

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В НЕСЖИМАЕМОМ ГАЗЕ, НЕСУЩЕМ ТВЕРДУЮ ПРИМЕСЬ

И. Д. ЖЕЛТУХИН

(Ленинград)

Рассмотрена задача о влиянии взвешенных в газе твердых частиц на устойчивость ламинарного пограничного слоя относительно волн Толлмина — Шлихтинга. Предложена конкретная схема расчета устойчивости, базирующаяся на методе Линя. Показано, что при малых значениях концентрации примеси s критическое число Рейнольдса зависит от параметра $\gamma = s\tau$ (τ — безразмерное время релаксации частицы), увеличиваясь с ростом этого параметра. Примесь асимметричных частиц приводит к меньшему повышению устойчивости, нежели примесь сферических частиц той же массы.

Устойчивость плоскопараллельных течений несжимаемого газа, несущего малое количество примеси твердых сферических частиц, рассматривалась в работах [1–3]. Постановка задачи на основе известного [4] представления системы жидкость — частицы в виде взаимопроникающих взаимодействующих друг с другом сплошных сред изложена в статье [1]. Там же исследована устойчивость течения в плоском вертикальном канале для частного случая малых скоростей потока, когда скорость оседания частиц в жидкости (гидравлическая крупность частицы) существенно превышает скорость течения. В работе [2] обсуждались физические аспекты стабилизирующего влияния твердой примеси на устойчивость ламинарной формы движения при больших скоростях потока, когда можно пренебречь действием силы тяжести в предположении, что сила взаимодействия между фазами при их относительном движении описывается законом Стокса. В этом случае наличие примеси, не изменяя распределения скоростей в невозмущенном стационарном ламинарном потоке, обуславливает дополнительное затухание возмущающего движения, вызванное потерями его энергии при обтекании частиц пульсациями скорости; оно выражено тем сильнее, чем больше время τ подстройки примеси к движению газа (время релаксации). На основе полученного в [2] уравнения относительно функции тока возмущающего движения в работе [3] изучалась устойчивость плоского течения Пуазейля. Применялся метод возмущений от нейтральной кривой, соответствующей течению газа без примеси. В качестве малого параметра использовалась величина концентрации примеси s , $s \ll 1$. Метод возмущений принципиально может дать правильные результаты лишь в непосредственной близости от исходной нейтральной кривой. Использование его ограничено не только условием $s \ll 1$, но и малостью безразмерного времени релаксации τ . Оценки, приведенные в работе [2], показывают, что при фиксированном s критическое число Рейнольдса увеличивается с ростом τ и при не слишком малых τ может существенно превышать значение, соответствующее течению газа без примеси. Это вызывает необходимость рассмотрения задачи методом, применимым для любых значений безразмерного времени релаксации.

Ниже для исследования используется метод Линя. Показано, что в этом случае, как и при анализе устойчивости течений газа без примеси, применение этого метода позволяет получить для построения кривой нейтральной устойчивости простые расчетные зависимости, пригодные для любых значений τ .

1. Уравнение Орра — Зоммерфельда, записанное в безразмерном виде относительно амплитуды функции тока возмущающего движения, имеет в рассматриваемом случае следующий вид:

$$(u - c)(f'' - a^2 f) - u'' f = -\frac{i}{aR}(f'''' - 2a^2 f'' + a^4 f) \quad (1.1)$$

$$u = U + \frac{s(U - c)}{1 + ia\tau(U - c)}, \quad R = \frac{U_0 \delta}{\nu}$$

$$\tau = \tau^* \frac{U_0}{\delta} \left(\tau^* = \frac{2}{9} \frac{a^2}{\nu} \frac{\rho_1}{\rho} \right)$$

Здесь $U(y)$ — распределение скорости в пограничном слое, c — скорость распространения волн возмущающего движения, α — волновое число, характеризующее длину волны возмущения, ν — кинематическая вязкость газа, U_0 — скорость на границе пограничного слоя, δ — толщина пограничного слоя, s — массовая концентрация твердой примеси, τ^* — время релаксации частицы. Значение τ^* определяется соотношением между силами инерции частицы примеси и силами вязкого воздействия газа на частицу; для сферической частицы выражение τ^* указано в скобках, a — радиус частицы, ρ_1 — плотность ее вещества, ρ — плотность газа.

Граничные условия для уравнения (1.1) совпадают с обычно используемыми [5] при исследовании устойчивости

$$f(0) = f'(0) = \alpha f(1) + f'(1) = 0, \quad f(y \rightarrow \infty) < N < \infty \quad (1.2)$$

Применение метода Гейзенберга — Линя нахождения асимптотических решений уравнения (1.1) приводит в рассматриваемом случае к появлению особенностей в критическом слое $y = y_*$, где $u(y_*) = U(y_*) = c$ и в точке $y = y_1$, где $\bar{U} = c + i/\alpha\tau$. Поскольку α и τ суть действительные величины, особенность при $y = y_1$ лежит в нейтральном случае вне интервала изменения y ($0 \leq y \leq 1$) и по этой причине должна быть исключена из рассмотрения при построении кривой нейтральной устойчивости.

Следуя Линю [5], можно построить четыре линейно-независимые решения уравнения (1.1)

$$f_1(y) = (u - c) \sum_{n=0}^{\infty} g_n(y) \alpha^{2n}, \quad g_0(y) = 1$$

$$f_2(y) = (u - c) \sum_{n=0}^{\infty} g_n(y) \alpha^{2n}, \quad g_0(y) = \int_0^y (u - c)^{-2} dy$$

$$g_{n+1}(y) = \int_0^y (u - c)^{-2} dy \int_0^y (u - c)^2 g_n(y) dy$$

$$f_3(y) = \int_{-\infty}^{\eta} d\eta \int_{-\infty}^{\eta} \sqrt{\eta} H_{1/3}^{(1)} \left[\frac{2}{3} (i\beta\eta)^{3/2} \right] d\eta$$

$$f_4(y) = \int_{-\infty}^{\eta} d\eta \int_{-\infty}^{\eta} \sqrt{\eta} H_{1/3}^{(2)} \left[\frac{2}{3} (i\beta\eta)^{3/2} \right] d\eta$$

$$\eta = (y - y_*) (\alpha R)^{1/3}, \quad \beta = u'(y_*) = U'(y_*) (1 + s) \quad (1.3)$$

Здесь $H_{1/3}^{(1)}$ и $H_{1/3}^{(2)}$ — функции Ханкеля.

Решение $f_4(y)$ не удовлетворяет последнему из условий (1.2), вследствие чего в общем решении уравнения (1.1)

$$f = c_1 f_1 + c_2 f_2 + c_3 f_3 + c_4 f_4 \quad (1.4)$$

постоянная $c_4 = 0$. Используя оставшиеся граничные условия и полагая (см. [5]) $f_3(1) = 0$, после некоторых преобразований приходим к следующей форме характеристического уравнения, связывающего для нейтральных возмущений параметры движения α , c с числом Рейнольдса и значениями s и τ

$$\frac{f_3(0)}{f_3'(0)} = \frac{f_1(0)[f_2'(1) + \alpha f_2(1)] - f_2(0)[f_1'(1) + \alpha f_1(1)]}{f_1'(0)[f_2'(1) + \alpha f_2(1)] - f_2'(0)[f_1'(1) + \alpha f_1(1)]} \quad (1.5)$$

Учитывая соотношения, следующие из (1.1) и (1.3), получаем при $y = 0$

$$\begin{aligned} f_1(0) &= u(0) - c = -c \left[1 + \frac{s}{1 - i\alpha\tau c} \right] \\ f_1'(0) &= u'(0) = U'(0) \left(1 + \frac{s}{(1 - i\alpha\tau c)^2} \right) \\ f_2(0) &= 0 \\ f_2'(0) &= \frac{1}{u(0) - c} = -\frac{1}{c} \left(1 + \frac{s}{1 - i\alpha\tau c} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (1.6)$$

и при $y = 1$ с точностью до членов порядка α^2

$$\begin{aligned} f_1(1) &= u(1) - c, \quad f_1'(1) = 0, \quad u(1) = 1 + \frac{s(1-c)}{1 + i\alpha\tau(1-c)} \\ f_2(1) &= [u(1) - c] \int_0^1 (u-c)^{-2} dy, \quad f_2'(1) = \frac{1}{u(1) - c} \end{aligned} \quad (1.7)$$

С учетом указанных выражений характеристическое уравнение запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{y_*} \frac{f_3(0)}{f_3'(0)} &= \frac{1}{y_*} \frac{u(0) - c}{u'(0)} \frac{z}{1+z} \\ z &= -u'(0) [u(0) - c] \left\{ \frac{1}{\alpha [u(1) - c]^2} + \int_0^1 (u-c)^{-2} dy \right\} \\ \int_0^1 (u-c)^{-2} dy &= -\frac{1}{u'_* y_* (1-y_*)} + \frac{u_*''}{u_*'^3} \left(\ln \frac{y_*}{1-y_*} - \pi i \right) \\ u_*' &\equiv u'(y_*) = U'(y_*) (1+s) \\ u_*'' &\equiv u''(y_*) = U''(y_*) (1+s) - 2i\alpha\tau U'^2(y_*) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Преобразуем полученное соотношение, используя основное допущение о малости концентрации твердой примеси в газе $s \ll 1$, принятое при выводе исходного уравнения (1.1). В приведенных выше выражениях для значений функции u и ее производных на границах интервала и в критическом слое величина членов, перед которыми множителем стоит s , не превышает по модулю единицы, вследствие чего ими можно пренебречь по сравнению с единицей. Уравнение (1.8) сводится к соотношению

$$\begin{aligned} \frac{1}{y_*} \frac{f_3(0)}{f_3'(0)} &= -\frac{c}{y_* U'(0)} \frac{z}{1+z} \\ z &= U'(0) c \left[\frac{1}{\alpha (1-c)^2} + \int_0^1 (u-c)^{-2} dy \right] \\ \int_0^1 (u-c)^{-2} dy &= -\frac{1}{U_*' y_* (1-y_*)} + \\ &+ \frac{U_*'' - 2i\alpha\tau U_*'^2}{U_*'^3} \left(\ln \frac{y_*}{1-y_*} - \pi i \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Из формул (1.9) следует, что при малых значениях s , при которых применимо исходное уравнение (1.1), координаты кривой нейтральной устойчивости определяются не параметрами s и τ в отдельности, а зависят от их произведения $\gamma = s\tau$. При $s \rightarrow 0$ соотношение (1.9) сводится к виду, указанному Линем [5]. Принимая согласно [5] $c = y_* U'(0)$, получаем из комплексного характеристического уравнения задачи (1.8) следующую систему двух вещественных уравнений для определения точек нейтральной кривой в рассматриваемом случае

$$F_r(w) = \frac{cU'(0)}{\alpha(1-c)^2} + cU'(0) \left[-\frac{1}{U_*'^2 y_* (1-y_*)} + \frac{U_*''}{U_*'^3} \ln \frac{y_*}{1-y_*} - \frac{\pi m}{U_*'} \right] \quad (1.10)$$

$$F_i(w) = cU'(0) \left(-\pi \frac{U_*''}{U_*'^3} - \frac{m}{U_*'} \ln \frac{y_*}{1-y_*} \right), \quad m = 2\alpha\gamma \quad (1.11)$$

$$w = y_* (\alpha U_*' R)^{1/3} \quad (1.12)$$

Здесь $F(w) = F_r(w) + iF_i(w)$ — функция Лия [5].

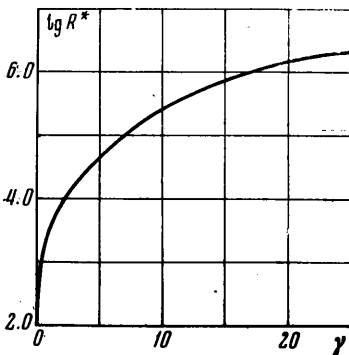
Можно предложить следующий порядок расчета кривой нейтральной устойчивости. Задавшись рядом значений w , для некоторого значения параметра m из уравнения (1.11), которое для данного профиля скоростей $U(y)$ решается графически, находим c , а следовательно, и y_* , U_*' , U_*'' . Величина α вычисляется по уравнению (1.10), а число R — по формуле (1.12). Выполняя аналогичные расчеты для ряда значений m , определяем семейство кривых (α, R) с параметром m , что позволяет построить кривые нейтральной устойчивости с параметром γ . Указанную схему без изменения можно применить для непосредственного нахождения точки потери устойчивости, если все вычисления провести для значения $w = 0.58$, соответствующего максимальному значению функции $F_i(w)$.

Расчеты устойчивости были выполнены для профиля скоростей Блазиуса. На фиг. 1 представлена зависимость критического числа Рейнольдса R^* от параметра γ ($R^* = U_0 \delta^* / \nu$, δ^* — толщина вытеснения пограничного слоя), а на фиг. 2 — семейство кривых нейтральной устойчивости с параметром γ ($\alpha^* = \alpha \delta^* / \delta$).

Приведенные данные свидетельствуют о том, что наличие в газе твердой примеси приводит к существенному увеличению критического числа Рейнольдса. При неизменной концентрации частиц s ($s \ll 1$) оно тем выше, чем больше значение безразмерного времени релаксации τ . Этот результат согласуется с качественным анализом рассматриваемой задачи в работе [2] и соответствует известным опытным данным [6, 7], указывающим на вырождение турбулентности в потоках газа, несущих примесь частиц, обладающих большим временем релаксации.

Результаты расчетов устойчивости плоского течения Пуазейля, представленные в [3], согласуются с данными, полученными в настоящей работе, лишь при малых значениях параметра $\gamma = s\tau$. Эти расчеты проводились при постоянном значении $s = 0.05$ и различных τ . Было обнаружено, что с увеличением τ от нуля до единицы критическое число Рейнольдса несколько возрастает. При этом кривые нейтральной устойчивости смещаются в сторону больших R и меньших α подобно тому, как смещаются с ростом параметра $\gamma = s\tau$ кривые, показанные на фиг. 2.

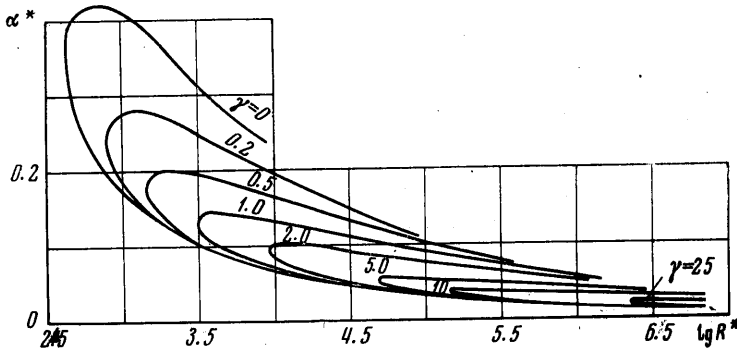
Как уже отмечалось выше, метод возмущений, использованный в работе [3], принципиально может привести к правильным результатам лишь при малых s и τ , когда нейтральные кривые газа, несущего примесь, и газа без примеси мало отличаются друг от друга. При не слишком малых τ применение этого метода приводит к ошибочным заключениям. Так, из работы [3] следует, что увеличение τ от 1



Фиг. 1

до 30 не вызывает изменения критического числа Рейнольдса, а при $\tau > 30$ оно с ростом τ уменьшается. Эти результаты противоречат заложенным в исходном уравнении (1.1) физическим представлениям о механизме влияния примеси на пульсации в газе и свидетельствуют о том, что использование метода возмущений при немалых значениях γ некорректно.

2. Исследование устойчивости ламинарного потока, несущего асимметричные твердые частицы, проводится на основе уравнений двухжидкостной гидродинамики в предположении малости характерного размера частиц взвеси по сравнению с масштабом движения, отсутствия взаимодействия между частицами ($s \ll 1$) и в пренебрежении вращением частиц в потоке.



Фиг. 2

Считается, что в невозмущенном стационарном параллельном потоке относительные скорости газа и частиц равны нулю, а сила воздействия газа на частицу при обтекании ее пульсациями скорости определяется законом Стокса, так что составляющая силы вдоль оси x_i ($i = 1, 2, 3$) выражается произведением некоторого коэффициента K_i на соответствующую составляющую скорости относительного движения газа и частиц $u_i - v_i$. Ввиду асимметрии частицы значения коэффициентов K_i для трех степеней свободы ее поступательного движения различны, вследствие чего различны и времена $\tau_i = M / K_i$ подстройки примеси к пульсационным движениям газа вдоль осей x_i ($i = 1, 2, 3$). Здесь M — масса частиц, u_i, v_i — соответственно составляющие по осям координат возмущенных скоростей газа и частиц.

Уравнения для составляющих возмущенного движения записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + U \frac{\partial u_i}{\partial x_1} + \delta_{i1} u_2 \frac{dU}{dx_2} &= - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{R} \Delta u_i + \frac{s}{\tau_i} (v_i - u_i) \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} &= 0, \quad \frac{\partial v_i}{\partial t} + U \frac{\partial v_i}{\partial x_1} + \delta_{i1} v_2 \frac{dU}{dx_2} = \frac{u_i - v_i}{\tau_i} \quad (2.1) \\ i &= 1, 2, 3; \quad \delta_{i1} = 1 \text{ при } i = 1, \quad \delta_{i1} = 0 \text{ при } i = 2, 3 \end{aligned}$$

При помощи преобразований, аналогичных проведенным Сквайром [3], можно показать, что и в рассматриваемом случае трехмерные возмущения эквивалентны двумерным с меньшим числом Рейнольдса. Поэтому исследование устойчивости проводится на основе указанного ниже двумерного уравнения для амплитуды функции тока возмущения, которое получается из системы (2.1) при задании возмущений в виде волны Толлмина — Шлихтинга и исключении значений v_i и p

$$(u-c)(f'' - \alpha^2 f) - u''f + (Pf)' + \alpha^2 Qf = -\frac{i}{\alpha R}(f'''' - 2\alpha^2 f + \alpha^4 f)$$

$$u = U + \frac{s(U-c)}{1 + i\alpha\tau_1(U-c)}, \quad P = \frac{sU'}{1 + i\alpha\tau_1(U-c)}\chi \quad (2.2)$$

$$\chi = \frac{ia(\tau_2 - \tau_1)(U-c)}{[1 + i\alpha\tau_1(U-c)][1 + i\alpha\tau_2(U-c)]}, \quad Q = s(U-s)\chi$$

Здесь τ_1 и τ_2 — значения безразмерного времени релаксации частицы при ее поступательном движении соответственно вдоль осей x и y . Граничные условия для уравнения (2.2) представляются в виде

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f(y \rightarrow \infty) < N < \infty \quad (2.3)$$

$$f'(1) - \alpha^{(0)}f(1) = 0, \quad \alpha^{(0)} = \alpha \left[1 - \frac{Q(1)}{u(1) - c} \right]$$

Последнее из указанных условий выражает требование плавного (с точностью до первой производной) перехода искомого решения уравнения (2.2) в решение для идеальной жидкости на границе пограничного слоя при $y = 1$.

Следуя методу Гейзенберга — Линя [5], решения f_1 и f_2 уравнения (2.2) ищем в виде ряда по обратным степеням αR ; ограничиваясь, по общему правилу, начальным приближением, приходим к «невязкому» уравнению

$$(u-c)(f'' - \alpha^2 f) - u''f + (Pf)' + \alpha^2 Qf = 0 \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) имеет особые точки при $y = y_*$, где $U(y_*) = c$, при $y = y_1$, где $U = c + i/\alpha\tau_1$, и при $y = y_2$, где $U = c + i/\alpha\tau_2$.

При построении кривой нейтральной устойчивости особенности уравнения при $y = y_1$ и $y = y_2$ не следует принимать во внимание, поскольку в нейтральном случае ($\text{Im} s = 0$), точки y_1 и y_2 лежат вне интервала изменения y ($0 \leq y \leq 1$). Два линейно-независимых частных решения уравнения (2.4) представляются рядами по степеням α^2

$$f_1(y) = (u-c)\sigma(y) \sum_{n=0}^{\infty} g_n(y)\alpha^{2n}, \quad g_0(y) = 1$$

$$f_2(y) = (u-c)\sigma(y) \sum_{n=0}^{\infty} g_n(y)\alpha^{2n}, \quad g_0(y) = \int_0^y \frac{dy}{(u-c)^2\sigma} \quad (2.5)$$

$$g_{n+1} = \int_0^y \frac{dy}{(u-c)^2\sigma} \int_0^y \left(1 - \frac{Q}{u-c} \right) (u-c)^2 \sigma g_n dy \quad (2.6)$$

$$\sigma(y) = \exp\left(-\int_0^y \frac{P}{u-c} dy\right) = \exp\left\{s \frac{i\alpha\tau_1 U}{[1 + i\alpha\tau_1(U-c)][1 + i\alpha\tau_1 c]} + \right.$$

$$\left. + s \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \ln \left[\frac{1 + i\alpha\tau_2(U-c)}{1 - i\alpha\tau_2 c} \frac{1 - i\alpha\tau_1 c}{1 + i\alpha\tau_1(U-c)} \right] \right\}$$

Оставшиеся два линейно-независимых решения уравнения (2.2) совпадают с соответствующими (1.3) решениями $f_3(y)$ и $f_4(y)$ уравнения Ора — Зоммерфельда, полученными в предположении отсутствия твердой

примеси в газе. Характеристическое уравнение задачи после преобразований, аналогичных проведенным в п. 1, представляется в виде

$$\frac{1}{y_*} \frac{f_2(0)}{f_2'(0)} = \frac{1}{y_*} \frac{f_1(0)}{f_1'(0)} \frac{z}{1+z} \quad (2.7)$$

$$z = -f_1(0)f_1'(0) \frac{f_2'(1) + \alpha^{(0)}f_2(1)}{f_1'(1) + \alpha^{(0)}f_1(1)} =$$

$$= -f_1(0)f_1'(0) \left\{ \frac{1}{[u(1)-c]^2 \alpha^{(0)} \sigma(1)} + \int_0^1 \frac{dy}{(u-c)^2 \sigma} \right\}$$

Используя основное допущение о малости концентрации твердой примеси в газе ($s \ll 1$), принятое при выводе исходной системы уравнений (2.1), на основании соотношений (2.2), (2.5), (2.6) найдем, что с точностью до членов порядка s удовлетворяются следующие равенства:

$$f_1(0) = -c, \quad f_1'(0) = U'(0), \quad u(1) - c = 1 - c$$

$$\sigma(y_*) \approx \sigma(1) = 1, \quad \alpha^{(0)} = \alpha, \quad u_*' = U_*' \quad (2.8)$$

С учетом (2.5), (2.6) и (2.8) разложение функции $1/\sigma(y)$ в ряд по степеням $(y - y_*)$ можно представить в виде

$$\frac{1}{\sigma(y)} = 1 + sU_*' i \alpha (\tau_2 - \tau_1) (y - y_*) + \dots \quad (2.9)$$

так что вблизи критического слоя

$$\frac{1}{(u-c)^2 \sigma} = \frac{1}{U_*'^2 (y - y_*)^2} \left[1 - \frac{U_*''}{U_*'} (y - y_*) + \dots \right] \times$$

$$\times [1 + sU_*' i \alpha (\tau_2 - \tau_1) (y - y_*) + \dots] =$$

$$= \frac{1}{U_*'^2 (y - y_*)^2} \left[1 - \frac{U_*'' - i \alpha s (\tau_1 + \tau_2) U_*'^2}{U_*'} (y - y_*) + \dots \right] \quad (2.10)$$

С учетом приведенных соотношений

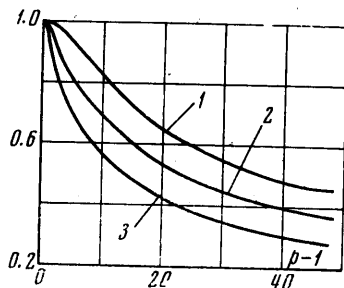
$$\int_0^1 \frac{dy}{(u-c)^2 \sigma} = - \frac{1}{U_*'^2 y_* (1 - y_*)} +$$

$$+ \frac{U_*'' - i \alpha s (\tau_1 + \tau_2) U_*'^2}{U_*'^2} \left(\ln \frac{y_*}{1 - y_*} - \pi i \right) \quad (2.11)$$

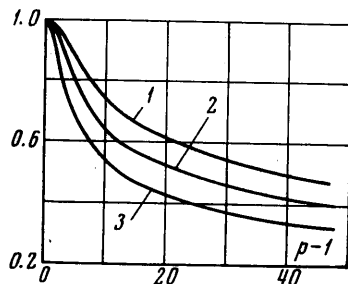
причем выбор соответствующей ветви логарифма сделан в согласии с рекомендациями Линя [5]. Используя выражения (2.8) и (2.11), найдем, что в рассматриваемом случае комплексное характеристическое уравнение задачи (2.7) сводится к той же системе двух вещественных уравнений (1.10), (1.11), которая была указана в п. 1. При этом параметр m семейства кривых нейтральной устойчивости определяется равенством

$$m = \alpha s (\tau_1 + \tau_2) = 2\alpha \gamma.$$

При неизменной массе частицы отклонение ее формы от сферической приводит к увеличению смоченной поверхности частицы, к возрастанию коэффициентов K_i в выражении для силы Стокса воздействия газа на частицу при ее вязком обтекании [8] и уменьшению соответствующих значений времени релаксации τ_i . В качестве примера, подтверждающего изложенное, на фиг. 3 и фиг. 4 представлены рассчитанные для твердых частиц в виде эллипсоидов вращения кривые зависимости τ_1 , τ_2 и $\tau_1 + \tau_2 / 2$ от удлинения эллипсоидов p . Значения τ_1 и τ_2 при $p = 1$ (сферическая частица)



Фиг. 3



Фиг. 4

приняты за единицу. Данные, представленные на фиг. 3, относятся к случаю вытянутых, а на фиг. 4 — сплюснутых эллипсоидов, ориентированных длинной осью вдоль потока. При ориентации эллипсоидов под некоторым углом к потоку времена релаксации, которые соответствуют его обтеканию вдоль или поперек потока, принимают значения, заключенные в промежутке между указанными значениями τ_1 и τ_2 . Рассматривая данные, приведенные на фиг. 3 и фиг. 4, совместно с результатами расчетов устойчивости, представленными на фиг. 1 и фиг. 2, можно заключить, что примесь асимметричных частиц приводит к меньшему повышению устойчивости, нежели примесь сферических частиц той же массы.

ЛИТЕРАТУРА

Поступило 14 II 1969

1. Гупало Ю. П. Об устойчивости ламинарного движения жидкости с тяжелой примесью. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 6.
2. Saffman P. G. On the stability of laminar flow of a dusty gas. J. Fluid Mech., 1962, vol. 13, pt 1.
3. Michael D. H. The stability of plane Poiseuille flow of a dusty gas. J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, pt 1.
4. Баренблатт Г. И. О движении взвешенных частиц в турбулентном потоке. ПММ, 1953, т. 17, вып. 3.
5. Линь Цзя-цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
6. Казакевич Ф. П., Крапивин А. М. Исследование теплопередачи и аэродинамического сопротивления трубных пучков при запыленном потоке газа. Изв. вузов, Энергетика, 1958, № 1, стр. 101.
7. Sproull W. T. Viscosity of a dusty gases. Nature, 1961, vol. 190, No. 4780, p. 976.
8. Ламб Г. Гидродинамика. М., Гостехиздат, 1948.