которое уменьшает число независимых параметров на единицу. Условие (3.2) совместно с (1.3) и (2.1) определяет величины угла γ, числа Маха $M_в$ и $\theta_в$ при заданных M_1, β, ν_2.

Известно, что установившееся горизонтальное движение летательного аппарата в атмосфере с постоянной температурой определяется формулой Бреге

$$L = a \ln \frac{G_0}{G}, \qquad a = \frac{kw_1}{c_e} \tag{3.3}$$

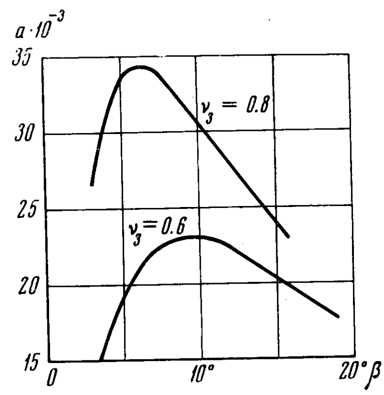
Здесь L — максимальная дальность полета, G_0 и G — начальный и конечный веса аппарата, k — его аэродинамическое качество, c_e — удельный расход топлива, a — коэффициент Бреге. В силу отмеченной выше особенности (сопротивление рассматриваемого тела и его тягу невозможно разделить) в данном случае нельзя использовать такие понятия, как аэродинамическое качество и удельный расход топлива. Однако формула (3.3) по-прежнему определяет движение, так как коэффициент a можно выразить через величины, имеющие вполне определенный смысл и для рассматриваемого предельного случая.

Действительно, уравнение энергии для газа, к которому подводится количество тепла $Q = \dfrac{\eta c_e P}{g}$ от полного сгорания топлива m, дает

$$c_p T_{01} + \frac{Q}{\rho_1 w_1 S_1} = c_p T_{02} \tag{3.4}$$

Здесь P — сила тяги, η — теплотворная способность топлива, g — ускорение свободного падения, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении. Используя соотношение $k = c_y q_1 S_1 / P$ и (3.4), получаем, что

$$a = \frac{M_1^2}{2 + (\varkappa - 1) M_1^2} \frac{\varkappa \eta R c_y}{c_p g (\theta_2 - 1)} \tag{3.5}$$



Фиг. 3

Таким образом, коэффициент Бреге определяется величинами c_y и θ_2, которые находятся решением системы (1.3), (2.1) и (3.2) и соотношениями (1.4). Были проведены расчеты величины a для $\eta = 42.9 \cdot 10^6$ *дж/кг*, при различных значениях чисел Маха M_1, угла отклонения потока β, потерь полного давления в головном скачке уплотнения ν и решетке профилей ν_3. На фиг. 3 приведена зависимость коэффициента a (в *км*) от угла β при $M_1 = 6$, $\nu = 0.935$ для $\nu_3 = 0.8$ и 0.6.

Поступило 20 I 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Таганов Г. И. О сопротивлении, связанном с созданием подъемной силы при сверхзвуковой скорости потока. ПММ, 1956, вып. 3.

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ ВАН ДРИЙСТА ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕПЛООБМЕНА ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ

Н. П. СНЕГОВА

(*Ленинград*)

Исследуется возможность применения формулы Ван Дрийста для расчета теплообмена при больших числах Прандтля.

В исследованиях процесса теплообмена в пристеночной области турбулентного течения вначале использовалась двухслойная теория [1, 2].

Карману [3, 4] принадлежит заслуга создания первой трехслойной теории теплообмена, частично учитывающей взаимодействие молекулярного и молярного обмена в потоке. Однако вследствие пренебрежения турбулентными пульсациями в вязком подслое эта теория дает удовлетворительные результаты лишь до чисел Прандтля, не больше пятнадцати. В отечественной литературе были исследования по многослойной теории турбулентного обмена.

Дайслер [5] попытался создать бесслойную теорию турбулентного переноса. Но основное допущение Дайслера о зависимости кинематического коэффициента турбулентного обмена ε от скорости u и координаты y не позволило ему получить единую теорию для всей области течения.

Теорию, основанную на обобщении формулы трения Прандтля на случай наличия вязкости, предложил Л. Г. Лойцянский [6].

В последнее время появился ряд работ, цель которых состояла в установлении аналитических выражений кривой распределения скоростей во всей пристеночной области турбулентного потока. Среди этих работ особый интерес представляет статья Ван Дрийста [7], в которой предложена следующая, содержащая эмпирическую константу A формула

$$l = \varkappa y\,[1 - \exp(-y / A)] \tag{1}$$

оправдываемая искусственными соображениями об усиленном затухании пульсаций при приближении к твердой стенке. Универсальный профиль скоростей в пристеночной области представляется при этом интегралом

$$\varphi = 2\int\limits_0^\eta \frac{d\eta}{1 + \sqrt{1 + 4\varkappa^2\eta^2\,[1 - \exp(-\eta/A_*)]^2}} \tag{2}$$

Здесь $A_* = 26$ представляет собой некоторую эмпирическую константу.

Не высказывая никаких соображений о порядке убывания коэффициента турбулентного перемешивания при приближении к стенке, Ван Дрийст получил формулу изменения турбулентной вязкости в следующем виде:

$$\frac{\rho\varepsilon}{\mu} = \left[\left(\frac{d\varphi}{d\eta}\right)^{-1} - 1\right] \tag{3}$$

Формулы (2), (3) позволяют установить закон убывания коэффициента турбулентного перемешивания ε при приближении к стенке. Интересен тот факт, что для изменения ε в этом случае получается закон четвертой степени расстояния от стенки

$$\varepsilon / \nu = n^4\eta^4, \qquad n = 0.147 \tag{4}$$

Сполдинг и Патанкар [8] применяли формулу Ван Дрийста для расчета тепломассообмена для газа при числах Прандтля $P < 1$.

Ниже формула Ван Дрийста применяется для расчета теплообмена в установившемся турбулентном потоке при числах Прандтля, значительно превышающих единицу. Для установившегося в тепловом смысле турбулентного потока имеем

$$q = \lambda\frac{d\theta}{dy} + \rho c_p\varepsilon\frac{d\theta}{dy} = q_w \tag{5}$$

Принимая во внимание полученное Ван Дрийстом отношение (3) вихревого и молекулярного динамических коэффициентов вязкости, преобразуем в универсальных координатах уравнение (5) к виду

$$\frac{d\psi}{d\eta}\left[\frac{1}{P} + \left(\frac{1}{d\varphi/d\eta} - 1\right)\right] = 1 \tag{6}$$

где

$$\varphi = \frac{u}{v_*}, \quad \psi = \frac{\theta}{\theta_*}, \quad \theta_* = \frac{q_w}{\rho c_p v_*}, \quad \eta = \frac{y v_*}{\nu}, \quad v_* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{1/2} \tag{7}$$

Тогда универсальный профиль температур можно выразить интегралом

$$\psi = \int\limits_0^\eta \left\{\frac{1}{P} + \frac{1}{2}\left(\left[1 + 4\varkappa^2\eta^2\left(1 - \exp\frac{-\eta}{26}\right)^2\right]^{1/2} - 1\right)\right\}^{-1} d\eta \tag{8}$$

который нетрудно сосчитать численно.

При практических расчетах принято обычно пользоваться расходными средними величинами: скоростью $\langle u\rangle$ и температурой $\langle\theta\rangle$.

Число Рейнольдса, образованное по средней скорости и диаметру трубы d, определится соотношением

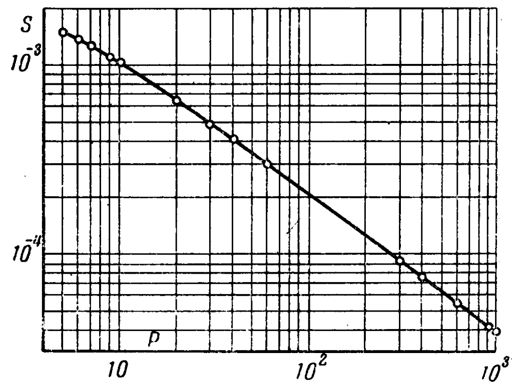
$$R = 2\eta_1\langle\varphi\rangle, \qquad \langle\varphi\rangle = \frac{2}{\eta_1^2}\int\limits_0^{\eta_1} \varphi(\eta_1 - \eta)\,d\eta \tag{9}$$

Здесь η_1 — величина η на оси трубы. Для определения теплоотдачи от стенки используем число Стэнтона

$$S = \frac{N}{RP} = \frac{q_w}{\rho\langle u\rangle c_p\langle\theta\rangle} \tag{10}$$

выражающее наиболее простую безразмерную комбинацию чисел Нуссельта N, Рейнольдса R и Прандтля P. По (7) и (10) будем иметь

$$S = \frac{1}{\langle\varphi\rangle\langle\psi\rangle} \tag{11}$$



где $\langle\varphi\rangle$ и $\langle\psi\rangle$ — расходные средние величины; $\langle\varphi\rangle$ определяется соотношением (9)

$$\psi = \left(\int_0^{\eta_1} \psi\varphi(\eta_1 - \eta)\,d\eta\right)\left(\int_0^{\eta_1} \varphi(\eta_1 - \eta)\,d\eta\right)^{-1} \tag{12}$$

Подставив (9), (12) в (11), выразим число Стэнтона через интеграл, который нетрудно сосчитать численно

$$S = \frac{\eta_1^2}{2}\left(\int_0^{\eta_1} \psi\varphi(\eta_1 - \eta)\,d\eta\right)^{-1} \tag{13}$$

Число Стэнтона было сосчитано таким образом для $R = 10^4$ при изменении числа Прандтля от 5 до 1000. Полученная кривая представлена на фигуре. Точками отмечены экспериментальные данные, собранные Дайслером [5].

Хорошее совпадение результатов расчета с данными эксперимента позволяет сделать заключение о применимости формулы Ван Дрийста для расчета теплообмена в широком диапазоне изменения чисел Прандтля.

Поступило 2 III 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Prandtl L. Bemerkung über den Wärmeübergang im Rohr. Phys. Z., 1928, Bd. 29, S. 487—489.
2. Taylor G. J. Conditions at the surface of hat body exposed to the wind. Techn. Rep. Advisory Comm. for Aeronaut., Rep. and Mem., 1916, vol. 2, No. 272, p. 423.
3. Karman Th. Mechanische Ahnlichkeit und Turbulenz. Nachr. Gesellsch. Wiss. Göttingen, Math.-Phys., 1930. (Рус. перев.: Проблемы турбулентности. М., ОНТИ, 1936).
4. Karman Th. Some aspects of the theory of turbulent motion. Proc. Internat. Congr. Appl. Mech., Cambridge, 1934. (Рус. перев.: Проблемы турбулентности. М., ОНТИ, 1936.)
5. Deissler R. Analysis of turbulent heat transfer, mass transfer and friction in smooth tubes at high Prandtl and Schmidt numbers. NACA Rep. No. 1210, 1955.
6. Лойцянский Л. Г. Перенос тепла в турбулентном движении. ПММ, 1960, т. 24, вып. 4, стр. 637—646.
7. Van Driest E. R. On turbulent flow near a wall. J. Aeronaut. Sci., 1956, vol. 23, No. 11, pp. 1007—1011.
8. Patankar S. V., Spalding D. B. Heat and mass transfer in boundary layers, London, Morgan — Grampian, 1967.

О ВЛИЯНИИ НА ТЕПЛООБМЕН ЗАМОРАЖИВАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В НЕРАВНОВЕСНОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

В. Г. ВОРОНКИН

(*Москва*)

Показано, что в неравновесном пограничном слое на стенке с конечной каталитической активностью отношение тепловых потоков может значительно отличаться от равновесного случая вследствие различной степени замораживания химических реакций в отдельных областях пограничного слоя.