ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДВУТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ В КАНАЛЕ ДИСКОВОГО МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА

В. Н. ПРИБЫЛОВ

(*Москва*)

Проводится исследование установившегося одномерного течения двутемпературной частично ионизованной плазмы в канале дискового холловского генератора. В работах [1, 2] описаны эксперименты с дисковым генератором. В упрощенной постановке задача, аналогичная данной, рассмотрена в работе [3]. В данной статье учитываются химические реакции ионизации и рекомбинации. Уравнение энергии для электронного газа берется в дифференциальной форме, что позволяет выяснить вопрос о применимости формулы Керреброка [4] для разницы температур электронов и тяжелых частиц.

1. Основные уравнения. Рассмотрим плоское установившееся сверхзвуковое течение частично ионизованной двутемпературной плазмы, состоящей из аргона с присадкой цезия, в поперечном магнитном поле. Будем решать задачу в одномерной постановке: пусть все функции зависят только от радиуса r и не зависят от координаты z и угла ϑ. Введем начальный радиус r°; решение будем искать для $r \geqslant r^\circ$. Решение такой задачи будет в некотором приближении описывать течение плазмы в канале дискового генератора на достаточном удалении от оси симметрии.

Предположим, что магнитное число Рейнольдса $R_m \ll 1$, а заданное магнитное поле $\mathbf{H}$ направлено по оси z. Вязкость и теплопроводность плазмы не учитываются.

Исходная система уравнений имеет вид

$$\rho ur = \rho^\circ u^\circ r^\circ, \quad \rho_{\alpha1} ur = \rho_{\alpha1}{}^\circ u^\circ r^\circ, \quad \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(ru_e u_e) = A n_e n_{\alpha2} - B n_e^3 \tag{1.1}$$

$$\rho u\frac{du}{dr} - \rho\frac{v^2}{r} = -\frac{dp}{dr} + \frac{H}{c} j_\vartheta, \quad \rho u\frac{dv}{dr} + \rho\frac{uv}{r} = -\frac{H}{c} j_r \tag{1.2}$$

$$\frac{3}{2}u\frac{dp}{dr} + \frac{5}{2}p\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(ru) - \frac{5k}{2e}j_r\frac{dT_e}{dr} =$$

$$= \mathbf{j}\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}\times\mathbf{H}}{c}\right) - J\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rn_e u_e) \tag{1.3}$$

$$\frac{3}{2}n_e k u\frac{dT_e}{dr} + p_e\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(ru) - \frac{5k}{2e}j_r\frac{dT_e}{dr} =$$

$$= \mathbf{j}\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}\times\mathbf{H}}{c}\right) - \gamma(T_e - T) - \left(\frac{3}{2}kT_e + J\right)\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rn_e u_e) \tag{1.4}$$

$$p = nkT + n_e kT_e, \qquad p = n_e kT_e$$

$$j_r = \frac{\sigma}{1+\beta^2}\left(E_r + \frac{Hv}{c} + \frac{C}{en_e}\frac{dp_e}{dr} + \beta\frac{Hu}{c}\right) \tag{1.5}$$

$$j_0 = \frac{\sigma}{1+\beta^2}\left[-\frac{Hu}{c} + \beta\left(E_r + \frac{Hv}{c} + \frac{C}{en_e}\frac{dp_e}{dr}\right)\right], \quad r j_r = r^\circ j_r{}^\circ \tag{1.6}$$

Здесь $\mathbf{V}(u, v, 0)$ — скорость плазмы, $\mathbf{j}(j_r, j_\vartheta, 0)$ — плотность электрического тока, $\mathbf{E}(E_r, 0, 0)$ и $\mathbf{H}(0, 0, H)$ — напряженности электрического и магнитного полей, σ — проводимость плазмы, J — потенциал ионизации цезия, A и B — коэффициенты ионизации и рекомбинации соответственно, β — параметр Холла, p — давление плазмы, ρ — плотность плазмы, n_e — концентрация электронов. Индексы a, i, e означают, что данные величины относятся соответственно к атомам, ионам и электронам; индексы 1, 2 — соответственно аргон и цезий; индекс 0 вверху означает, что данная величина взята в начальном сечении, т. е. при $r = r^\circ$, величина C принимает значения 1 и 0 (если $C = 1$, то в законе Ома учитывается член, пропорциональный градиенту электронного давления, если $G = 0$, то этот член не учитывается). Кроме того, имеем

$$\sigma = \frac{e^2 n_e}{m_e \nu_0}, \qquad \gamma = \frac{3}{2}\delta n_e k \varepsilon \left(\nu_{01} + \frac{m_{a1}}{m_{a2}}\nu_{02}\right), \qquad \varepsilon = \frac{m_e}{m_{a1}}$$

$$\nu_0 = \nu_{ei} + \nu_{ea}, \; n = n_a + n_i = n_{a1} + n_{a2} + n_i$$

$$\rho = n_{a1}m_{a1} + n_{a2}m_{a2} + n_i m_i + n_e m_e = mn$$

Здесь m_α — масса частицы α-компоненты плазмы, n_α — концентрация частиц α-компоненты, $\nu_{\alpha\beta}$ — частота столкновений частиц сорта α с частицами сорта β, δ — множитель неупругих потерь.

Система уравнений (1.1) — (1.6) и соответствующие коэффициенты выписаны при следующих предположениях:

$$V_i = V_{a1} = V_{a2} = V, \qquad \alpha = n_e / n_a \ll 1, \qquad \alpha\theta \ll 1,$$
$$\varepsilon\theta \ll 1, \qquad T_a = T_i = T, \qquad (\theta = T_e / T)$$

Кроме того, предполагается, что $n_e = n_i$ и что ионизуется только цезий.

Учитывая, что $j_r = en_e(u_i - u_e) = en_e(u - u_e)$ и используя второе уравнение (1.6), имеем

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rn_e u_e) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rn_e u) \tag{1.7}$$

Система уравнений (1.1) — (1.6) с учетом (1.7) представляет собой замкнутую систему уравнений. Граничные условия задаются в начальном сечении, т. е. при $r = r^\circ$.

Для расчета частот столкновений ν_{ea} и ν_{ei} используются следующие формулы:

$$\nu_{ea} = \frac{16}{3\sqrt{2}} n_a \left(\frac{kT_e}{\pi m_e}\right)^{1/2} Q_{ea}, \qquad \nu_{ei} = \frac{16}{3\sqrt{2}} n_i \left(\frac{kT_e}{\pi m_e}\right)^{1/2} Q_{ei}$$

Значения сечений столкновений электронов с атомами Q_{ea} для цезия и аргона брались из работы [1], сечение столкновений электрон — ион Q_{ei} определялось следующей формулой:

$$Q_{ei} = \frac{\pi e^4}{2(kT_e)^2}\xi$$

Здесь ξ — кулоновский логарифм.

Введем безразмерные величины

$$r^* = \frac{r}{r^\circ}, \; u^* = \frac{u}{u^\circ}, \; v^* = \frac{v}{u^\circ}, \; p^* = \frac{p}{p^\circ}, \; p_e^* = \frac{p_e}{p_e^\circ}, \; T^* = \frac{T}{T^\circ}, \; T_e^* = \frac{T_e}{T_e^\circ}$$

$$n_{a1}^* = \frac{n_{a1}}{n_{a1}^\circ}, \quad n_{a2}^* = \frac{n_{a2}}{n_{a2}^\circ}, \quad n_e^* = \frac{n_e}{n_e^\circ}, \quad \theta^\circ = \frac{T_e^\circ}{T^\circ}, \quad j^* = \frac{j_r{}^\circ c}{\sigma^\circ u^\circ H}$$

$$E^* = \frac{E_r c}{u^\circ H}, \quad \varkappa = \frac{m^\circ (u^\circ)^2}{kT^\circ}$$

$$\gamma^* = \frac{\gamma r^\circ}{n^\circ k u^\circ}, \quad J^* = \frac{J}{kT^\circ}, \quad \sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma^\circ}, \quad S = \frac{\sigma^\circ H^2 r^\circ}{\rho^\circ u^\circ c^2}, \quad \nu_0^* = \frac{\nu_0}{\nu_0^\circ}$$

$$\left(m^\circ = \frac{\rho^\circ}{n^\circ}\right)$$

Предположим, что $v = 0$ при $r = r^\circ$. Из второго уравнения (1.2) с учетом первого уравнения (1.1) и второго уравнения (1.6) следует:

$$v^* = \frac{Sj^*(r^{*2} - 1)}{2r^*}$$

2. Упрощение системы уравнений в двух предельных случаях. Выписанная в предыдущем пункте система уравнений используется для изучения течения в канале дискового МГД-генератора. Рассматриваются два предельных случая. Первый случай соответствует замороженному потоку, т. е. отсутствию реакций ионизации и рекомбинации. Третье уравнение (1.1) для этого случая имеет вид $n_e u r = n_e^\circ u^\circ r^\circ$. Второй случай соответствует течению, в котором концентрация электронов определяется по формуле Саха (причем роль температуры в формуле Саха играет электронная температура)

$$\frac{n_{a2}}{n_e^2} = \left(\frac{h^2}{2\pi m_e k T_e}\right)^{3/2} \exp \frac{J}{kT_e}$$

Рассмотрим первый случай. Из уравнений (1.1) и предположения о равенстве скоростей тяжелых компонент следует, что отношение концентраций двух любых компонент плазмы есть величина, не зависящая от радиуса. Система уравнений (1.1) — (1.6) после несложных преобразований приводится к системе трех дифференциальных уравнений для определения u^*, p^*, T_e^*

$$\frac{\varkappa}{r^*}\frac{du^*}{dr^*} + \frac{dp^*}{dr^*} = \frac{(Sj^*)^2}{4\varkappa u^*}\left(1 - \frac{1}{r^{*2}}\right)^2 - S\varkappa\sigma^* u^* - S\varkappa j^* \frac{\beta}{r^*} \tag{2.1}$$

$$\left(\frac{5}{2}p^* - \alpha^\circ\theta^\circ K^\circ \frac{T_e^*}{u^* r^*}\right)\frac{du^*}{dr^*} + \frac{3}{2}u^*\frac{dp^*}{dr^*} + \alpha^\circ\theta^\circ K^\circ \frac{(C - 2.5)}{r^*}\frac{dT_e^*}{dr^*} =$$
$$= -\frac{5}{2}p^*\frac{u^*}{r^*} + P + C\theta^\circ K^\circ \frac{T_e^*}{r^{*2}} \tag{2.2}$$

$$\alpha^\circ\theta^\circ \frac{T_e^*}{u^* r^*}(1 - CK^\circ)\frac{du^*}{dr^*} + \frac{\alpha^\circ\theta^\circ}{r^*}\left[\frac{3}{2} - K^\circ\left(\frac{5}{2} - C\right)\right]\frac{dT_e^*}{dr^*} =$$
$$= -\alpha^\circ\theta^\circ \frac{T_e^*}{r^{*2}} - \gamma^*(\theta^\circ T_e^* - p^* u^* r^*) + P + \alpha^\circ C\theta^\circ K \frac{T_e^*}{r^{*2}} \tag{2.3}$$

$$K = j^*\beta, \quad \alpha^\circ = \frac{n_e^\circ}{n_a^\circ}, \quad P = S\sigma^*\varkappa u^{*2}\left[1 - 2K\frac{1}{\sigma^* u^* r^*} + j^{*2}\frac{1 + \beta^2}{(\sigma^* u^* r^*)^2}\right]$$

Система уравнений (2.1) — (2.3) решается при следующих граничных условиях:

$$u^* = p^* = T_e^* = 1 \text{ при } r^* = 1$$

Формулы для величин σ^*, β, γ^* имеют вид

$$\sigma^* = \frac{n_e^*}{\nu_0^*}, \qquad \beta = \frac{\beta^\circ}{\nu_0^*}, \qquad \gamma^* = \frac{3}{2}\delta\alpha^\circ\varepsilon n_e^*\frac{\nu_0^*}{\Omega}\left(\nu_{01}^* + \frac{m_{a1}}{m_{a2}}\nu_{02}^*\right) \tag{2.4}$$

Здесь

$$\nu_{01}^* = \frac{\nu_{01}}{\nu_0^\circ} = \frac{\overset{*}{n_{a1}}(T_e^*)^{1/2}}{1+\chi^\circ Q + q\xi^\circ}, \qquad \nu_{02}^* = \frac{n_{a2}^*(T_e^*)^{1/2}\chi^\circ Q + q\xi n_e^*(T_e^*)^{-3/2}}{1+\chi^\circ Q + q\xi^\circ}$$

$$\nu_0^* = \nu_{01}^* + \nu_{02}^*, \quad Q = \frac{Q_{ea2}}{Q_{ea1}}, \quad q = \frac{\pi e^4}{2(kT_e^\circ)^2 Q_{ea1}}\frac{n_e^\circ}{n_{e1}}, \quad \Omega = \frac{u^\circ}{r^\circ}$$

Рассмотрим второй случай. Из двух первых уравнений (1.1) имеем $(n_{a2}+n_e)ur = (n_{a2}^\circ + n_e^\circ)u^\circ r^\circ$. После простых преобразований система уравнений (1.1) — (1.6) приводится к виду

$$\frac{\varkappa}{r^*}\frac{du^*}{dr^*} + \frac{dp^*}{dr^*} = \frac{(Sj^*)^2}{4\varkappa u^*}\left(1-\frac{1}{r^{*2}}\right)^2 - S\varkappa\sigma^* u^* + S\varkappa j^*\frac{\beta}{r^*} \tag{2.5}$$

$$\left(\frac{5}{2}p^* + J^*\alpha^\circ n_e^*\right)\frac{du^*}{dr^*} + \frac{3}{2}u^*\frac{dp^*}{dr^*} + \alpha^\circ\theta^\circ K^\circ\frac{(C-2.5)}{r^*}\frac{dT_e^*}{dr^*} + \tag{2.6}$$

$$+\left(J^*\alpha^\circ u^* + C\theta\alpha^\circ K^\circ\frac{T_e^*}{n_e^* r^*}\right)\frac{dn_e^*}{dr^*} = -\frac{5}{2}p^*\frac{u^*}{r^*} + P - J^*\alpha^\circ n_e^*\frac{u^*}{r^*}$$

$$\alpha^\circ\theta^\circ T_e^* n_e^*\frac{du^*}{dr^*} + \frac{\alpha^\circ\theta^\circ}{r^*}\left[\frac{3}{2}n_e^* u^* r^* - K^\circ\left(\frac{5}{2}-C\right)\right]\frac{dT_e^*}{dr^*} +$$

$$+\left(\frac{3}{2}\theta^\circ T_e^* + J^*\right)\frac{\alpha^\circ}{r^*}\frac{d(n_e^* u^* r^*)}{dr^*} + C\theta\alpha^\circ K^\circ\frac{T_e^*}{n_e^* r^*}\frac{dn_e^*}{dr^*} =$$

$$= -\alpha^\circ\theta^\circ n_e^* u^*\frac{T_e^*}{r^*} - \gamma^*(\theta^\circ T_e^* - p^* u^* r^*) + P \tag{2.7}$$

$$n_e^* = \frac{\psi_1\psi_2}{2}\left[\left(1 + \frac{4\psi_3}{\psi_1\psi_2 u^* r^*}\right)^{1/2} - 1\right] \tag{2.8}$$

Здесь

$$\psi_1 = \left(\frac{2\pi m_e k}{h^2}\right)^{3/2}\frac{(T^\circ\theta^\circ)^{3/2}}{n_e^\circ}, \qquad \psi_2 = (T_e^*)^{3/2}\exp\frac{-J^*}{\theta^\circ T_e^*}, \qquad \psi_3 = \frac{n_{a2}^\circ + n_e^\circ}{n_e^\circ}$$

Дифференцируя уравнение (2.8) и подставляя значения n_e^* и dn_e^*/dr^* в уравнения (2.5) — (2.7), имеем три дифференциальных уравнения для определения u^*, p^*, T_e^*, для которых задаются следующие граничные условия:

$$u^* = p^* = T_e^* = 1 \text{ при } r^* = 1$$

3. Обсуждение полученных результатов. Система уравнений для обоих случаев решалась численно на ЭВМ. При расчетах принималось, что значение $r = r_1$, при котором число Маха $M = 1$, соответствует концу канала, назовем $l = r_1 - r^\circ$ длиной канала.

Результаты численных расчетов для вариантов a, b, c представлены на фиг. 1—3; при этом индексы 1, 2, 3 у букв a, b, c соответственно означают

$$j^* = 0, \qquad j^* = 0.1, \qquad j^* = 0.332$$

Во всех вариантах принималось [1]

$$p^\circ = 1 \text{ ат}, \qquad T^\circ = 2000^\circ\,\text{K}, \qquad H = 10^4 \text{ гс},$$

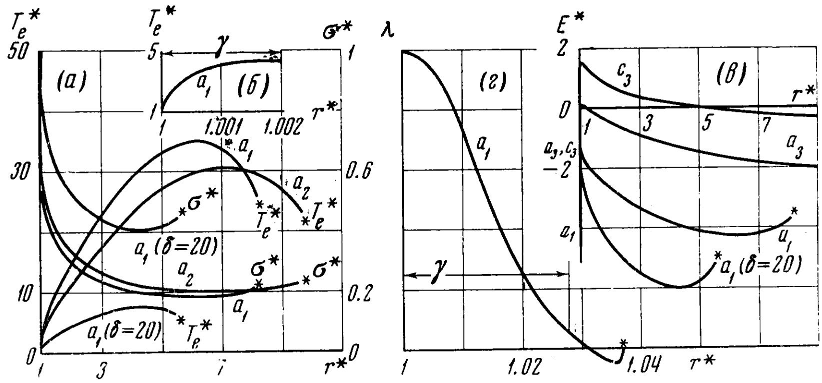
$$n_e^\circ = 3.5\cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}, \qquad \beta^\circ = 2.48, \qquad \theta^\circ = 1, \qquad \chi^\circ = 0.01$$

[1] В данной работе не учитывается явление ионизационной неустойчивости [8].

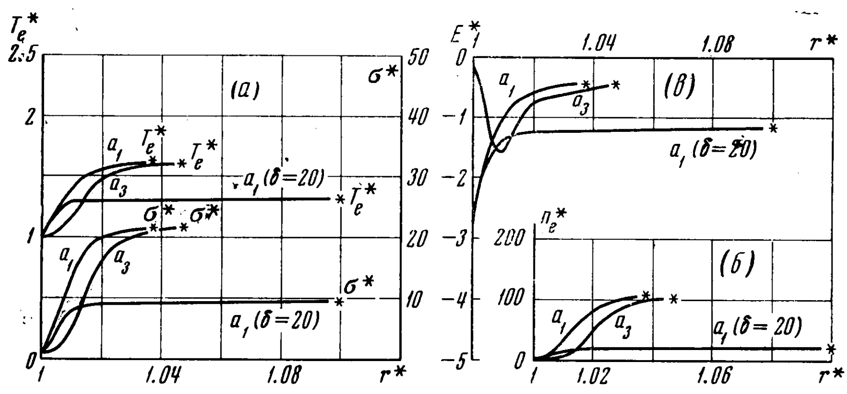
При расчете вариантов *a*, *b*, *c* брались следующие комбинации параметров:

	r°, *см*	u°, *см/сек*	M°	S
a	100	10^5	1.22	0.0559
b	10	10^5	1.22	0.00559
c	100	$5\cdot 10^5$	6.10	0.0112

Концентрация электронов на входе n_e° в обоих случаях рассчитывалась по формуле Саха. Если значение параметра неупругих потерь δ не равнялось двум, то это значение указано на графиках соответствующего варианта. В результате анализа уравнений и численных расчетов были получены следующие результаты.



Фиг. 1



Фиг. 2

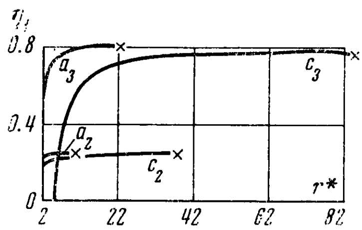
В отличие от соответствующего газодинамического течения, в котором скорость всегда растет с увеличением радиуса, в данной задаче для обоих случаев скорость или все время уменьшается, или сначала увеличивается, а затем уменьшается с ростом радиуса. Решая систему (2.1) — (2.3) методом Крамера и полагая $j^* = 0$, $r^* = 1$, получаем для первого случая

$$\left(\frac{du^*}{dr^*}\right)^\circ = \frac{1 - S\varkappa}{(M^\circ)^2 - 1} \tag{3.1}$$

Из (3.1) следует, что если течение на входе сверхзвуковое (и, кроме того, $j^* = 0$), то при $S\varkappa > 1$ скорость начинает уменьшаться уже в начале канала. Расчеты показывают, что в обоих случаях температура тяжелых частиц T^* сначала уменьшается с увеличением радиуса, а затем увеличивается.

Длина канала во втором случае значительно меньше, чем в первом (звездочка на графиках означает конец канала). Дело в том, что во втором случае увеличение температуры электронов ведет к значительному увеличению концентрации электронов, а следовательно, и проводимости. Увеличение проводимости влечет за собой увеличение взаимодействия между плазмой и магнитным полем. Поэтому во втором случае плазма тормозится гораздо быстрее, чем в первом. В обоих случаях безразмерная длина канала $l^* = r_1^* - 1$ уменьшается с увеличением параметра взаимодействия S. Во втором случае длина канала l может быть много меньше начального радиуса $r°$.

Назовем γ-слоем ту часть канала, в которой существенны дифференциальные члены в уравнении притока тепла для электронов (1.4). В первом случае уравнение (1.4) имеет вид (2.3). Так как $\alpha° \ll 1$, второй член в левой части уравнения (2.3) существен только в узком слое, где велик градиент электронной температуры. В первом случае толщина γ-слоя мала и много меньше длины канала (фиг. 1, *б*). Буквой γ на фигурах обозначена толщина γ-слоя. В γ-слое джоулев нагрев приводит к увеличению температуры электронов, в результате чего обмен энергией между электронами и тяжелыми компонентами увеличивается.



Фиг. 3

Вне γ-слоя тепло, выделяющееся за счет джоулевой диссипации, целиком передается тяжелым компонентам и справедлива алгебраическая формула Керреброка для определения разности температур $T_e - T$. Во втором случае уравнение притока тепла для электронов имеет вид (2.7). Второй и третий члены в левой части этого уравнения характеризуют соответственно конвективный перенос тепла и выделение тепла за счет ионизации. Оказывается, что эффект выделения тепла за счет ионизации значительно превышает конвективный перенос тепла на всей длине γ-слоя. Джоулев нагрев в γ-слое идет в основном на ионизацию цезия.

На фиг. 1, *г* изображена зависимость величины

$$\lambda = \frac{1}{S\sigma^* \varkappa u^{*2}} \left[\left(\frac{3}{2} \theta° T_e^* + J^* \right) \frac{\alpha°}{r^*} \frac{d(n_e^* u^* r^*)}{dr^*} \right]$$

от безразмерного радиуса r^* для второго случая.

Как показали численные расчеты, толщина γ-слоя во втором случае может быть сравнима с длиной канала (фиг. 1, *г*).

Внутри γ-слоя алгебраическая формула Керреброка неприменима и уравнение притока тепла для электронов необходимо брать в дифференциальной форме. В первом случае в γ-слое резко меняется температура электронов T_e^* и, как следствие этого, резко меняются величины σ^*, β, γ^*, E^* (фиг. 1, *а*, *в*).

В первом случае, как указывалось выше, отношения концентраций различных компонент не зависят от радиуса. Поэтому формулы (2.4) можно записать, используя уравнения неразрывности, в следующем виде:

$$\sigma^* = \frac{1}{f_1(T_e^*)}, \quad \beta = \beta° \sigma^* u^* r^*, \quad \gamma^* = \frac{3}{2} \delta \alpha° \varepsilon \frac{\nu_0^*}{\Omega} f_2(T_e^*) \frac{1}{(u^* r^*)^2} \tag{3.2}$$

Здесь

$$f_1(T_e^*) = u^* r^* \nu_0^*, \qquad f_2(T_e^*) = u^* r^* \left(\nu_{01}^* + \frac{m_{a1}}{m_{a2}} \nu_{02}^* \right)$$

Функции $f_1(T_e^*)$ и $f_2(T_e^*)$ зависят только от температуры электронов T_e^*. В диапазоне рассматриваемых параметров частота столкновений электронов с атомами (в первом случае) больше частоты столкновений электронов с ионами, поэтому из формул (3.2) и определения функции $f_1(T_e^*)$ следует, что проводимость σ^* зависит только от температуры, и с увеличением электронной температуры проводимость уменьшается. В γ-слое температура электронов резко возрастает, а проводимость резко уменьшается, затем увеличение T_e^* и уменьшение σ^* становится более плавным. Наконец, температура электронов начинает падать, а проводимость — расти с дальнейшим увеличением радиуса (фиг. 1). Уменьшение электронной температуры в конце канала в первом случае происходит из-за уменьшения джоулева нагрева за счет уменьшения скорости u.

Во втором случае величины T_e^*, σ^*, n_e^* увеличиваются с увеличением радиуса (фиг. 2). В γ-слое происходит значительное увеличение концентрации электронов.

Вне γ-слоя джоулев нагрев идет на обмен энергией между электронами и тяжелыми частицами, и увеличение концентрации электронов с увеличением радиуса становится медленным. Увеличение числа Маха на входе в канал (вариант *с*) приводит к увеличению длины канала. На некотором расстоянии от входного сечения присадка полностью ионизуется. Это приводит к сильному росту электронной температуры и к необходимости учитывать ионизацию аргона.

Тот факт, что в отличие от первого во втором случае проводимость увеличивается с ростом электронной температуры, можно объяснить следующим образом. В начале канала столкновения электрон-атом существеннее столкновений электрон-ион. Поэтому $\sigma^* \sim n_e^*(T_e^*)^{-1/2}$ и проводимость увеличивается с ростом электронной температуры за счет сильного роста концентрации электронов. Увеличение концентрации электронов приводит к тому, что столкновения электрон-ион становятся существеннее столкновений электрон-атом. Тогда $\sigma \sim (T_e^*)^{3/2}$ и проводимость увеличивается с увеличением температуры электронов.

В первом случае коэффициент γ^* растет внутри γ-слоя, а величина β уменьшается. Вне γ-слоя коэффициент γ^* уменьшается, а величина β увеличивается с увеличением радиуса. Во втором случае коэффициент γ^* увеличивается, а величина β уменьшается с увеличением радиуса.

Напряженность электрического поля E^* резко возрастает в γ-слое в первом случае. Вне γ-слоя E^* сначала уменьшается с увеличением радиуса, а к концу канала вновь увеличивается. Из третьего уравнения (1.5) имеем

$$E^* = \frac{j^*}{r^*\sigma^*}(1+\beta^2) - \beta u^* - \frac{Cu^* r^* \Omega\theta^\circ}{\omega\varkappa}\frac{dp_e^*}{dr^*} - v^* \tag{3.3}$$

Расчеты показали, что учет градиента электронного давления в законе Ома существенно уменьшает значение E^* в γ-слое в первом случае. В самом деле, наличие большего градиента $dp_e^* / dr^* > 0$ согласно формуле (3.3) приводит к уменьшению E^*. Во втором случае учет градиента электронного давления может привести к существенным изменениям E^*.

Как показал численный расчет, в диапазоне рассматриваемых параметров наличие тока Холла приближает режим течения к газодинамическому режиму, уменьшает электронную температуру, увеличивает длину канала в обоих рассматриваемых случаях. В замороженном потоке наличие тока Холла ведет также к увеличению напряженности электрического поля.

Учет неупругих столкновений ($\delta \neq 2$) уменьшает электронную температуру в обоих случаях. В первом случае это приводит к увеличению проводимости, а во втором к ее уменьшению. Поэтому учет неупругих столкновений дает уменьшение длины канала в первом случае и увеличение длины канала во втором. Например, увеличение δ в 10 раз во втором случае увеличивает длину канала в 3.7 раза. Во втором случае учет неупругих столкновений уменьшает длину γ-слоя, а также концентрацию электронов.

4. Режим течения. В данной работе рассчитывались течения для значений K°, удовлетворяющих следующему неравенству: $0 < K^\circ < 1$.

Рассмотрим для простоты первый случай. Из уравнений (1.6) и третьего уравнения (1.5) с помощью второй формулы (3.2) получим

$$j_v^* = \sigma^* u^* (K^\circ - 1)$$

Из последнего уравнения следует, что если $0 < K^\circ < 1$, то $j_v^* < 0$. Тогда пондеромоторная сила в проекции на радиус $c^{-1}Hj_v < 0$, т. е. направлена против скорости потока. Если $K^\circ > 1$, то $c^{-1}Hj_v > 0$ и радиальная составляющая пондемоторной силы направлена по скорости потока.

Положим по определению, что режим течения в данной точке r^* локально генераторный, если в этой точке $j^*E^* < 0$, и локально ускорительный, если $j^*E^* > 0$. Пусть $j^* > 0$, тогда режим течения будет локально генераторным, если в данной точке $E^* < 0$. Как видно из фиг. 1, *в*, 2, *в* почти во всех просчитанных вариантах на всей длине канала осуществляется локально генераторный режим. Однако в первом случае с увеличением тока Холла j^* на начальном участке канала осуществляется локально ускорительный режим (фиг. 1, *в*; варианты a_3, c_3). Например, в варианте c_3 локально ускорительный режим осуществляется на участке канала длиной в пять начальных радиусов.

Наличие положительного электрического поля на входном участке канала имело место в эксперименте [2].

Выведем условие локально генераторного режима для первого случая. Предположим для простоты, что $C = 0$, $v^* = 0$, $j^* > 0$. Тогда из третьего уравнения (1.5) имеем

$$E^* = -\beta u^*[1 - K^\circ(1 + \beta^2) / \beta^2]$$

Из этой формулы получаем условие локально генераторного режима

$$0 < K^\circ < \beta^2 / (1 + \beta^2) \qquad (4.1)$$

Неравенства (4.1) показывают, что радиальная составляющая пондеромоторной силы может быть направлена против скорости потока ($K^\circ < 1$) и тем не менее может осуществляться локально ускорительный режим. При r, близких к r_1, существенно уменьшается скорость u^*, что и приводит к увеличению E^* в конце канала. Если режим течения в целом генераторный

$$\int_1^{r_1^*} j^* E^* dr^* < 0$$

то значение j^* можно выразить через величину внешней нагрузки генератора R.

Введем к.п.д. по следующим формулам:

$$\eta_1 = \frac{j_r E_r c}{\mathrm{VjH}}, \qquad \eta_2 = \frac{1}{\rho^\circ u^\circ r^\circ i^\circ} \int_{r_1}^{r^\circ} r j_r E_r \, dr$$

Здесь i° — энтальпия потока при $r = r^\circ$. Величина η_1 является локальной характеристикой генератора, величина η_2 характеризует относительную величину снимаемой электрической мощности.

Полагая для простоты $C = 0$, $v^* = 0$, имеем

$$\eta_1 = \frac{N}{1 - N}\left(1 - N\frac{1 + \beta^2}{\beta^2}\right) \qquad (N = K^\circ / n_e^* u^* r^*) \qquad (4.2)$$

В первом случае $n_e^* u^* r^* = 1$, и из (4.2) следует, что η_1 зависит только от β (если $C = 0$ и $v^* = 0$). Параметр Холла растет (вне γ-слоя) с увеличением радиуса, поэтому и локальный к.п.д. генератора η_1 увеличивается (вне γ-слоя) с ростом радиуса (фиг. 3). Во втором случае параметр Холла β уменьшается, а величина $n_e^* u^* r^*$ увеличивается с увеличением радиуса, поэтому значение η_1 уменьшается с ростом радиуса. В первом случае величина η_2 принимает следующие значения:

	a_2	a_3	b_3	c_2	c_3
η_2	0.106	0.414	0.576	0.530	0.555

В заключение автор благодарит В. В. Гогосова за внимание к работе и ценные обсуждения.

Институт механики МГУ Поступило 1 IV 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Клейпес Дж., Роза Р. Экспериментальное исследование сильного эффекта Холла и ионизации индуцированной полем V × B. В сб. «Прикладная магнитная гидродинамика». М., «Мир», 1965.
2. Луи Дж. Исследование дискового холловского генератора, работающего на аргоне, разогретом в ударной трубе. Инф. бюлл. «Прямое преобразование тепловой энергии в электрическую и топливные элементы», 1967, № 10.
3. Michiyoshi I., Numano M. Perfomance characteristics of a vortex-type M.H.D. Power Generator. Plasma Physics, 1967, vol. 9, No. 5.
4. Kerrebrock J. L. Nonequilibrium ionization due to electron heating: I. Theory AIAA Journal, 1964, No. 6. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 6.)
5. Велихов Е. П., Дыхне А. М. Comptex rendus de la VI Conference international sur les phenomenes d'ionisation dans les gas. Paris, 1963, vol. 2, стр. 511.