

## ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА И ТЕМПЕРАТУРЫ СТЕНКИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЯ В ПРЕДОТРЫВНОЙ ЗОНЕ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

В. В. ВАСЮКОВ

(Москва)

Излагаются результаты расчетов по влиянию различных факторов на характеристики течения в предотрывной зоне ламинарного пограничного слоя и положение точки отрыва. Исследовано влияние температуры стенки на течение в предотрывной зоне и на положение точки отрыва при различных числах Маха набегающего потока (в частности, особое внимание уделено случаям сильного охлаждения стенки). Рассмотрено влияние числа Прандтля и закона зависимости вязкости от температуры на положение точки отрыва ламинарного пограничного слоя при различных значениях температуры стенки и числах Маха. Получены данные о влиянии температуры стенки, числа Маха, закона зависимости вязкости от температуры, числа Прандтля на распределение тепловых потоков и трения в предотрывной зоне ламинарного пограничного слоя. Показано, как влияют на положение точки отрыва и распределение тепловых потоков и трения различные способы задания распределения давления вдоль поверхности тела.

**1. Постановка задачи и метод расчета.** Рассмотрим двумерный стационарный сжимаемый пограничный слой при наличии градиента давления. Предполагается, что газ совершенен, отношение удельных теплоемкостей  $\kappa$  и число Прандтля  $\sigma$  постоянны. При этих предположениях уравнения, описывающие течение сжимаемого газа в пограничном слое в переменных Дородницына, будут иметь вид [1, 2]

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u}{\partial \eta} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( l \frac{\partial u}{\partial \eta} \right), & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial \eta} &= 0 & (1.1) \\
 u \frac{\partial i}{\partial x} + v_1 \frac{\partial i}{\partial \eta} &= \frac{u}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{l}{\sigma} \frac{\partial i}{\partial \eta} \right) + l \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 \\
 v_1 &= \sqrt{\overline{R_\infty}} \rho v + u \frac{\partial u}{\partial x}, & l &= \rho \mu, & \eta &= \sqrt{\overline{R_\infty}} \int_0^y \rho dy, & R_\infty &= \frac{\rho_\infty V_\infty^2 \overline{L}}{\mu_\infty} & (1.2)
 \end{aligned}$$

Здесь  $xL$ ,  $yL$  — координаты вдоль стенки и по нормали к ней соответственно;  $uV_\infty$ ,  $vV_\infty$  — компоненты скорости в направлениях  $x$  и  $y$  соответственно;  $\rho_\infty \rho$ ,  $\mu_\infty \mu$ ,  $\rho_\infty V_\infty^2 p$ ,  $V_\infty^2 i$  — соответственно плотность, вязкость, давление и энтальпия газа;  $V_\infty$ ,  $\rho_\infty$ ,  $\mu_\infty$  — скорость, плотность и вязкость газа в набегающем потоке;  $\overline{L}$  — характерная длина.

К уравнениям (1.1) необходимо еще добавить уравнения состояния и зависимости переносных свойств газа от давления и энтальпии.

Уравнение состояния будем брать для совершенного газа

$$\frac{p}{\rho i} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \quad (1.3)$$

Закон изменения вязкости от давления и энтальпии берем в виде [1]

$$l = \rho \mu = c p i^{-n}, \quad c = \kappa (\kappa - 1)^{-n} M_{\infty}^{2(1-n)} \quad (n = 0.315) \quad (1.4)$$

Распределение давления считается заданным. Задача решается при следующих граничных условиях:

$$u = 0, \quad v_1 = 0, \quad i = i_w = \text{const} \quad \text{при} \quad \eta = 0 \quad (1.5)$$

$$u = u_e(x), \quad i = i_e(x) \quad \text{при} \quad \eta \rightarrow \infty$$

Таким образом, систему (1.4) необходимо решить при граничных условиях (1.5).

Для решения задачи необходимы еще начальные данные в некотором сечении  $x_1$  (в дальнейшем характерный размер  $L$  выбран так, что  $x_1 = 5$ ). Эти данные были получены численно методом установления, при некоторых приближенных начальных профилях.

Система уравнений (1.1) решалась на ЭВМ разностным методом с использованием неявной шеститочечной схемы [1,3].

**2. Результаты расчетов и анализ.** В ряде работ, в частности [4], отмечается, что важнейшим результатом экспериментальных исследований является то обстоятельство, что течение вблизи точки отрыва не зависит от характера и формы возмущения, вызывающего отрыв пограничного слоя. Картина течения определяется условиями «равновесия» между распределением толщины вытеснения пограничного слоя и давления в невязком потоке. Такой тип взаимодействия принято называть «свободным взаимодействием». Этот важный результат экспериментального исследования имеет большое значение, так как, задавая определенным образом давление, можно изучить течение для различного типа тел — «ступенек», соединения типа «юбки», поверхности, на которую падает ударная волна и т. д.

В данной работе распределение давления вдоль тела задавалось на основе экспериментальных данных работы [4]. В качестве исходного брался график распределения давления  $p(x)$  в случае обтекания ступеньки при  $M_{\infty} = 2.3$ . Это экспериментальное значение  $p(x)$  для  $M_{\infty} = 2.3$  довольно хорошо аппроксимируется квадратичной функцией вида

$$p(x) = p_{\infty}' + a(x - 5)^2, \quad p_{\infty}' = \frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2} \quad (a = 0.018) \quad (2.1)$$

Здесь до определенной точки  $x = 5$ , давление в которой равно  $p_{\infty}'$ , течение в пограничном слое не возмущено градиентом давления. Начиная с этой точки, давление растет.

Значения температуры стенки  $T_w' = T_w / T_0$ , где  $T_0$  — температура торможения, брались равными 1 (нагретая стенка), 0.5 (слабо охлажденная стенка), 0.1 и 0.01 (сильно охлажденная стенка). Значение числа Прандтля  $\sigma$  полагалось равным 0.725 и 1, а показатель  $n$  принимался равным 0,315 и  $n = 0$  (линейная зависимость коэффициента вязкости от температуры).

Закон распределения давления во всех расчетах при  $M_{\infty} = 2.3$  брали при этом одинаковым, чтобы учесть в чистом виде влияние  $T_w$ ,  $\sigma$  и  $n$  на положение точки отрыва ламинарного пограничного слоя и на распределение тепловых потоков и трения в предотрывной зоне.

При переходе к другим числам  $M_{\infty}$  набегающего потока делался пересчет распределения давления на основании приближенных критериев подобия [4].

На их основе для распределения давления  $p(x)$  при  $M_\infty = 4$  и  $M_\infty = 6$  получены следующие зависимости:

$$p_4 = 0.73p(x) - 0.054 \text{ для } M_\infty = 4 \quad (2.2)$$

$$p_6 = 0.59p(x) - 0.060 \text{ для } M_\infty = 6$$

где  $p(x)$  — безразмерное распределение давления в случае  $M_\infty = 2.3$ , взятое из эксперимента работы [4] и аппроксимированное формулой (2.1).

Кроме изложенного выше в работе рассмотрено влияние различных способов задания давления  $p(x)$  на распределение трения и тепловых потоков в предотрывной зоне и положение точки отрыва.

Рассматривался случай  $M_\infty = 2.3$  и  $T_w' = 1$  и  $T_w' = 0.1$ . Давление задавалось в виде

$$\begin{aligned} p(x) &= p_\infty' + a_1(x-5)^2, & p(x) &= p_\infty' + a_2(x-5), \\ p(x) &= p_\infty' + a_3(x-5)^3 \end{aligned} \quad (2.3)$$

При этом расчеты велись для нескольких значений  $a_1, a_2, a_3$ .

В дальнейшем будем относить напряжение трения и тепловые потоки в точке  $x$  с определенным давлением  $p(x)$ , которое задается, к аналогич-

Таблица 1

$M_\infty$	$T_w/T_0$	$T_w/T_\infty$		$n$	$x_s$	$p_s$	$p_s/p_\infty'$	$p_s/p_0$
2.3	1	2.058	0.725	0.315	5.78	0.14459	1.0708	0.08566
2.3	1	2.058	1	0.315	5.769	0.14431	1.0705	0.08549
2.3	1	2.058	0.725	0	5.765	0.14420	1.0680	0.08543
2.3	1	2.058	1	0	5.765	0.14420	1.0680	0.08543
2.3	0.5	1.029	0.725	0.315	6.158	0.1571	1.1635	0.09307
2.3	0.1	0.2058	0.725	0.315	7.419	0.23602	1.748	0.13982
2.3	0.1	0.2058	1	0.315	7.192	0.2176	1.6114	0.1289
2.3	0.1	0.2058	0.725	0	7.705	0.2619	1.9395	0.1552
2.3	0.1	0.2058	1	0	7.413	0.2355	1.744	0.1395
2.3	0.01	0.02058	0.725	0.315	8.54	0.3542	2.624	0.2098
4	1	4.2	0.725	0.315	5.61	0.04895	1.0965	0.007224
4	1	4.2	1	0	5.6	0.04881	1.0933	0.007203
4	0.5	2.1	0.725	0.315	5.99	0.05646	1.2648	0.008332
4	0.24	1	1	0	6.68	0.0796	1.7833	0.01175
4	0.1	0.42	0.725	0.315	10.04	0.3729	8.353	0.05503
4	0.01	0.042	0.725	0.315	14.41	1.199	26.86	0.1769
6	1	8.2	0.725	0.315	5.443	0.02127	1.0718	0.0006791
6	1	8.2	1	0.315	5.440	0.2124	1.0705	0.0006782
6	1	8.2	0.725	0	5.451	0.02133	1.0752	0.0006810
6	1	8.2	1	0	5.443	0.02127	1.0718	0.0006791
6	0.5	4.1	0.725	0.315	5.71	0.02426	1.2228	0.0007746
6	0.1	0.82	0.725	0.315	27.1	5.20	262.11	0.1660
6	0.1	0.82	1	0.315	22.49	3.26	164.33	0.1041
6	0.1	0.82	0.725	0	29.6	6.44	324.6	0.206
6	0.1	0.82	1	0	25.46	4.45	224.7	0.142
6	0.01	0.082	0.725	0.315	33.08	8.39	422.9	0.267

ным величинам в той же точке  $x$  на пластинке (т. е. с постоянным давлением). Обозначим эти отношения  $\tau^*$  и  $q^*$ .

Положение точки отрыва определялось путем экстраполяции.

Рассмотрим влияние температуры стенки на положение точки отрыва ламинарного пограничного слоя. Результаты расчетов, помещенные на фиг. 3—5, 7 и в табл. 1, показывают, что при заданном  $M$  набегающего по-

тока, как следует и из теоретических предпосылок, понижение температуры стенки сдвигает точку отрыва вниз по потоку, причем, чем больше число Маха набегающего потока, тем относительно дальше сдвигается точка отрыва. Из графиков и табл. 1 видно, какое большое влияние оказывает на положение точки отрыва сильное охлаждение, особенно при больших числах Маха. Охлаждение стенки затягивает отрыв; физически это объясняется тем, что при охлаждении стенки плотность газа увеличивается и он становится менее чувствительным к градиенту давления, так как в уравнении пограничного слоя входит член  $1 / \rho dp / dx$ .

Из табл. 1 видно, что в случае слабо охлажденной и нагретой стенок ( $T_w'$  соответственно равны 0,5 и 1) при увеличении числа Маха точка отрыва перемещается вверх по потоку. Тот факт, что в отсутствие теплообмена при увеличении числа Маха точка отрыва смещается вверх по потоку, отмечается в ряде работ, приведенных в [5]. Но иная картина наблюдается при сильном охлаждении стенки. Как видно из табл. 1, в случае  $T_w' = 0.1$  и  $T_w' = 0.01$  при увеличении числа Маха точка отрыва перемещается вниз по потоку.

Таблица 2

	$T_w'/T_0$	$x_s$	$p_s$	$p_s/p'_\infty$	$(dp/dx)_s$	Вид задания давления ( $M = 2.3$ ; $\sigma = 0.725$ , $n = 0.315$ )
b	1	7.032	0.15268	1.1298	0.0178	$p = p'_\infty + 0.0045 (x - 5)^2$
f	1	5.326	0.14014	1.0390	0.0373	$p = p'_\infty + 0.0675 (x - 5)^2$
	1	5.16	0.1387		0.3375	$p = p'_\infty + 0.03375 (x - 5)$
a	1	8.235	0.1738	1.285	0.01215	$p = p'_\infty + 0.01215 (x - 5)$
d	1	6.133	0.14484		0.0259	$p = p'_\infty + 0.00675 (x - 5)^3$
e	1	5.695	0.14444		0.00388	$p = p'_\infty + 0.027 (x - 5)^3$
c	1	5.78	0.14459	1.0708	0.0256	$p = p'_\infty + 0.018 (x - 5)^2$
f	0.1	6.006	0.19669	1.4556	0.129	$p = p'_\infty + 0.0675 (x - 5)^2$
g	0.1	6.65	0.2646	1.9580	0.081	$p = p'_\infty + 0.081 (x - 5)$
d	0.1	7.305	0.2176		0.107	$p = p'_\infty + 0.00675 (x - 5)^3$
e	0.1	6.315	0.1962		0.127	$p = p'_\infty + 0.027 (x - 5)^3$
c	0.1	7.419	0.23602	1.748	0.0855	$p = p'_\infty + 0.018 (x - 5)^2$

Примечание. Индекс s относится к параметрам в точке отрыва ламинарного пограничного слоя.

Отметим одну особенность, связанную с величиной давления в точке отрыва для случая сильно охлажденной стенки. Согласно данным табл. 1, если стенка нагрета или слабо охлаждена, то давления в точках отрыва, отнесенные к соответствующим давлениям полного торможения, для соответствующих чисел  $M_\infty$  различаются очень сильно (каждое последующее примерно в 10 раз меньше предыдущего). Если же стенка сильно охлаждена, давление в точке отрыва, отнесенное к соответствующему давлению торможения, есть величина, слабо зависящая от числа Маха набегающего потока.

Проведены исследования влияния чисел Прандтля и закона зависимости от температуры на положение точки отрыва. Результаты расчетов показывают, что в случае нагретой стенки влияние числа Прандтля и закона зависимости вязкости от температуры на отрыв ламинарного пограничного слоя незначительно, в случае же сильно охлажденной стенки влияния  $\sigma$  и  $n$  усиливаются причем  $\sigma = 1$  сдвигает точку отрыва вверх

по потоку по сравнению с  $\sigma = 0.725$ , а  $n = 0$  сдвигает точку отрыва вниз по потоку по сравнению с  $n = 0.315$ , эти эффекты усиливаются с ростом числа  $M_\infty$ .

Для определения влияния различных видов задания давления на положение точки отрыва и распределение тепловых потоков и трения были проведены расчеты с различным изменением распределения давления по телу. Были рассмотрены случаи линейного роста (постоянный положительный градиент давления), линейного градиента (квадратичный рост давления) и кубического роста давления. Формулы задания давлений, а также значение давлений, градиентов давлений в точке отрыва и положение точек отрыва приведены в табл. 2, из которой видно, что в каждом из этих случаев отрыв на нагретой стенке происходит раньше. Согласно табл. 2 положение точки отрыва определяется не только значениями перепада давления, но еще и значением градиента давления. Чем больше давление, при котором происходит отрыв, тем меньше градиент давления в точке отрыва. Таким образом, вид задания давления существенно влияет на значение давления в точке отрыва.

На фиг. 1 приведены в зависимости от различных видов задания давления распределение тепловых потоков и трения для  $M_\infty = 2.3$  и  $T_w' = 1$ . Наблюдается некоторое качественное отличие распределения тепловых потоков и трения в случае постоянного градиента давления (а) от распределения при линейном и квадратичном градиентах давления (b, d, e, f). То же наблюдается и в случае сильного охлаждения стенки ( $T_w' = 0.1$ ). Соответствующие результаты приведены на фиг. 2.

Точка отрыва пограничного слоя определяется из условия равенства нулю трения, в этой точке  $du/dy = 0$ .

Отметим особенность, связанную с величиной тепловых потоков в окрестности точки отрыва. Как для  $T_w' = 1$ , так и для  $T_w' = 0.1$  удельные тепловые потоки вблизи точки отрыва, отнесенные к удельным тепловым потокам в соответствующей точке для пластинки, примерно одинаковые и не зависят от вида задания давления. Для  $T_w' = 1$  вблизи точки отрыва получаем  $q^* = 0.53$ , а для  $T_w' = 0.1$  имеем  $q^* = 0.73$ . Во всех указанных случаях параметры набегающего потока  $M_\infty$ ,  $\sigma$  и  $n$  одинаковые.

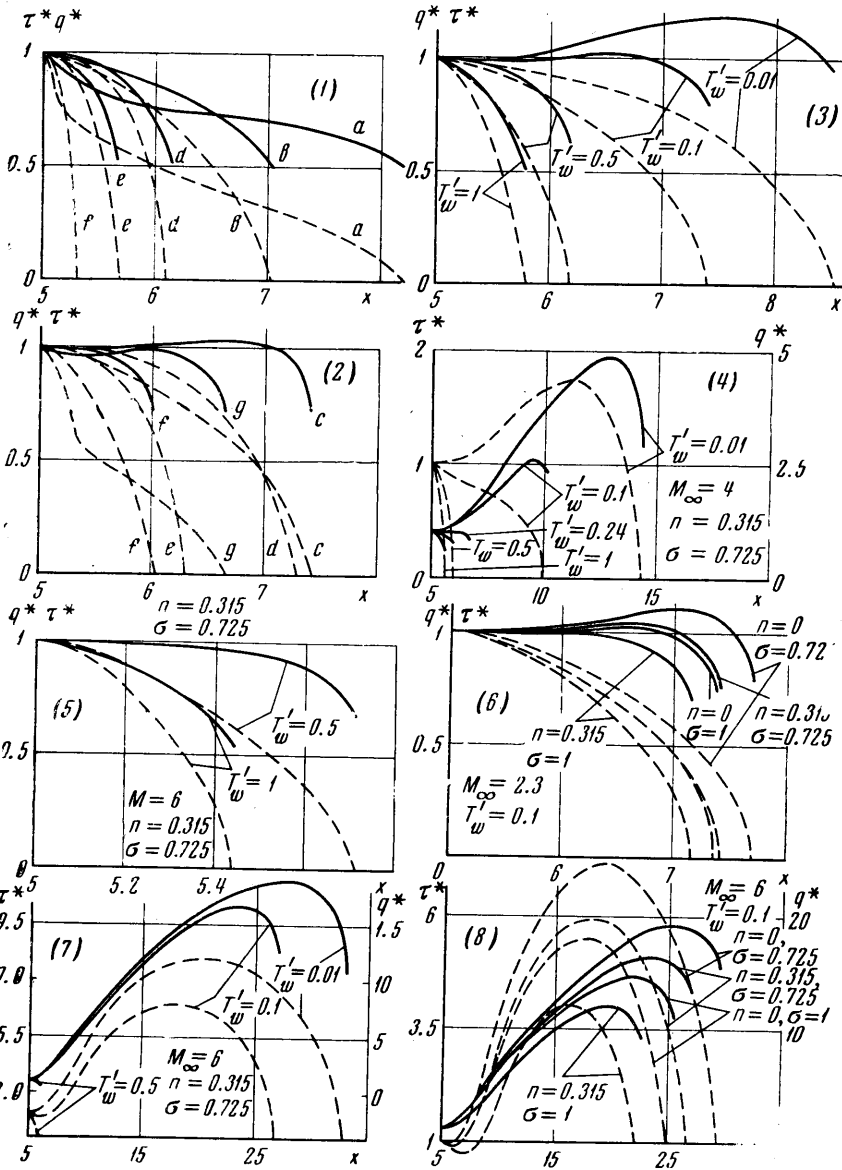
Рассмотрим теперь влияние  $M_\infty$ ,  $\sigma$ ,  $n$  и температуры стенки на распределение удельных тепловых потоков и напряжения трения в предотрывной зоне.

На фиг. 3 представлены зависимости распределения тепловых потоков и трения вдоль тела для различных значений температуры стенки при числе  $M_\infty = 2.3$ ,  $\sigma = 0.725$  и  $n = 0.315$ . Следует отметить монотонность уменьшения трения для всех температур стенки.

Результаты расчетов тепловых потоков и трения для случая  $M_\infty = 4$ , представленные на фиг. 4, иллюстрируют два следующих факта: во-первых, если при  $M_\infty = 2.3$   $\tau^*$  было везде меньше единицы, то в случае сильного охлаждения  $T_w' = 0.01$  наблюдается увеличение напряжения трения по сравнению с пластинкой; во-вторых, наблюдается резкое увеличение удельных тепловых потоков в случае сильного охлаждения по сравнению с пластинкой, чего не было при  $M_\infty = 2.3$ , причем удельные тепловые потоки на всем протяжении до точки отрыва больше аналогичных величин на пластинке.

В случае  $M_\infty = 6$  (фиг. 5) при  $T_w' = 1$  и  $T_w' = 0.5$  значения  $\tau^*$  и  $q^*$  везде меньше единицы, причем характер изменения монотонный. Как видно из фиг. 4 и 7, для чисел Маха, равных  $M_\infty = 4$  и  $M_\infty = 6$ , при положительном градиенте давления интенсивное охлаждение приводит к увеличению, а не к уменьшению, согласно обычным представлениям, поверхностного трения.

Фиг. 5 и 7 дают очень наглядное представление о резком отличии удельных тепловых потоков при слабом и интенсивном охлаждении для  $M_\infty = 6$ . В случае положительного градиента давления при достаточно больших числах Маха набегающего потока сильное охлаждение стенки



Фиг. 1—8

приводит к резкому увеличению удельных тепловых потоков по сравнению с теми же условиями для пластинки. Важно отметить, что в точке отрыва тепловой поток не только неравен нулю, но и более чем в 10 раз превышает тепловой поток для пластинки при тех же температурах стенки и  $M_\infty$ .

Влияние различных законов изменения коэффициента вязкости и значения чисел Прандтля на распределение удельных тепловых потоков и

напряжения трения представлено на фиг. 6 и 8. Как при  $M_\infty = 2.3$ , так и при  $M_\infty = 6$  для  $n = 0$  величины  $\tau^*$  и  $q^*$  больше соответствующих величин для случая  $n = 0.315$ , а для  $\sigma = 1$  наблюдается обратное явление по сравнению со случаем  $\sigma = 0.725$ , причем эти отличия увеличиваются с уменьшением  $T_w'$ . Для  $T_w' = 1$  эти отличия незначительны. Как видно из приведенных графиков, влияние  $n$  и  $\sigma$  на распределение тепловых потоков и трение при заданном  $T_w'$  возрастает с увеличением  $M_\infty$ .

Таким образом, положительный градиент давления оказывает довольно сильное воздействие на распределение тепловых потоков и напряжения трения особенно в случае сильного охлаждения, резко увеличивая указанные величины по сравнению с аналогичными для пластинки.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность И. Н. Мурзинову за постановку задачи и обсуждение результатов.

Поступило 26 V 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равномерно диссоциирующего воздуха. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 2.
2. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на затупленных телах с учетом завихренности внешнего потока. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
3. Браиловская И. Ю., Чудов Л. А. Решение уравнений пограничного слоя разностным методом. Сб. работ ВЦ МГУ «Вычислительные методы и программирование», 1962, вып. 1.
4. Chapman D. R., Kuehn D. M., Larson H. K. Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams. NACA Rep., 1958, No. 1356.
5. Morduchow M. Review of theoretical investigation of effect of heat transfer on laminar separation. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 8.