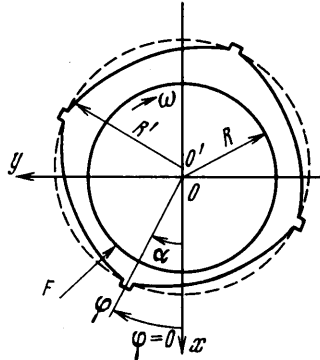
После нахождения распределения давлений определялись интегральные характеристики подшипника. Разложим восстанавливающую силу, действующую со стороны смазочного слоя на шип, на составляющие F_x и F_y вдоль осей x и y соответственно. Введем коэффициенты сил W_x, W_y, W

$$W_x = \frac{F_x}{Rp_a}, \quad W_y = \frac{F_y}{Rp_a}, \quad W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$$

Величины W_x и W_y выражаются через давление следующим образом:

$$W_x = \int_0^{2\pi/n} \sum_{k=1}^n p_k \cos \left[\theta + \frac{2\pi}{n}(k-1) + \frac{t}{S} \right] d\theta$$

$$W_y = \int_0^{2\pi/n} \sum_{k=1}^n p_k \sin \left[\theta + \frac{2\pi}{n}(k-1) + \frac{t}{S} \right] d\theta$$



Фиг. 2

Для характеристики момента сил сопротивления M_c относительно оси вращения введем коэффициент момента $C_c = M_c / c r_a R$. Он представляет собой сумму коэффициентов момента сил трения C_m и момента сил давления C_p . Величина C_m определится по формуле [4]

$$C_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(-\delta \frac{n}{2} \int_0^{2\pi/n} p_k \cos \frac{n}{2} \theta d\theta - \frac{\Lambda}{3} \int_0^{2\pi/n} \frac{d\theta}{h} + \varepsilon W_y \right)$$

Для коэффициента сил давления нетрудно найти выражение

$$C_p = \sum_{k=1}^n \delta \frac{n}{2} \int_0^{2\pi/n} p_k \cos \frac{n}{2} \theta d\theta$$

Окончательно для коэффициента момента сил сопротивления будем иметь

$$C_c = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\delta \frac{n}{2} \int_0^{2\pi/n} p_k \cos \frac{n}{2} \theta d\theta - \frac{\Lambda}{3} \int_0^{2\pi/n} \frac{d\theta}{h} + \varepsilon W_y \right)$$

2. Перейдем к исследованию подшипника с профилем на неподвижной поверхности (Фиг. 2). Как указывалось выше, в этом случае задача стационарна. Из уравнения (1.1) выпадает производная по времени и оно примет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(h^3 p \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) = \Lambda \frac{\partial p}{\partial \varphi}, \quad h = 1 - \varepsilon \cos \varphi - \delta \sin \frac{n}{2} \left[\varphi - \frac{2\pi(k-1)}{n} - \alpha \right]$$

Здесь через α обозначено смещение первого сектора относительно линии центров (Фиг. 2). Граничные условия очевидны $p = 1$ при $\varphi = 2\pi(k-1)/n + \alpha$, $\varphi = 2\pi k/n + \alpha$.

Вводя координату $\psi = \varphi - 2\pi(k-1)/n - \alpha$, получим

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(h^3 p \frac{\partial p}{\partial \psi} \right) = \Lambda \frac{\partial p h}{\partial \psi}, \quad (2.1)$$

$$h = 1 - \varepsilon \cos \left[\psi + \frac{2\pi(k-1)}{n} + \alpha \right] - \delta \sin \frac{n\psi}{2} \quad (2.2)$$

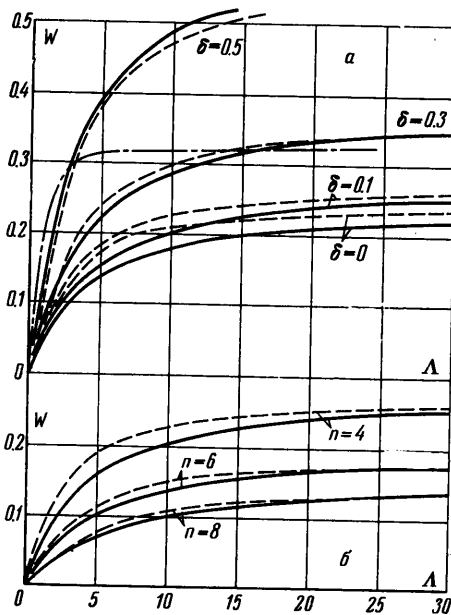
$$p = 1 \quad \text{при } \psi = 0, \psi = 2\pi/n$$

Для решения уравнения (2.1) разобьем область интегрирования $0 \leq \psi \leq 2\pi/n$ точками с координатами $\psi_j = j\Delta\psi$ ($j = 0, 1, \dots, M$; $\Delta\psi = 2\pi/nM$). Аппроксимируя уравнение (2.1) и граничные условия (2.2) на разностной сетке, получаем

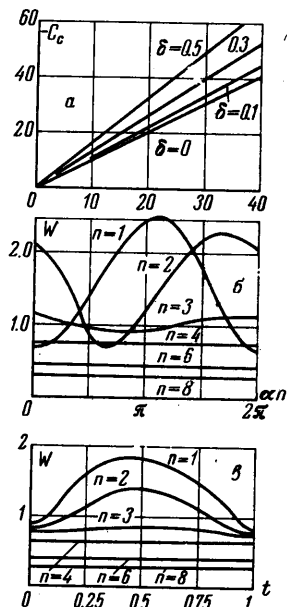
$$Lp = 0, \quad p_0 = p_M = 1 \quad (2.3)$$

где L — оператор того же вида, что и в (1.4). Для зазора будем иметь

$$h_j = 1 - \varepsilon \cos [j\Delta\psi + 2\pi(k-1)/n + \alpha] - \delta \sin \frac{1}{2}n j \Delta\psi$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Система разностных уравнений (2.3) решалась по формулам (1.5), (1.6), в которых коэффициенты A, B, C и D находились из выражений

$$A = \frac{a_{j+1/2}}{\Delta\psi} + \frac{\Lambda}{2} h_{j+1}, \quad B = \frac{a_{j+1/2} + a_{j-1/2}}{\Delta\psi}, \quad C = \frac{a_{j-1/2}}{\Delta\psi} - \frac{\Lambda}{2} h_{j-1}, \quad D = 0$$

Безразмерные интегральные характеристики определялись следующим образом:

$$W_x = \frac{F_x}{Rp_a} = \int_0^{2\pi/n} \sum_{k=1}^n p_k \cos \left[\psi + \frac{2\pi}{n}(k-1) + \alpha \right] d\psi$$

$$W_y = \frac{F_y}{Rp_a} = \int_0^{2\pi/n} \sum_{k=1}^n p_k \sin \left[\psi + \frac{2\pi}{n}(k-1) + \alpha \right] d\psi$$

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$$

$$C_c = \frac{M_c}{c p_a R} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(-\delta \frac{n}{2} \int_0^{2\pi/n} p_k \cos \frac{n}{2} \psi d\psi - \frac{\Lambda}{2} \int_0^{2\pi/n} \frac{d\psi}{\dots} + \epsilon W_y \right)$$

Отметим, что момент сопротивления в данном случае обусловлен лишь силами трения.

3. Результаты решения обеих задач представлены на фиг. 3, 4. На фиг. 3, а показана зависимость коэффициента несущей способности от числа сжимаемости Λ . Сплошными линиями здесь и на фиг. 3, б нанесено решение для подшипника первого типа (профиль на вращающейся поверхности), пунктирными — для подшипника второго типа (профиль на неподвижной поверхности). Все кривые на этой фигуре получены при значении эксцентриситета $\epsilon = 0,1$. Увеличение ϵ качественно не меняет результатов. Из графиков фиг. 3, а видно, что в отсутствие профиля ($\delta = 0$) коэффициент несущей способности выше у подшипника второго типа, что согласуется с аналитическим решением, полученным для этого случая в работе [1]. Наличие профиля увеличивает несущую способность обоих типов подшипников, но в большей степени повышается несущая способность подшипника первого типа. При некоторой высоте профиля δ она может стать даже выше, чем у подшипника второго типа. На фиг. 3, а видно, что это имеет место уже при $\delta = 0,3$ для малых Λ , а при $\delta = 0,5$ для всех Λ . На этой же фигуре штрих-пунктирной линией нанесено решение для гладкого подшипника [3]. Отметим, что за счет профиля несущая способность секторного подшипника может быть сделана выше, чем у гладкого.

На фиг. 3, б аналогичные зависимости построены для подшипников с различным числом секторов $n = 4, 6, 8$ при $\epsilon = \delta = 0,1$. Хорошо видно, что с увеличением числа секторов коэффициент несущей способности обоих подшипников уменьшается. В то же время несущая способность подшипника первого типа приближается к несущей способности подшипника второго типа.

Типичные зависимости коэффициента момента сопротивления от числа сжимаемости показаны на фиг. 4, а при $\epsilon = 0,1$ и различных δ ; откуда видно, что с увеличением высоты профиля величина C_c увеличивается. Отметим, что, как показывают расчеты, эта характеристика одинакова для обоих типов подшипников и различного числа секторов. Вклад момента сил давления в общий момент сопротивления (для подшипника первого типа) составляет лишь 1—2% в зависимости от величины параметров ϵ , δ и Λ .

Коэффициент несущей способности подшипника второго типа зависит от угла α (фиг. 2). Соответствующие кривые для различного числа секторов при $\epsilon = 0,4$, $\delta = 0,1$, $\Lambda = 4$ изображены на фиг. 4, б. Наиболее отчетливо указанная зависимость проявляется при $n = 1$ и 2, в меньшей степени — при $n = 3$, а для $n \geq 4$ несущая способность практически не зависит от α . С уменьшением эксцентриситета ϵ при сохранении δ и Λ рассматриваемые кривые сглаживаются.

Изменение коэффициента несущей способности подшипника первого типа во времени построено на фиг. 4, в ($\epsilon = 0,4$, $\delta = 0,1$, $\Lambda = 4$). Видно, что, так же как и в предыдущем случае, эта зависимость существенна лишь для $n = 1$ и 2.

Проведенный анализ показывает, что аэродинамические характеристики рассмотренных конструкций подшипников с числом секторов $n \geq 3$ несильно отличаются одни от других. Поэтому вопрос о том, где целесообразней наносить профиль на вращающейся или неподвижной поверхности, следует решать из конструктивных или технологических соображений. Если выбрана конструкция с профилем на вращающейся поверхности, то для ее приблизительного расчета можно решать более простую стационарную задачу, соответствующую расположению профиля на неподвижной поверхности.

Поступило 7 VII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев Б. С. Влияние нестационарности на несущую способность секторного газового подшипника. Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1970, № 313.
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Об однородных разностных схемах. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 1.
3. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, т. 2. М., Физматгиз, 1962.
4. Шейнберг С. А. Газовая смазка подшипников скольжения. Сб. «Трение и износ в машинах», 1953, вып. 8.
5. Подшипники с газовой смазкой. М., «Мир», 1966.