ЧИСЛЕННАЯ ПРОВЕРКА АСИМПТОТИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ЛАНДАУ ДЛЯ ОТРЫВА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

М. А. ПРОНИНА, Л. А. ЧУДОВ

(Москва)

Асимптотические формулы Л. Д. Ландау [1] для отрыва в пограничном слое вязкой несжимаемой жидкости сопоставлены с результатами численных расчетов, выполненных по разностной схеме [2]. Получено хорошее совпадение для продольной составляющей скорости и несколько худшее для поперечной.

Пусть u, v — продольная и поперечная составляющие вектора скорости в стационарном плоском пограничном слое вязкой несжимаемой жидкости, x — продольная координата, y — поперечная координата, x_0 — координата точки отрыва. Л. Д. Ландау [1] предложил асимптотические формулы, описывающие течение вблизи точек отрыва

$$u(x, y) \approx u_0(y) + \alpha(y)\sqrt{x_0 - x} \tag{1}$$

$$v(x, y) \approx \beta(y) / \sqrt{x_0 - x} \tag{2}$$

$$\beta(y) = \frac{1}{2}\int_0^y \alpha(y)\,dy \tag{3}$$

Использовав хорошо стабилизирующую двуслойную разностную схему, предложенную в [2], выполнили численную проверку асимптотических формул (1)—(3). Проверка была произведена при расчете пограничного слоя на волнистой стенке, определяемого следующими уравнениями и граничными условиями (см. [3]):

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = (2\pi)^2 a \cos 2\pi x + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u = 0, \quad v = 0 \quad \text{при } y = 0$$

$$u \to 1 + 2\pi a \sin 2\pi x \quad \text{при } y \to \infty$$

$$a = 0.01$$

Профиль u при $x = 0.01$ был взят из решения Блазиуса. Расчет проведен при постоянных шагах сетки: $\Delta x = 0.001$, $\Delta y = 0.04$; параметр гладкого сопряжения ε принят равным 0.001.

При различных значениях y на трех последних слоях перед отрывом ($x = 0.4708$) были определены параметры, входящие в асимптотическую формулу (1). Затем по этой формуле (1) вычислили $u^*(x, y)$. Сопоставление $u^*(x, y)$ и функции $u(x, y)$, найденной расчетом по разностной схеме, обнаружило очень хорошее совпадение. Максимальное относительное расхождение при $x = 0.462$ не превышает 3%, при $x = 0.466$ оно уменьшается до 1%.

Аналогичное сравнение было произведено для поперечной составляющей $v(x, y)$. Значения коэффициента $\beta(y)$, подобранные по значениям $v(x, y)$ на двух последних слоях перед отрывом, сравнивались с величиной $\beta^*(y)$, которая определяется правой частью формулы (3).

Исходя из характера пренебрежений, сделанных при выводе асимптотики (2), (3), и неизбежных ошибок численного счета ($v \to \infty$ при $y \to \infty$), следовало ожидать менее точного совпадения результатов расчета с асимптотикой. В действительности максимальное относительное расхождение составило 10%.

Институт проблем механики
АН СССР

Поступило 24 III 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред, Изд. 2. М., Гостехиздат, 1954.
2. Чудов Л. А. Хорошо стабилизирующая разностная схема для расчета течений в пограничном слое. Тр. Всес. семинара по численным методам механики вязкой жидкости, II, Новосибирск, «Наука», 1969.
3. Пасконов В. М., Сопруненко И. П. Пограничный слой на слабо волнистой стенке. Сб. «Численные методы в газовой динамике», вып. 2. М., Изд-во МГУ, 1963.