

НЕСЖИМАЕМЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА НЕПРОВОДЯЩЕЙ СТЕНКЕ ПЛОСКОГО МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО КАНАЛА

Л. Ф. ЛОБАНОВА

(Москва)

Несжимаемый магнитогидродинамический пограничный слой исследуется в работах [1-6] при различных предположениях о характере течения и свойствах жидкости.

Рассматривается задача о пограничном слое несжимаемой электропроводной жидкости, образующемся на непроводящей стенке магнитогидродинамического канала. В результате численного решения уравнений пограничного слоя получено распределение в канале коэффициента сопротивления трения, толщины вытеснения, толщины потери импульса. Проведено сравнение результатов с имеющимися в литературе решениями, полученными приближенными методами.

Рассмотрим стационарное плоское течение несжимаемой вязкой жидкости с постоянной конечной проводимостью в магнитогидродинамическом канале с непроводящими стенками (схематическое изображение канала представлено на фиг. 1). Примем, что магнитное число Рейнольдса мало, приложенные электрическое и магнитное поля постоянны, токами Холла можно пренебречь.

Разделим область течения на ядро потока и пограничные слои и будем считать течение, пренебрегая влиянием пограничного слоя на течение в ядре потока. Все величины, относящиеся к ядру потока, будем обозначать индексом ∞ .

Пусть течение в ядре потока одномерное и происходит с постоянной скоростью u_∞ . Тогда при сделанных предположениях о несжимаемости потока (плотность жидкости $\rho = \text{const}$) получим уравнение движения в виде

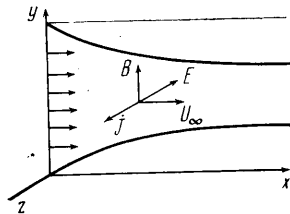
$$dp_\infty / dx + j_\infty B = 0 \quad (1)$$

Плотность электрического тока в ядре j_∞ дается законом Ома

$$j_\infty = \sigma(u_\infty B - E) \quad (2)$$

Следовательно, для градиента давления имеем

$$dp_\infty / dx = -\sigma B(u_\infty B - E) \quad (3)$$



Фиг. 1

Для определения течения в пограничном слое воспользуемся уравнениями магнитогидродинамического пограничного слоя, которые при учете сформулированных выше предположений являются следующими:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} - jB + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$j = \sigma(uB - E)$$

Здесь u , v — продольная и поперечная скорости потока в пограничном слое, μ — коэффициент динамической вязкости.

Полагая, что давление не меняется поперек пограничного слоя ($p = p_\infty$), и используя соотношение (3), преобразуем уравнения (4) к виду

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\sigma B^2}{\rho} (u_\infty - u) + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (5)$$

Граничные условия для системы (5) следуют из условия прилипания жидкости на стенке и сопряжения пограничного слоя с ядром потока, т. е. имеем

$$u = v = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad u = u_\infty \quad \text{при } y = \infty \quad (6)$$

Преобразуем уравнения (5) к новым безразмерным переменным, определяемым соотношениями

$$\xi = \frac{\sigma B^2}{\rho u_\infty} x, \quad \eta = B \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^{1/2} \frac{y}{\sqrt{\xi}} \quad (7)$$

$$U = \frac{u}{u_\infty} = \frac{\partial}{\partial \eta} (\sqrt{\xi} \varphi), \quad v = -u_\infty \frac{\partial}{\partial x} (\sqrt{\xi} \varphi)$$

Для определения U, φ получим систему уравнений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = U \quad \xi \left(U \frac{\partial U}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) - \frac{\varphi}{2} \frac{\partial U}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \xi(U-1) \quad (8)$$

с граничными условиями

$$U = \varphi = 0 \quad \text{при } \eta = 0, \quad U = 1 \quad \text{при } \eta = \infty \quad (9)$$

Уравнения (8) с граничными условиями (9) решались численно методом конечных разностей на ЭВМ М-20. В качестве начальных условий использовалось решение уравнений при $\xi = 0$ (решение задачи Блазиуса).

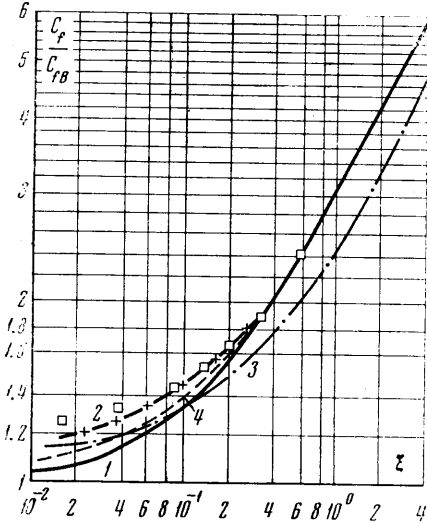
Расчитанные коэффициент трения, толщина вытеснения и толщина потери импульса приведены на фиг. 2, 3.

Коэффициент сопротивления трения на стенке канала определяется по формуле

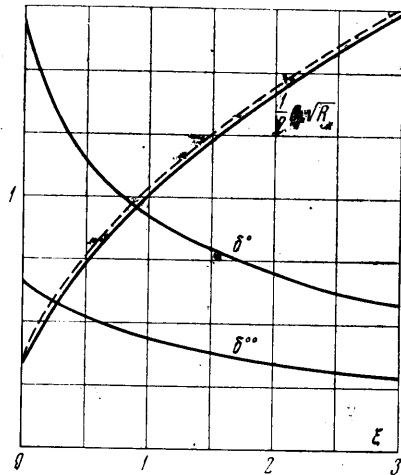
$$C_f = \frac{\mu(\partial u/\partial y)_{y=0}}{1/2 \rho u_\infty^2} = \frac{2}{\sqrt{R_x}} \left(\frac{\partial U}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}, \quad R_x = \frac{u_\infty \rho x}{\mu} \quad (10)$$

На фиг. 2 (кривая 1) представлено распределение по длине канала функции C_f/C_{fB} , т. е. отношения коэффициента трения для магнитогидродинамического пограничного слоя к коэффициенту трения в течении Блазиуса $C_{fB} = 0.664 R_x^{-1/2}$.

На фиг. 2 нанесены кривые 2—4, показывающие распределение коэффициента трения, которые получены при решении задачи о несжимаемом пограничном слое при $u_\infty = \text{const}$ методом интегральных соотношений [6]. Эти кривые различаются



Фиг. 2



Фиг. 3

в зависимости от характера профилей скорости пограничного слоя, заложенных в интегральные соотношения. Кривая 2 соответствует гартмановскому профилю скорости, кривая 3 — параболическому, кривая 4 — профилю Польгаузена. Сравнение этих кривых с кривой 1, соответствующей точному решению уравнений пограничного слоя, дает возможность судить об области применимости метода интегральных соотношений. Как следует из фиг. 2, различия между кривыми 1—3 существенны лишь на некоторой начальной длине (зависящей от параметра магнитогидродинамического взаимодействия), а при достаточном удалении от входного сечения наблюдается совпадение кривой 1 с кривой, соответствующей течению Гартмана [6].

В работе [6] проводится сравнение приближенных решений с численным решением Дикса [7], но последнее относится к задаче об обтекании плоской пластины, постановка которой отличается от постановки задачи о пограничном слое, и поэтому может быть взято в качестве критерия лишь при достаточном удалении от переднего края пластины. Как видно из фиг. 2, различие между решением Дикса (оно отмечено точками) и точным решением (кривая 1) задачи о пограничном слое в начальном участке канала весьма существенно.

На фиг. 3 пунктирной кривой изображена функция $C_f \sqrt{R_x}$, соответствующая локально-автомодельному решению, которое получается при решении уравнений (8) для равных нулю производных $\partial U / \partial \xi$, $\partial \varphi / \partial \xi$. Можно сделать вывод, что локально-автомодельное решение весьма мало отличается от точного.

Толщина вытеснения δ^* и толщина потери импульса δ^{**} вычислялись по формулам

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}} \right) dy = \frac{x}{\sqrt{R_x}} \int_0^{\infty} (1 - U) d\eta \quad (11)$$

$$\delta^{**} = \int_0^{\infty} \frac{u}{u_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}} \right) dy = \frac{x}{\sqrt{R_x}} \int_0^{\infty} U(1 - U) d\eta \quad (12)$$

Распределение по длине канала безразмерных функций $\delta^{\circ} = \delta^* \sqrt{R_x} / x$ и $\delta^{\circ\circ} = \delta^{**} \sqrt{R_x} / x$ приведено на фиг. 3.

Расчеты показывают, что безразмерная толщина пограничного слоя $\eta^* = \delta \sqrt{R_x} / x$ не меняется вдоль канала и равняется 10.6. Значение η^* определялось в каждом сечении канала выполнением граничного условия

$$u = u_{\infty} \quad \text{при} \quad y = \delta, \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{\eta = \eta^*} = 0.$$

Институт механики МГУ

Поступило 30 VII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Rossow V. J. On flow of electrically conducting fluids over a flat plate in the presence of a transverse magnetic field NASA TB 1358, 1958.
2. Wu J. C. Growth of magnetohydrodynamic boundary layers. ARS Journal, 1964, vol. 34, No. 4.
3. Jaffe N. A. Effects of a transverse magnetic field and spanwise electric field on the boundary layer of a conducting fluid. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 10. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 10.)
4. Китанин Э. Л., Соколовский Ю. А. Пограничный слой проводящей среды в магнитном поле. Магнитная гидродинамика, 1966, № 1.
5. Lewis E. The solution of a MHD problem using a numerical method devised by Raetz. Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1968, vol. 24, No. 4.
6. Heywood J. B., Moffat W. C. Validity of integral methods in MHD boundary layer analyses. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 8. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1965, № 8.)
7. Dix D. M. The magnetohydrodynamic flow past a non-conducting flat plate in the presence of a transverse magnetic field. J. Fluid Mech., 1963, vol. 15, p. 3.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИНТЕНСИВНОГО ВДУВА РАЗЛИЧНЫХ ГАЗОВ НА ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

В. М. ЕРОШЕНКО, А. Л. ЕРМАКОВ, А. А. КЛИМОВ,
В. П. МОГУЛЕВИЧ, Ю. П. ТЕРЕНТЬЕВ

(Москва)

Представлены результаты экспериментального исследования влияния вдува различных газов (воздух, CO_2) на турбулентный пограничный слой плоской пластины.

Рассмотрена последовательность деформации осредненных распределений скоростей и концентраций турбулентного пограничного слоя, которая имеет место при варьировании параметра вдува в широком диапазоне. Обнаружен рост толщины ламинарного подслоя при вдуве без его турбулизации, а также увеличение физической толщины пограничного слоя.

Сильный вдув газа в турбулентный пограничный слой привлекает к себе внимание как средство защиты поверхностей различных элементов конструкций главным образом от лучистых тепловых потоков или коррозионного воздействия. При сильном вдуве пограничный слой оттесняется от поверхности, на которой образуется пленка 100%-ной концентрации вдуваемой компоненты. Эта пленка может предохра-