# ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ЭЛЕКТРОДОВ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА В МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ КАНАЛЕ 

А. Г. КОРСУН, А. Л. ЛЕВИН

(Москва)
Решена плоская задача о течении проводящего газа поперек однородного магнитного поля в магнитогазодинамическом канале с учетом эффекта Холла при малых магнитных числах Рейнольдса. Канал образован двумя длинными әлектродами, поперечное сечение канала слабо и периодически изменяется вдоль потока газа Предполагается, что әлектромагнитные силы малы. Показано, что распределение тока в канале существенно неравномерно и на электродах могут образовываться обратные токи как при дозвуковом, так и при сверхзвуковом течениях проводящего

$\Phi_{\text {III. }} 1$ газа. Поперечное движение газа, вызванное изменением сечения канала, приводит к увеличөнию джоулевых потерь энергии.

В работе [1] получено распределение тока в плоском канале, образованном бесконечными диәлектрическими стенками, при течении по нему стационарного потока плазмы поперек однородного магнитного поля. Поперечное сечение канала слабо изменяется. При взаимодействии потока с магнитным полем в канале появляются замкнутые петли тока.

1. Рассматривается плоское стационарное течение проводящего газа в канале $|X|<\infty, \eta h f(X) \leqslant Y \leqslant h$, образованном длинными (т. е. влияние концов не учитывается) идеально проводящими электродами (фиг. 1), где $\eta$ - безразмерный малый параметр, характеризующий отклонение геометрии канала от канала постоянного сечения, $f(X)$ - периодическая вдоль $X$ функция с периодом $(h L)$, причем функция $f(X)$ и ее первая производная $f^{\prime}(X)$ порядка единицы. Ось абсцисс выбрана таким образом, чтобы усредненная по периоду $(h L)$ функция $f(X)$ равнялась нулю, т. е.

$$
\langle f\rangle=\frac{1}{h L} \int_{0}^{h L} f(X) d X=0
$$

Пренебрегается вязкостью и теплопроводностью газа, а в уравненши закона Ома - членами, пропорциональными градиентам давления и температуры электронов, а также членами, связанными со скольжением ионов, но учитывается член с эффектом Холла. Внешнее магнитное поле $\mathbf{B}_{*}$ однородно и направлено по оси $Z$, тока вдоль которой нет, поэтому суммарное (внешнее и индуцированное) магнитное поле В направлено вдоль $Z$ и зависит от $X$ и $Y$.

Вводятся безразмерные величины. Масштабами для плотности $\rho$, двух комшонент скорости $u$ и $v$ (фиг. 1), температуры $T$, проводимости $\sigma$, степени ионизации $\alpha$ и линейных размеров приняты соответственно их средние по сечению значения $\rho_{*}, u_{*}, T_{*}, \sigma_{*}, \alpha_{*}$ п ширина канала $h$, например

$$
u_{*}=\int_{0}^{h} u_{p}(0, Y) d Y
$$

Здесь $u_{v}(0, Y)=u_{*} u(0, y)$ - размерная величина скорости вдоль канала; $x, y, z$ - безразмерные координаты, соответствующие размерным координатам $X, Y$ и $Z$. Для магнитного поля $B$, плотности тока $j$ и электрического потенциала $\varphi$ масштабами служат $B_{*}, \sigma_{*} u_{*} B_{*}$ п $u_{*} B_{*} h$. Используются следующие критерии подобия: $M$ - число Маха, $A$ - число Альфвена, $H$ - параметр Холла, $R_{m}$ - магнитное число Рейнольдса, $\gamma$ - отношение теплоемкостей

$$
M^{2}=\frac{u_{*}}{\gamma R T *}, \quad A^{2}=\frac{B *^{2}}{\mu \rho * u_{*}^{2}}, \quad H=\frac{\sigma_{*} m_{i} B_{*}}{\alpha * \rho * e}, \quad R_{m}=\sigma_{*} u * h \mu
$$

Здесь $R$ - газовая постоянная; $\mu$ - магнитная проницаемость; $e$ и $m_{i}$ - заряд и масса иона.

В этом случае континуальное течение однократно ионизированной, квазинейтральной плазмы описывается уравнениями (1.1) и (1.2), приведепными в работе [ ${ }^{2}$ ]. Если изменения всех безразмерных величин в канале малы по сравнению с их средними значениями, т. е. если

$$
\begin{aligned}
|u-1| \leqslant \varepsilon, \quad|v| \leqslant \varepsilon, \quad|\rho-1| \leqslant \varepsilon, \quad|T-1| \leqslant \varepsilon \\
|B-1| \leqslant \varepsilon, \quad|\sigma-1| \leqslant \varepsilon, \quad|\alpha-1| \leqslant \varepsilon, \quad|\eta| \leqslant \varepsilon, \quad(\varepsilon \leqslant 1)
\end{aligned}
$$

то эти уравнения можно линеаризовать по параметру $\varepsilon$ и получить систему (1.3) работы [ ${ }^{2}$ ]. При слабом воздействии электромагнитных сил на поток, т. е, при выполнении условия

$$
A^{2} M^{2} \partial B / \partial x \preccurlyeq \partial v / \partial y
$$

п при малых магнитных числах Рейнольдса $R_{m}$ она превращается в следующую систему уравнений:

$$
\begin{gather*}
\frac{\partial^{2} B}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2} B}{\partial y^{2}}=R_{m} \frac{M^{2}}{M^{2}-1} \frac{\partial v}{\partial y} \\
\frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}}-\frac{1}{M^{2}-1} \frac{\partial^{2} v}{\partial y^{2}}=0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{M^{2}-1} \frac{\partial v}{\partial y}  \tag{1.1}\\
\frac{\partial \rho}{\partial x}=-\frac{M^{2}}{M^{2}-1} \frac{\partial v}{\partial y}, \quad T=\rho^{\nu-1}
\end{gather*}
$$

Четыре последних уравнения системы (1.1) описывают в линейном приближении поток сжимаемого газа в отсутствие электромагнитных сил. В уравнении индукции член правой части учитывает влияние изменяющейся скорости потока сжимаемого газа на распределенпе электромагнитных величин. В несжимаемом газе, т. е. при $M^{2} \leqslant 1$, этот член отсутствует.

Граничные условия записываются в следующем виде. На непроницаемых для газа электродах имеем

$$
\begin{equation*}
v=\eta f^{\prime}(x) \quad(y=0), \quad v=0 \quad(y=1) \tag{1.2}
\end{equation*}
$$

На идеально проводящих электродах тангенциальная составляющая напряженности электрического поля равна нулю. Если приэлектродные падения малы по сравнению с разностью потенциалов между әлектродами $\varphi_{0}$, то граничное условие для магнитного поля в линейном приближении

можно получить из уравнения закона Ома и записать так:

$$
\begin{equation*}
\partial B / \partial y=H \partial B / \partial x \quad \text { при } y=0, \quad y=1 \tag{1.3}
\end{equation*}
$$

Как видно из полученных ниже решений, условие (1.3) выполняется при $\left|\varphi_{0}-1\right| \lesssim \varepsilon$. Из линеаризованной $y$-компоненты закона Ома можно написать следующее соотношение:

$$
\int_{f}^{1} \frac{\partial B}{\partial x} d y=R_{m}\left[\int_{f}^{1} B d y-\varphi_{0}+\int_{f}^{1}(u-1) d y\right]-H[B(x, 1)-B(x, f)]
$$

Отсюда определяются константы при интегрировании уравнения индукции. Следует отметить, что $\varphi_{0} \gg 1$ соответствует режиму ускорителя, $\varphi_{0}<1$ - режиму генератора.
2. Рассматривается дозвуковое течение потока плазмы ( $P^{2}=1$ -$-M^{2}>0$ ).

Легко находится решение газодинамических уравнений системы (1.1). Для скорости $v$ при граничных условиях (1.2) методом разделения переменных получается выражение

$$
v=\eta \beta_{k=1}^{\infty} k \frac{\operatorname{sh}(k \beta P(y-1)}{\operatorname{sh}(k \beta P)}\left[b_{k} \sin (k \beta x)-a_{k} \cos (k \beta x)\right] \quad(\beta=2 \pi / L),
$$

Для величин $u$ и $\rho$ решения имеют вид

$$
\begin{gather*}
u=u(0, y)+\frac{\eta \beta}{2} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\operatorname{ch}(k \beta P(y-1))}{\operatorname{sh}(k \beta P)}\left[a_{k} \sin (k \beta x)+b_{k}(\cos (k \beta x)-1)\right] \\
\rho=1-\eta \beta \frac{1-P^{2}}{P} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\operatorname{ch}(k \beta P(y-1))}{\operatorname{sh}(k \beta P)}\left[a_{k} \sin (k \beta x)+b_{k} \cos (k \beta x)\right] \\
a_{k}=\frac{2}{L} \int_{0}^{\mathrm{L}} f(x) \sin (k \beta x) d x, \quad b_{k}=\frac{2}{L} \int_{0}^{L} f(x) \cos (k \beta x) d x \tag{2.1}
\end{gather*}
$$

Постоянная интегрирования, возникающая при получении выражения (2.1), исключается из условия $\partial \rho / \partial y=-M^{2} \partial v / \partial x$, которое является $y$-компонентой линеаризованного уравнения движения.

Из уравнения индукции при граничных условиях (1.3) методом разделения переменных получается следующее выражение для магнитного поля

$$
\begin{gathered}
B=1-R_{m} \frac{\varphi_{0}-1}{1+H^{2}}(x+H y)- \\
-\eta_{i} \frac{R_{m}}{P} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}(k \beta P(y-1))}{\operatorname{sh}(k \beta P)}\left[a_{k} \cos (k \beta x)-b_{k} \sin (k \beta x)\right]+ \\
+\eta \frac{R_{m}}{2\left(1+H^{2}\right)} \sum_{k=1}^{\infty}\left\{\left[A_{k}(P) e^{k \beta y}+C_{k}(P) e^{-k \beta y}\right] \cos (k \beta x)++^{\circ}\right. \\
\left.+\left[D_{k}(P) e^{k \beta y}+E_{k}(P) e^{-k \beta y}\right] \sin (k \beta x)\right\}
\end{gathered}
$$

Здесь
$A_{k}(P)=H\left[1-e^{-k \beta} \operatorname{ch}(k \beta P)\right]\left(H a_{k}+b_{k}\right) G_{k}(P)+\left(a_{k}-H b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{-k \beta}$
$C_{k}(P)=H\left[1-e^{k \hat{\beta}} \operatorname{ch}(k \beta P)\right]\left(-H a_{k}+b_{k}\right) G_{k}(P)+\left(a_{k}+H b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{k \beta}$
$D_{k}(P)=H\left[1-e^{-k \beta} \operatorname{ch}(k \beta P)\right]\left(a_{k}-H b_{k}\right) G_{k}(P)-\left(H a_{k}+b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{-k \beta}$ $E_{k}(P)=H\left[1-e^{k \beta} \operatorname{ch}(k \beta P)\right]\left(a_{k}+H b_{k}\right) G_{k}(P)+\left(H a_{k}-b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{k \beta}$ $G_{k}(P)=P^{-1} \operatorname{csch}(k \beta P) \operatorname{csch}(k \beta)$

Если газ, движущийся в канале, несжимаем (т. е. $M=0$ ), то члены решения, связанные с изменением сечения канала и пропорциональные $\eta$, исчезают.


Фиг. 2
В том случае, когда нижний электрод имеет форму синусоиды (фиг. 2, a)

$$
f(x)=\sin (\beta x)
$$

решение записывается так:

$$
\begin{gather*}
v=-\eta \beta \operatorname{csch}(\beta P) \operatorname{sh}(\beta P(y-1)) \cos (\beta x)  \tag{2.2}\\
u=u(0, y)+\eta \beta P^{-1} \operatorname{csch}(\beta P) \operatorname{ch}(\beta P(y-1)) \sin (\beta x)  \tag{2.3}\\
\rho=1-\eta \beta\left(1-P^{2}\right) P^{-1} \operatorname{csch}(\beta P) \operatorname{ch}(\beta P(y-1)) \sin (\beta x) \\
B=1-R_{m}\left(\varphi_{0}-1\right)\left(1+H^{2}\right)^{-1}(x+H y)- \\
\quad-R_{m} \eta P^{-1} \operatorname{csch}(\beta P) \operatorname{ch}(\beta P(y-1)) \cos (\beta x)- \\
\quad-R_{m} \eta G_{1}(P) H\left(1+H^{2}\right)^{-1}\{H[\operatorname{ch}(\beta P) \operatorname{sh}(\beta(y-1))- \\
-\operatorname{sh}(\beta y)] \cos (\beta x)+[\operatorname{ch}(\beta P) \operatorname{ch}(\beta(y-1))-\operatorname{ch}(\beta y)] \sin (\beta x)\}+ \\
+R_{m} \eta\left(1+H^{2}\right)^{-1} \operatorname{csch} \beta[\operatorname{ch}(\beta(y-1)) \cos (\beta x)-H \operatorname{sh}(\beta(y-1)) \sin (\beta x)]
\end{gather*}
$$

На фиг. 2 , б сплошной линией показана зависимость поперечной коммоненты скорости $v$ от $y$ при $x=0, L=2, M=0.8$.

Выражения для компонент плотности тока имеют следующий вид:

$$
\begin{gather*}
j_{x}=-\frac{H}{1+H^{2}}\left(\varphi_{0}-1\right)+\eta \psi_{x}, \quad j_{y}=\frac{\varphi_{0}-1}{1+H^{2}}+\eta \psi_{y} \\
\psi_{x}=-\beta \operatorname{csch}(\beta P) \operatorname{sh}(\beta P(y-1)) \cos (\beta x)- \\
-H \beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} G_{1}(P)\{H[\operatorname{ch}(\beta P) \operatorname{ch}(\beta(y-1))-\operatorname{ch}(\beta y)] \cos (\beta x)+ \\
+[\operatorname{ch}(\beta P) \operatorname{sh}(\beta(y-1))-\operatorname{sh}(\beta y)] \sin (\beta x)\}+ \\
+\beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} \operatorname{csch} \beta(\operatorname{sh}(\beta(y-1)) \cos (\beta x)-H \operatorname{ch}(\beta(y-1)) \sin (\beta x)) \tag{25}
\end{gather*}
$$

$\psi_{y}=-\beta P^{-1} \operatorname{csch}(\beta P) \operatorname{ch}(\beta P(y-1)) \sin (\beta x)-$
$-H \beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} G_{1}(P)\{H[\operatorname{ch}(\beta P) \operatorname{sh}(\beta(y-1))-\operatorname{sh}(\beta y)] \sin (\beta x)-$

$$
\begin{gathered}
-[\operatorname{ch}(\beta P) \operatorname{ch}(\beta(y-1))-\operatorname{ch}(\beta y)] \cos (\beta x)\}+ \\
+\beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} \operatorname{csch} \beta[\operatorname{ch}(\beta(y-1)) \sin (\beta x)+H \operatorname{sh}(\beta(y-1)) \cos (\beta x)]
\end{gathered}
$$

Зависимость $j_{y}(x)$ при $\eta /\left(\varphi_{0}-1\right)=1, L=2, M=0.8$ показана для $H \preccurlyeq 1$ на фиг. 3, $a$ и для $H=1$ - на фиг. 4, $a$ (кривые 1,2 п 3 соответствуют $y=0,0.5,1$ ). Линии электрического тока при тех же параметрах представлены на фиг. 3, 6 и фиг. 4, б. Направление тока показано стрелками для $\varphi_{0}>1$. При $H \ll 1$ (фиг. 3 , б) около выпуклостей волнистого электрода образуются обратные электрические токи, которые замыкаются на этом же электроде.


На плоском электроде подобных токов не существует, но есть обратные токи другого типа, которые начинаются на нем и текут к волнистому әлектроду против направления общего тока. При $H=1$ эти токи сохраняются, но несколько перекашиваются. Кроме того, на плоском электроде появляются замыкающиеся на нем обратные токи, а внутри канала - петли тока. Интересно, что одни участки электрода работают как аноды, другие участки того же самого электрода выполняют роль катода. Как видно из решения, влияние неровностей электрода на распределение тока усиливается при уменьшении величин ( $\varphi_{0}-1$ ) / $\eta$ и $\left|1-M^{2}\right|$. Например, при $H \preccurlyeq 1$ неоднородности тока на электроде $y=0$ сравнимы со средней плотностью тока между электродами, если

$$
\begin{equation*}
\left(\varphi_{0}-1\right) / \eta \sim\left|\beta\left(\operatorname{cth} \beta-P^{-1} \operatorname{cth}(\beta P)\right)\right| \tag{2.6}
\end{equation*}
$$

3. Далее рассматривается сверхзвуковое течение плазмы ( $F^{2}=M^{2}$ -$-1>0$ ). По аналогии с дозвуковым случаем для газодинамических уравнений системы (1.1) получаются следующие решения:

$$
\begin{gathered}
v=\eta \beta \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\sin (k \beta F(y-1))}{\sin (k \beta F)}\left[b_{k} \sin (k \beta x)-a_{k} \cos (k \beta x)\right], \quad \beta F \neq l \pi . \\
l=1,2,3, \ldots \\
u=u(0, y)-\eta \frac{\beta}{F} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\cos (k \beta F(y-1))}{\sin (k \beta F)}\left[a_{k} \sin (k \beta x)+b_{k}(\cos (k \beta x)-1)\right]
\end{gathered}
$$

$$
\rho=1+\eta \beta \frac{1+F^{2}}{F} \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\cos (k \beta F(y-1))}{\sin (k \beta F)}\left[a_{k} \sin (k \beta x)+b_{k} \cos (k \beta x)\right]
$$

Величина магнитной индукции определяется выражением

$$
B=1-R \frac{\varphi_{0}-1}{1+H^{2}}(x+H y)+\eta \frac{R_{m}}{F} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos (k \beta F(y-1))}{\sin (k \beta F)}\left[a_{k} \cos (k \beta x)-\right.
$$

$$
\left.-b_{k} \sin (k \beta x)\right]+\eta \frac{\boldsymbol{R}_{m}}{2\left(1+H^{2}\right)} \sum_{k=1}\left\{\left[A_{k}(F) e^{k \beta y}+C_{k}(F) e^{-k \beta y}\right] \cos (k \beta x)+\right.
$$

$$
\left.+\left[D_{k}(F) e k^{\beta y}+E_{k}(F) e^{-k \beta v}\right] \sin (k \beta x)\right\}
$$

Здесь
$A_{k}(F)=H\left[e^{-k \beta} \cos (k \beta F)-1\right]\left(H a_{k}+b_{k}\right) G_{k}(F)+\left(a_{k}-H b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{-k \beta}$
$C_{k}(F)=H\left[e^{k \beta} \cos (k \beta F)-1\right]\left(-H a_{k}+b_{k}\right) G_{k}(F)+\left(a_{k}+H b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{k \beta}$
$D_{k}(F)=H\left[e^{-k \beta} \cos (k \beta F)-1\right]\left(a_{k}-H b_{k}\right) G_{k}(F)-\left(H a_{k}+b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{-k \beta}$ $E_{k}(F)=H\left[e^{h \beta} \cos (k \beta F)-1\right]\left(a_{k}+H b_{k}\right) G_{k}(F)+\left(H a_{k}-b_{k}\right) \operatorname{csch}(k \beta) e^{k \beta}$ $G_{k}(F)=F^{-1} \csc (k \beta F) \operatorname{csch}(k \beta)$
Это решение для электрода, имеющего форму синусоиды $f(x)=$ $=\sin (\beta, x)$, упрощается

$$
\begin{gather*}
v=-\eta \beta \csc (\beta F) \sin (\beta F(y-1)) \cos (\beta x)  \tag{3.1}\\
u=u(0, y)-\eta \beta F^{-1} \csc (\beta F) \cos (\beta F(y-1)) \sin (\beta x) \\
\rho=1+\eta \beta\left(1+F^{2}\right) F^{-1} \csc (\beta F) \cos (\beta F(y-1)) \sin (\beta x)  \tag{3.2}\\
B=1-R_{m}\left(\varphi_{0}-1\right)\left(1+H^{2}\right)^{-1}(x+H y)+R_{m} \eta F^{-1} \csc (\beta F) \cos (\beta F(y- \\
-1)) \cos (\beta x)+R_{m} \eta G_{1}(F) H\left(1+H^{2}\right)^{-1}\{H[\cos (\beta F) \operatorname{sh}(\beta(y-1))- \\
-\operatorname{sh}(\beta y)] \cos (\beta x)+[\cos (\beta F) \operatorname{ch}(\beta(y-1))-\operatorname{ch}(\beta y)] \sin (\beta x)\}+ \\
R_{m} \eta\left(1+H^{2}\right)^{-1} \operatorname{csch} \beta[\operatorname{ch}(\beta(y-1)) \cos (\beta x)-H \operatorname{sh}(\beta(y-1)) \sin (\beta x)]
\end{gather*}
$$

На фиг. 2 , б штриховой линией дана зависимость $v=v(y)$ при $x=0$, $L=2, M=1.25$. Плотности токов находились из соотношений (2.4), где $\psi_{x}$ и $\psi_{y}$ имеют следующий вид:

$$
\begin{gather*}
\psi_{x}=-\beta \csc (\beta F) \sin (\beta F(y-1)) \cos (\beta x)+ \\
+H \beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} G_{1}(F)\{H[\cos (\beta F) \operatorname{ch}(\beta(y-1))-\operatorname{ch}(\beta y)] \cos (\beta x)+ \\
+[\cos (\beta F) \operatorname{sh}(\beta(y-1))-\operatorname{sh}(\beta y)] \sin (\beta x)\}+ \\
+\beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} \operatorname{csch} \beta[\operatorname{sh}(\beta(y-1)) \cos (\beta x)-H \operatorname{ch}(\beta(y-1)) \sin (\beta x)]  \tag{3.3}\\
\psi_{y}=\beta F^{-1} \csc (\beta F) \cos (\beta F(y-1)) \sin (\beta x)+ \\
+H \beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} G_{1}(F)\{H[\cos (\beta F) \operatorname{sh}(\beta(y-1))-\operatorname{sh}(\beta y)] \sin (\beta x)- \\
-[\cos (\beta F) \operatorname{ch}(\beta(y-1))-\operatorname{ch}(\beta y)] \cos (\beta x)\}+ \\
+\beta\left(1+H^{2}\right)^{-1} \operatorname{csch} \beta[\operatorname{ch}(\beta(y-1)) \sin (\beta x)+H \operatorname{sh}(\beta(y-1)) \cos (\beta x)]
\end{gather*}
$$

Зависимость $j_{y}(x)$ в сверхзвуковом течении при $\eta /\left(\varphi_{0}-1\right)=1, L=2$, $M=1.25$ показана на фиг. $5, \sigma$ для $H_{1}<1$ и для $H=1$ на фиг. $6, a$ (кривые 1,2 и 3 соответствуют $y=0, y=0.5$ п $y=1$ ). Линии әлектрического тока изображены на фиг. $5, a$ и фиг. 6,6 . Направление тока показано стрелками для $\varphi_{0}>1$. При $H \gtrless 1$ внутри канала появляются узлы тока, в которых плотность тока равна нулю. При $H=1$ эти узлы размываются, и вблизи их образуются области, в которых плотность тока значительно меньше, чем в других местах межэлектродного промежутка ${ }^{1}$.

Для сверхзвука можно получить аналогично формуле (2.6) выражение

$$
\left(\varphi_{0}-1\right) / \eta \sim\left|\beta\left(\operatorname{cth} \beta+F^{-1} \operatorname{ctg}(\beta F)\right)\right|
$$

которое получается из условия равенства амшлитуды неоднородности тока на электроде $y=0$ средней плотности тока между электродами.

4. Джоулева диссипация на участке канала длиной $L$ в до- п сверхзвуковом потоке определяется выражением

$$
q=L \frac{\left(\varphi_{0}-1\right)^{2}}{1+H^{2}}+\eta^{2} \int_{0}^{1} \int_{0}^{L}\left(\psi_{x}{ }^{2}+\psi_{y}{ }^{2}\right) d x d y
$$

Потери энергии на нагрев в магнитогазодинамическом канале переменного сечения больше, чем в канале постоянного сечения. Как и в канале, образованном непроводящими стенками [ ${ }^{1}$ ], эти дополнительные потери связаны со сжимаемостью среды. Объясняются они тем, что возмущение поля скоростей сжимаемого потока приводит к искривлению линий электрического тока и их удлинению, а при некоторых условиях - п к образованию петель тока, замыкающихся внутри канала или через электроды. Если в канале движется несжимаемая жидкость, то неровности на поверхности электрода не приводят к возмущению линий электрического тока и к возрастанию джоулевых потерь, так как при $M \rightarrow 0 \quad \psi_{x} \rightarrow 0$ и $\psi_{y} \rightarrow 0$.

Возмущения в распределении токов связаны с возмущениями напряженности внешнего электрического поля $-\nabla \varphi$ и индуцированного $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

Например, в простейшем случае при $H \preccurlyeq 1, R_{m} \gtrless 1$ и $u(0, y)=1$ безразмерные величины плотности тока для дозвукового и сверхзвукового

[^0]потока, используя выражения (2.4), (2.5) и (3.3), можно представить в следующем виде:

$$
\begin{gathered}
j_{y}=-\frac{\partial \varphi}{\partial y}-u, \quad j_{x}=-\frac{\partial \varphi}{\partial x}+v \\
-\varphi=\varphi_{0}(y-1)+\eta \operatorname{sh}(\beta(y-1)) \operatorname{csch} \beta \sin (\beta x)
\end{gathered}
$$

а величины $v$ и $и$ определяются формулами (2.2) и (2.3) при $M<1$ и (3.1), (3.2) при $M>1$. Для случая $M<1$ знак возмущения плотности тока определяется возмущениями индуцируемого поля $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, которые лишь частично компенсируются электрическим полем. Хотя около выпуклостей электрода напряженность электрического поля больше, чем около впадин, плотность тока на выпуклостях может быть не только меньше, но даже менять направление на противоположное, как это имеет место на фиг. 3. При $M>1$ картина усложняется из-за того, что поле скоростей определяется взаимодействием волн, образующихся на неровностях нижнего электрода и отраженных от верхнего электрода.

Так как плотность теплового потока в электроды растет с ростом плотности тока ${ }^{1}$, то концентрация тока во впадинах электрода, ноказанная на фиг. 3-6, может приводить к ускоренному увеличению этих впадин, а следовательно, к разрушению электрода.

Поступило 20 VIII 1969

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ватажин А. Б. Джоулевы потери в канале переменного сечения, обусловленные сжимаемостью газа. ПМТФ, 1968, Јॄ 4.
2. К орсун А. Г. Течение в канале проводящего газа с большим магнитным чкслом Рейнольдса в линейном приближении. ПМТФ, 1968, № 5.
[^1]
[^0]:    ${ }^{1}$ Плотность линий электрического тока на фиг. $3,6,4,5,5, a$ п 6,6 пропорциональна плотности тока.

[^1]:    1 Лёвин А. Л. Исследование переноса энергки от пдазмы к твердой поверхностя при наличии магнитного поля. Сб. «Вопросы фпзнки нгзкотемпературной плазмы». Минск, «Наука и техника», 1970.

