

О ТРАНСЗВУКОВОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СОПЛАХ ЛАВАЛЯ С КРУТЫМИ СТЕНКАМИ

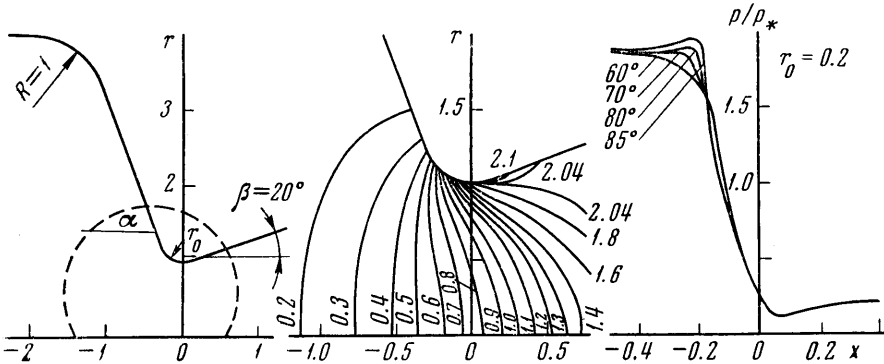
В. И. КИРЕЕВ, Ю. Б. ЛИФШИЦ

(Москва)

В последнее время появилось большое количество работ [1-5], в которых предлагаются различные численные методы решения как прямой, так и обратной задач расчета потока идеального газа в сопле Лавала. Анализ приведенных в них результатов показывает, что, несмотря на двумерность получаемых полей течения, распределение давления по стенке и центральной линии тока мало отличается от значений, вычисленных при помощи гидравлической теории, в которой, как известно, поперечным распределением параметров пренебрегают.

Ниже проводится анализ численных результатов расчета течения газа в переходной области круглых сопел Лавала с очень крутыми стенками, где параметры потока существенно меняются в поперечном направлении и их значения сильно отличаются от полученных в гидравлическом приближении.

1. В качестве объекта исследования было выбрано сопло, верхняя половина продольного сечения которого изображена на фиг. 1. За единицу длины взят радиус критического сечения. Образующая стенки сопла в этом сечении является окружностью радиуса r_0 . Входная часть состоит из комбинации конуса с углом наклона образующей α и цилиндра радиуса 4, сопряженных дугой окружности радиуса 1. Выхлопная часть сопла представляет собой конус, образующая которого наклонена под углом $\beta = 20^\circ$ к его оси.



Фиг. 1

Фиг. 2

Фиг. 3

В проведенной серии расчетов газ считался совершенным с неизменным отношением удельных теплоемкостей, равным 1.4. Изменялись только значения угла α и радиуса r_0 образующей горловины сопла в пределах $60^\circ \leq \alpha \leq 85^\circ$, $0.2 \leq r_0 \leq 0.5$. Все расчеты производились по методу, детально изложенному в работе [5].

На фиг. 2 приведено поле линий уровня числа Маха в отмеченной кругом области сопла (фиг. 1), для которого $\alpha = 70^\circ$ и $r_0 = 0.3$. Оно является типичным для течений с указанным выше диапазоном изменения α и r_0 .

В области, прилегающей к стенке сопла в окрестности его горла, осуществляется весьма интенсивный разгон потока. Вдоль оси сопла ускорение частиц происходит гораздо медленнее. Это приводит к значительному изменению величины скорости в поперечном направлении и связанному с ним изменению остальных параметров потока. Так, в рассматриваемом случае значение числа Маха в критическом сечении $x = 0$ изменяется от 0.75 на оси сопла до 1.7 на его стенке. При продвижении вверх по потоку от критического сечения поперечный градиент параметров быстро уменьшается. Как видно из фиг. 2, на расстоянии 0.5 калибра он составляет примерно 0.13 для числа Маха. В выхлопной части сопла поперечная неравномерность потока сохраняется на значительно больших расстояниях.

Во всех рассмотренных примерах в сверхзвуковой области течения на стенке сопла возникала небольшая зона торможения. На фиг. 2 она хорошо видна.

2. Предположение о том, что течение в переходной части сопел Лавала определяется главным образом значением радиуса кривизны стенки в критическом сечении, легло в основу двух работ [6, 7], в которых величина параметров потока определялась аналитически. В работе [7] исправлены ошибки, допущенные в более ранней работе [6], и результаты распространены на малые значения радиуса r_0 . В работе [8] приводится сравнение результатов экспериментального исследования сопла с $\alpha = 45^\circ$ и $r_0 = 0.625$ с расчетом по формулам работы [7]. Из него видно, что поле течения лишь на некотором расстоянии от стенки сопла удовлетворительно описывается при помощи разложения по параметру $(1 + r_0)^{-1}$.

Тем не менее указанное предположение о преимущественном влиянии величины r_0 на течение в соплах хорошо выполняется и в пристеночной области сопла Лавала. Это следует из приводимых ниже результатов расчета.

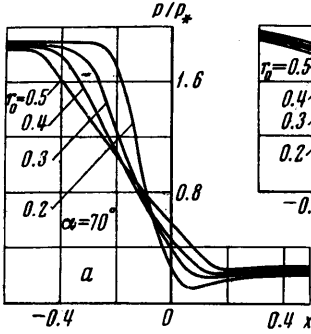
На фиг. 3 изображены кривые распределения отношения давления к критическому p/p_* вдоль стенки при $r_0 = 0.2$ и различных значениях угла α . Существенное различие между ними наблюдается только в малой окрестности точки сопряжения конического участка с дугой окружности образующей горловины сопла. При очень больших значениях угла α вблизи этой точки имеется небольшое сжатие потока, природа которого аналогична хорошо известному явлению, обычно возникающему при обтекании носика профиля крыла с резким изменением радиуса кривизны его контура. Как указывалось выше, в сверхзвуковой области течения на стенке также появляется область сжатия. В работе [8] она интерпретируется как косой скачок уплотнения. По приводимым результатам такого вывода сделать нельзя.

Аналогичные результаты получены и для других значений радиуса r_0 . Они явно указывают на слабую зависимость параметров потока от величины угла α наклона подводящего конического участка к оси сопла.

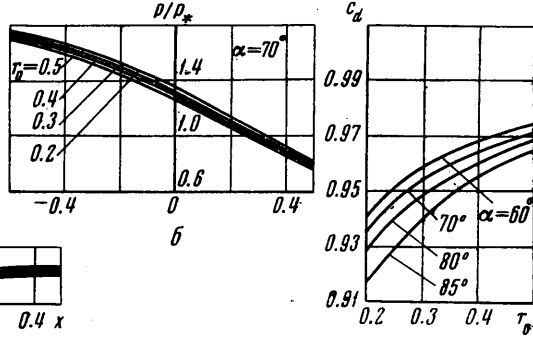
Вместе с тем изменение величины p/p_* вдоль стенки сильно зависит от r_0 . Это хорошо видно из фиг. 4, а, где приведены кривые p/p_* для различных значений r_0 , но одного и того же угла $\alpha = 70^\circ$. Как и следовало ожидать, при увеличении радиуса r_0 кривые отношения давлений становятся все более пологими и приближаются к получаемым в гидравлическом приближении. Интенсивность сжатия на стенке в сверхзвуковой области потока также падает с ростом r_0 .

Рассмотрим теперь изменение полученных величин вдоль оси симметрии сопла. В отличие от периферийных областей потока распределение параметров на его оси во всех случаях было монотонным. Для угла $\alpha = 70^\circ$ на фиг. 4, б построены распределения p/p_* при различных r_0 . В согласии с общими представлениями о структуре течения зависимость p/p_* и ос-

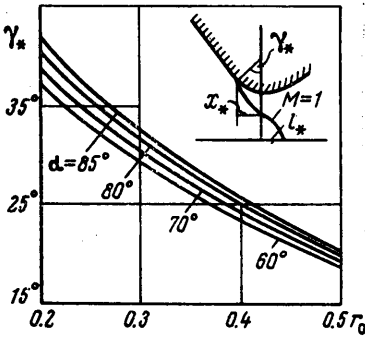
тальных параметров потока от r_0 сильно ослабляется при удалении от стенки. Их зависимость от угла становится еще более слабой. Приведенные результаты наглядно иллюстрируют известную некорректность обратной задачи сопла, заключающейся в определении поля течения по заданному распределению параметров на его оси. В работе [2], например, в ко-



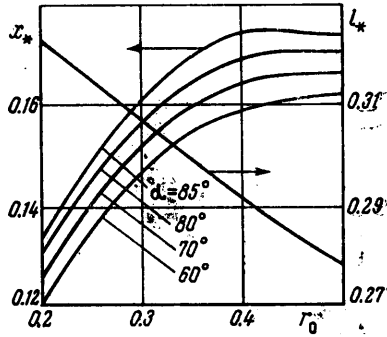
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

торой производилось численное решение обратной задачи, она выражалась в невозможности продолжать счет при неудачном выборе узлов расчетной сетки на оси x . Указанная некорректность имеет физическую основу и связана со слабой зависимостью величин на центральной линии тока от конфигурации стенок.

3. Расход газа в единицу времени через поперечное сечение сопла в расчетном режиме его работы является одной из наиболее важных характеристик. Он определяется только формой подводящей части канала, в поперечном сечении которого происходит переход через скорость звука. В качестве его меры берется коэффициент расхода C_d , равный отношению величины потока массы через поперечное сечение сопла к потоку массы через сечение цилиндрической трубы, радиус которой равен критическому, а скорость частиц в ней звуковая. Коэффициент $C_d = 1$ в очень пологих соплах, у которых $r_0 = \infty$. В крутых соплах $C_d < 1$. На фиг. 5 приведены значения C_d для различных r_0 и углов α . Здесь опять зависимость от r_0 проявляется более сильно, чем от угла α наклона образующей конуса. Однако пренебрегать ею не следует из-за важности знания величины C_d .

Для плоских потоков хорошо известно, что минимальное значение $C_d = 0.85$ [9] достигается при истечении сверхкритической струи из экра-

на, т. е. при $\alpha = 90^\circ$ $r_0 = 0$. Результаты, приведенные на фиг. 5, указывают на такую же тенденцию и в осесимметричных течениях.

Для более полного описания трансзвукового течения в горле сопла следует выяснить еще эволюцию положения звуковой линии, форма которой при $r_0 = 0.3$ и $\alpha = 70^\circ$ приведена на фиг. 1. Отметим, что во всех рассмотренных случаях звуковая линия имеет точку перегиба.

Звуковая точка на стенке сопла находится на дуге его горловины, и ее положение может быть описано величиной угла γ_* , отмеченного на фиг. 6. Положение звуковой точки на оси симметрии относительно критического сечения характеризуется ее координатой l_* . На фиг. 6 приведены кривые изменения γ_* в зависимости от r_0 и угла α . Как и все остальные параметры течения, γ_* от α зависит слабее, чем от r_0 . С уменьшением r_0 угол γ_* растет и согласно общим положениям газодинамики должен равняться α при $r_0 = 0$. Координата l_* почти не зависит от α . Ее изменение в зависимости от r_0 изображено на фиг. 7. Там же приведены еще значения координаты x_* положения звуковой точки на стенке сопла.

Поступило 3 IV 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Алихашкин Я. И., Фаворский А. П., Чушкин П. И. О расчете течения в плоском сопле Лавала. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1963, т. 3, № 6, стр. 1130—1134.
2. Пирумов У. Г. Расчет течения в соплах Лавала. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5, стр. 10—22.
3. Migdal D., Klein K., Moretti G. Time-dependent calculations for transonic nozzle flow. AIAA Journal, 1969, vol. 1, No. 2, pp. 372—374.
4. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5, стр. 77—83.
5. Киреев В. И., Лифшиц Ю. Б., Михайлов Ю. Я. О решении прямой задачи сопла Лавала. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 1, стр. 8—13.
6. Hall T. M. Transonic flow in two-dimensional and axially-symmetric nozzles. Quart. J. Mech. Appl. Math., 1962, vol. 15, pt 4, pp. 487—508.
7. Kliegel J. K., Levine J. N. Transonic flow in small throat radius of curvature nozzles. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 7, pp. 1375—1378.
8. Cuffel R. F., Back L. H., Massier P. F. Transonic flow field in a supersonic nozzles with small throat radius of curvature. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 7, pp. 1364—1366.
9. Франкль Ф. И. Истечение сверхзвуковой струи из сосуда с плоскими стенками. Докл. АН СССР, Новая серия, 1947, т. 58, № 3, стр. 381—384.