

## ОБТЕКАНИЕ СФЕРЫ ДВУМЯ СООСНЫМИ СВЕРХЗВУКОВЫМИ СТРУЯМИ

К. Г. САВИНОВ

(Москва)

Исследуется обтекание сферы параллельным, но неравномерным по величине сверхзвуковым потоком, который можно рассматривать как две соосные струи идеального газа. Задача решается численно методом установления [1]. Обтекание затупленных тел и плоской стенки сверхзвуковым потоком, неравномерным по величине и направлению, исследовалось в работах [2-5].

В дальнейшем принято помечать параметры внутренней и наружной струй соответственно индексам 1 и 2. Расчеты проводились как для случая, когда скорость  $V_{\infty 1}$  внутренней струи больше скорости  $V_{\infty 2}$  наружной струи, так и для случая, когда  $V_{\infty 1} < V_{\infty 2}$ . При расчетах линейные размеры относились к радиусу сферы, скорость — к предельной скорости  $V_{\max}$ , давление — к  $\rho_{\infty 1} V_{\max}^2$ , плотность — к  $\rho_{\infty 1}$ .

Между струями имеется переходная зона.

Профиль скорости  $V_{\infty}$  переходной зоны задается формулой [6]

$$\frac{V_{\infty 1} - V_{\infty}}{V_{\infty 1} - V_{\infty 2}} = (1 - \eta^{3/2})^2 \quad \text{при } V_{\infty 1} > V_{\infty 2} \quad (1)$$

$$\frac{V_{\infty 2} - V_{\infty}}{V_{\infty 2} - V_{\infty 1}} = (1 - \eta^{3/2})^2 \quad \text{при } V_{\infty 2} > V_{\infty 1} \quad (2)$$

Здесь безразмерная ордината  $\eta$  (она относится к ширине переходной зоны) отсчитывается от верхней границы переходной зоны для первого случая и от нижней границы для второго случая. Профиль скорости в меридиональном сечении для  $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.0$  изображен на фиг. 1, а.

Статическое давление  $p_{\infty}$ , постоянное во всем набегающем потоке, определяется по формуле

$$\frac{p_{\infty}}{\rho_{\infty 1} V_{\max}^2} = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} [1 - (V_{\infty 1}/V_{\max})^2] \quad (3)$$

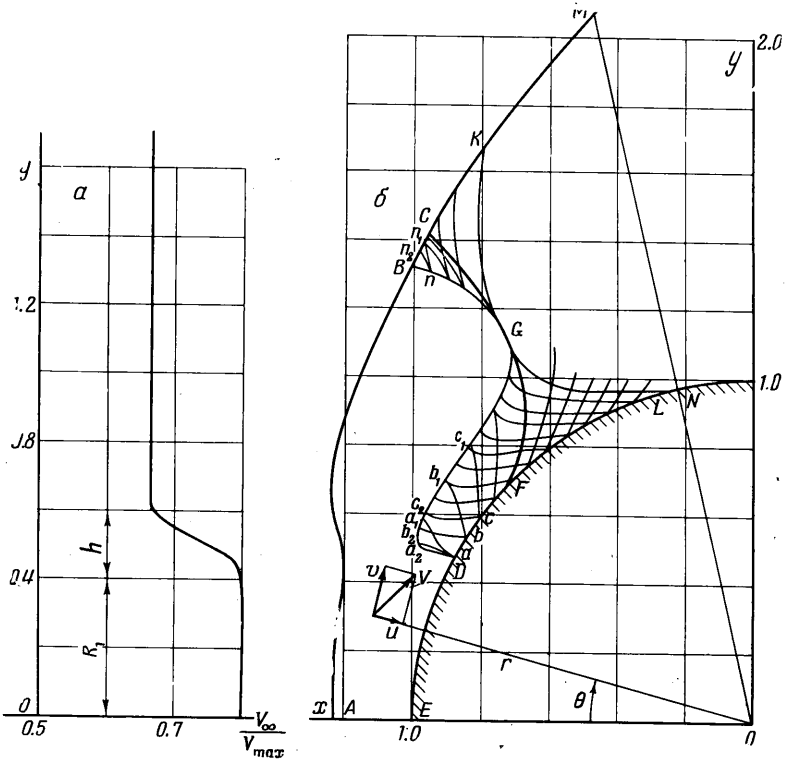
Для плотности  $\rho_{\infty}$  и скорости  $V_{\infty}$  имеем

$$\frac{\rho_{\infty}}{\rho_{\infty 1}} = \frac{1 - (V_{\infty 1}/V_{\max})^2}{1 - (V_{\infty}/V_{\max})^2}, \quad \frac{V_{\infty}}{V_{\max}} = \left[ \frac{M_{\infty}^2 (\gamma - 1)}{M_{\infty}^2 (\gamma - 1) + 2} \right]^{1/2} \quad (4)$$

Радиус наружной струи считается достаточно большим, так что внешняя граница струи не оказывает влияния на рассчитываемую область течения. Радиус внутренней струи  $R_1$  выбирается таким образом, чтобы он был меньше расстояния от оси звуковой точки на ударной волне при обтекании сферы равномерным потоком с числом  $M_{\infty} = M_{\infty 1}$ .

Таким образом, набегающий поток задается пятью параметрами: числами Маха внутренней и наружной струй  $M_{\infty 1}$  и  $M_{\infty 2}$ , показателем адиабаты  $\gamma$ , радиусом внутренней струи  $R_1$  и шириной переходной зоны  $h$ . Все расчеты, результаты которых изложены ниже, проводились для  $\gamma = 1.4$ ,  $R_1 = 0.4$ ,  $h = 0.2$ .

Геометрическая картина обтекания сферы соосными струями изображена на фиг. 1, б (для данного случая  $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.0$ ). Здесь  $AM$  — ударная волна,  $BGD$  — звуковая линия,  $CGF$  — предельная характеристика. Течение рассчитывалось в области  $AMNE$ , причем граничная линия  $MN$  выбиралась так, чтобы составляющая скорости, нормальная к этой линии, была больше скорости звука  $V_n > a$ ; в этом случае возмущения из



Фиг. 1

области, расположенной вниз по потоку относительно  $MN$ , не передаются в область  $AMNE$  и на линии  $MN$  можно не ставить никаких граничных условий.

В меридиональной плоскости использовалась полярная система координат  $r, \theta$ . Поперек ударного слоя вводилась нормированная координата  $\xi$ , определяемая соотношением

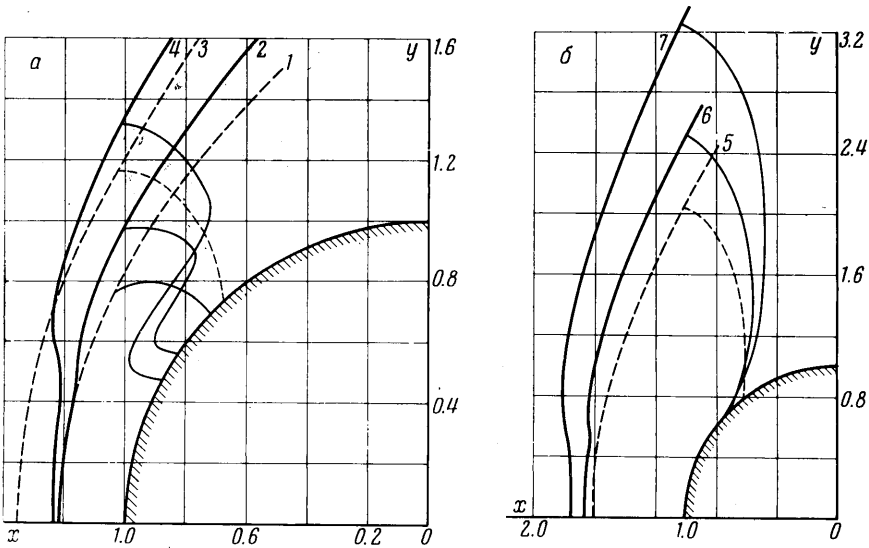
$$\xi = \frac{r - r_w(\theta)}{r_s(\theta) - r_w(\theta)} \quad (5)$$

Здесь  $r_w = r_w(\theta)$  и  $r_s = r_s(\theta)$  — уравнения контура тела и ударной волны. Разностная сетка имела  $11 \times 21$  точек. Шаг сетки в направлении  $\xi$  был равен  $h_\xi = 0.1$ , а шаг в направлении  $\theta$  был принят  $h_\theta = 0.05\theta'$ , где  $\theta'$  — координата крайнего луча.

Рассмотрим сначала случай  $V_{\infty 1} > V_{\infty 2}$ .

На фиг. 2, а и б изображены геометрические картины течений для диапазона умеренных и малых сверхзвуковых скоростей. Кривые на этих фигурах соответствуют следующим значениям чисел Маха: 2 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.5$ ), 4 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.0$ ), 6 ( $M_{\infty 1} = 1.5$ ,  $M_{\infty 2} = 1.4$ ), 7 ( $M_{\infty 1} = 1.5$ ,  $M_{\infty 2} = 1.3$ ). Для сравнения на этих же фигурах пунктиром нанесены ударные волны и звуковые линии при обтекании сферы равномерным потоком: кривые 1, 3, 5 соответствуют значениям  $M_\infty = 3.0, 2.0, 1.5$ .

Отметим, что для больших сверхзвуковых скоростей геометрическая картина обтекания имеет такой же характер, как для умеренных сверхзвуковых скоростей. Как видно из указанных фигур, для рассматриваемых течений характерна более сложная форма ударной волны и звуковой линии по сравнению со случаем обтекания сферы равномерным потоком. Ударные волны имеют в районе переходной зоны две точки перегиба, причем перегибы ударной волны становятся более отчетливыми с уменьшени-



Фиг. 2

ем  $M_{\infty 2}$  при фиксированном  $M_{\infty 1}$ . Относительно звуковых линий следует отметить тот факт, что с уменьшением  $M_{\infty 2}$  звуковая точка на теле смещается к оси, а звуковая точка на ударной волне поднимается вверх. Для умеренных и больших сверхзвуковых скоростей звуковая линия имеет две точки перегиба.

Важной величиной, характеризующей положение ударной волны, является ее отход на оси. Эта величина с уменьшением  $M_{\infty 2}$  при фиксированном  $M_{\infty 1}$  увеличивается, причем наиболее сильно для малых сверхзвуковых скоростей, слабее для умеренных и очень слабо для больших сверхзвуковых скоростей. Отход ударной волны в сверхзвуковой части ударного слоя больше отхода ударной волны при обтекании сферы равномерным потоком с числом  $M_{\infty} = M_{\infty 2}$ .

При рассмотрении обтекания затупленных тел сверхзвуковым потоком важно выявление области влияния сверхзвукового течения в ударном слое на дозвуковое. С этой целью методом Эйлера с пересчетом интегрировались уравнения характеристик, которые для переменных  $\xi, \theta$  имеют вид

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{\varepsilon(v^2 - a^2)}{(r_w + \xi\varepsilon)uv - (r_w' + \xi\varepsilon')(v^2 - a^2) \pm (r_w + \xi\varepsilon)a\sqrt{u^2 + v^2 - a^2}} \quad (6)$$

$$\varepsilon = r_s(\theta) - r_w(\theta)$$

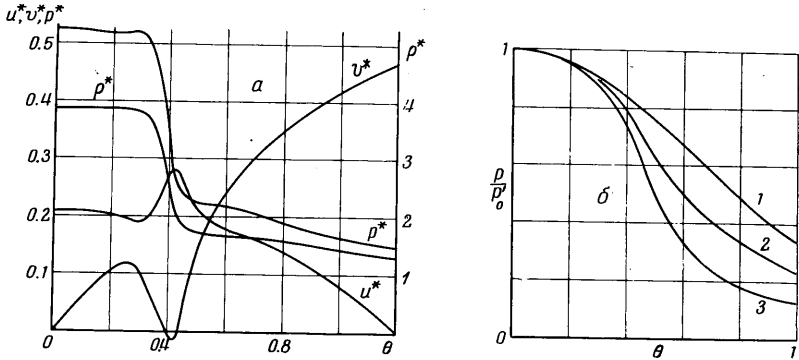
На фиг. 1, б для случая  $M_{\infty 1} = 3.0, M_{\infty 2} = 2.0$  в трансзвуковой области проведены характеристики  $aa_1, bb_1, \dots, nn_1$  первого семейства и характеристики  $aa_2, bb_2, \dots, nn_2$  второго семейства. Область влияния ограничена участком  $FG$  характеристики  $FGK$  первого семейства и участком  $CG$  ха-

рактеристики *CGL* второго семейства. Указанные характеристики касаются звуковой линии в точке *G*. Как характерную особенность по сравнению с обтеканием сферы равномерным потоком следует отметить значительный размер части области влияния, прилегающей к телу.

На фиг. 3, а для случая  $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.0$  представлены распределения вдоль ударной волны составляющих скорости  $u^*$ ,  $v^*$  давления  $p^*$ , плотности  $\rho^*$ .

$$u^* = -u/V_{\max}, \quad v^* = v/V_{\max}, \quad p^* = p/\rho_{\infty 1}V_{\max}^2, \quad \rho^* = \rho/\rho_{\infty 1}$$

Характерной особенностью этих распределений является резкое изменение указанных величин в районе переходной зоны набегающего потока.



Фиг. 3

Распределение по телу давления, отнесенного к давлению  $p_0'$  в точке торможения, дано на фиг. 3б: 1 ( $M_{\infty} = 3.0$ ), 2 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.5$ ), 3 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.0$ ). Из графиков видно, насколько существенно отличаются распределения давления для неравномерного и равномерного обтеканий. Например, при  $\theta = 0.8$  давление для равномерного потока с  $M_{\infty} = 3.0$  в 2.77 раза больше давления для неравномерного потока с  $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 2.0$ .

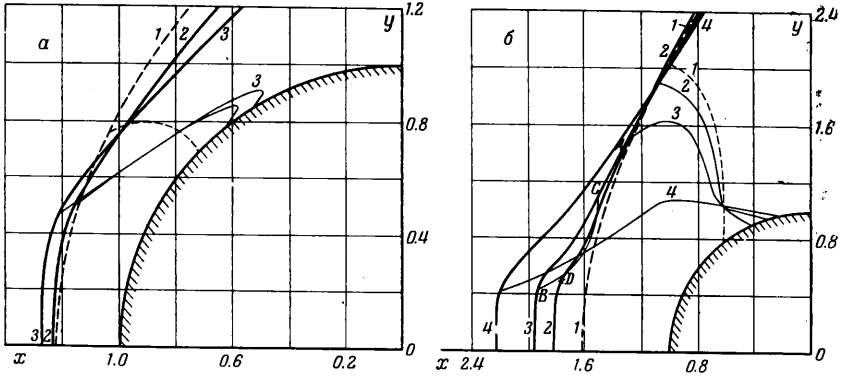
Перейдем к случаю  $V_{\infty 2} > V_{\infty 1}$ .

Геометрические картины обтекания для умеренных сверхзвуковых скоростей изображены на фиг. 4, а: 1 ( $M_{\infty} = 3.0$ ), 2 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 3.5$ ), 3 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 4.0$ ), а для малых сверхзвуковых скоростей — на фиг. 4, б: 1 ( $M_{\infty} = 1.5$ ), 2 ( $M_{\infty 1} = 1.3$ ,  $M_{\infty 2} = 1.5$ ), 3 ( $M_{\infty 1} = 1.2$ ,  $M_{\infty 2} = 1.5$ ), 4 ( $M_{\infty 1} = 1.1$ ,  $M_{\infty 2} = 1.5$ ).

Анализируя форму ударной волны, следует отметить резкое уменьшение угла наклона  $\sigma$  ударной волны в районе переходной зоны набегающего потока. После резкого уменьшения угла  $\sigma$  наблюдается некоторое его увеличение, после чего этот угол снова начинает уменьшаться. Такое поведение угла  $\sigma$  приводит к появлению двух точек перегиба, которые особенно ясно видны для случая малых сверхзвуковых скоростей. Отход ударной волны на оси увеличивается с уменьшением  $M_{\infty 1}$  при фиксированном  $M_{\infty 2}$ , а также с увеличением  $M_{\infty 2}$  при фиксированном  $M_{\infty 1}$ . В сверхзвуковой части ударного слоя ударная волна расположена ближе к телу, чем в случае равномерного обтекания с  $M_{\infty} = M_{\infty 2}$ . Как общую закономерность нужно указать увеличение угловой координаты  $\theta$  для звуковой точки на теле по сравнению со случаем обтекания сферы равномерным потоком с  $M_{\infty} = M_{\infty 1}$ . Для диапазона больших сверхзвуковых скоростей геометрическая картина обтекания имеет такой же характер, как для умеренных сверхзвуковых скоростей.

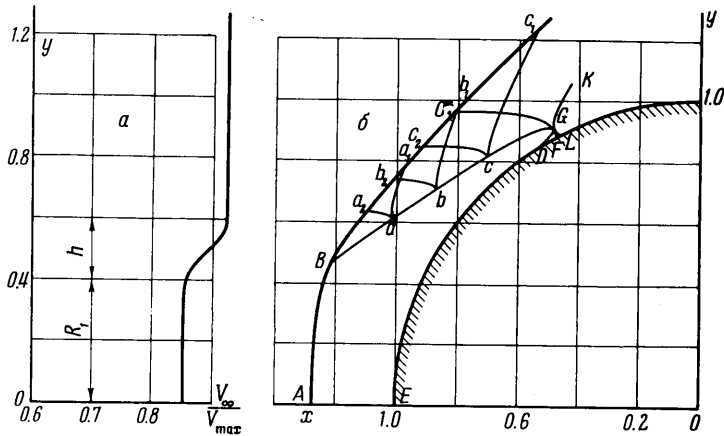
Особо необходимо остановиться на форме ударной волны и звуковой линии для случая малых сверхзвуковых скоростей. Здесь наблюдается появление местной сверхзвуковой зоны. С уменьшением  $M_{\infty 1}$  при фиксированном  $M_{\infty 2}$  угол наклона ударной волны в районе переходной зоны уменьшается все сильнее и, наконец, достигает звукового значения  $\sigma_0$ . В рас-

смаатриваемом случае, когда  $M_{\infty 2} = 1.5$ , значение  $\sigma_0$  достигается впервые при  $M_{\infty 1} = 1.3$  (точка  $D$  на кривой 2 фиг. 4, б). При дальнейшем уменьшении  $M_{\infty 1}$  угол наклона ударной волны, достигнув значения  $\sigma_0$ , продолжает на некотором участке уменьшаться, а затем начинает увеличиваться, вновь принимая значение  $\sigma_0$ , и на ударной волне появляется еще одна звуковая точка — точка  $C$ . При этом образуется местная сверхзвуковая зона, приле-



Фиг. 4

гающая к ударной волне. Если продолжать уменьшать  $M_{\infty 1}$  при фиксированном  $M_{\infty 2}$ , то звуковая точка  $C$  будет подниматься вверх, а «основная» звуковая точка  $A$  будет опускаться вниз по ударной волне. При некотором значении  $M_{\infty 1}^0$  они сольются, и при  $M_{\infty 1} < M_{\infty 1}^0$  будет иметься одна сверхзвуковая область.



Фиг. 5

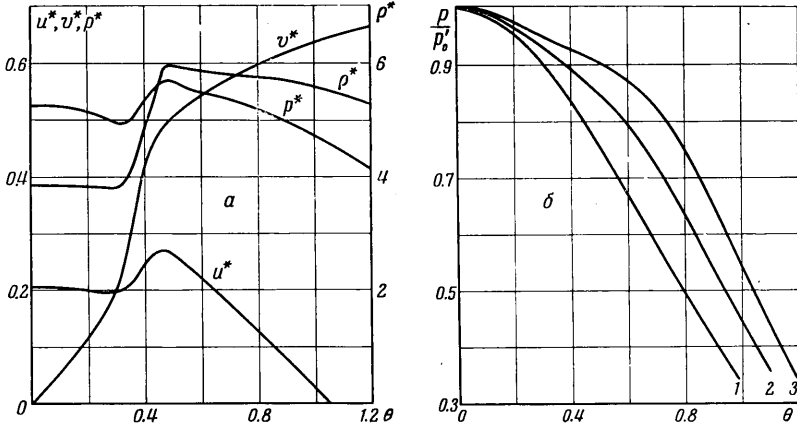
Фиг. 4, б иллюстрирует сказанное выше: для  $M_{\infty 2} = 1.5$  при  $M_{\infty 1} = 1.2$  имеются две сверхзвуковые области, а при  $M_{\infty 1} = 1.1$  они слились в одну.

На фиг. 5, б для  $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 4.0$  в трансзвуковой области проведены характеристики  $aa_1$ ,  $bb_1$ ,  $cc_1$  первого семейства и характеристики  $aa_2$ ,  $bb_2$ ,  $cc_2$  второго семейства. Предельная характеристика  $CGF$  состоит из участка  $FG$  характеристики  $FGK$  первого семейства и участка  $CG$  характеристики  $CGL$  второго семейства. В точке  $G$  предельная характеристика касается звуковой линии. В отличие от случая  $V_{\infty 1} > V_{\infty 2}$  здесь часть области влияния  $BCG$ , прилегающая к ударной волне, значительно превышает по размерам часть области влияния  $DGF$ , прилегающую к телу. Такой же характер область влияния имеет и для больших сверхзвуковых скоростей.

Распределения параметров вдоль ударной волны для случая  $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 4.0$  представлены и на фиг. 6, а, и опять следует указать на резкое изменение парамет-

ров в районе переходной зоны. На фиг. 6, б показано распределение давления по телу для умеренных сверхзвуковых скоростей: 2 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 3.5$ ), 3 ( $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 4.0$ ). На этой же фигуре дано распределение давления для равномерного обтекания сферы с  $M_{\infty} = 3.0$  (кривая 1). Давление для этого случая всюду вдоль тела меньше давления для неравномерного потока: например, при  $\theta = 1.0$  оно в 1.64 раза меньше давления для  $M_{\infty 1} = 3.0$ ,  $M_{\infty 2} = 4.0$ .

В работе [7], где исследовалось обтекание равномерным сверхзвуковым потоком затупленных тел различной формы, указывается, что распределения газодинамических параметров за отошедшей ударной волной на оси симметрии по координате  $\xi$  не зависят от формы тела, а определяются параметрами набегающего потока. Анализ



Фиг. 6

поведения газодинамических параметров на оси для течений, рассматриваемых в данной работе, а также для течений, исследованных в работе [5], позволяет сделать вывод о том, что распределения газодинамических параметров по координате  $\xi$  на оси симметрии не зависят также и от неравномерности набегающего потока, а определяются только параметрами набегающего потока непосредственно перед прямым скачком.

Несколько слов о контроле точности расчетов. В узлах разностной сетки проверялось выполнение уравнения Бернулли; для большинства расчетов ошибка не превышала 1—2%, наибольшая ошибка составляла 3%. Также вычислялась энтропийная функция  $\Phi = p^{1/\gamma} / \rho$ ; разброс ее значений на линиях тока находился в пределах 0.5—4%. Анализ точности расчетов показывает, что с увеличением разности скоростей внутренней и наружной струй при фиксированной ширине переходной зоны точность падает.

Укажем, что были проведены расчеты для различных значений ширины переходной зоны набегающего потока при фиксированных скоростях струй. Эти расчеты показали, что с увеличением ширины переходной зоны точность становится выше.

Автор благодарит Г. Ф. Теленина за внимание к работе.

Поступила 21 X 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бабенко К. И., Русанов В. В. Разностные методы решения пространственных задач газовой динамики. Труды II Всесоюзного съезда теоретической и прикладной механики (обзорные доклады, вып. 2), М., «Наука», 1965.
2. Храмов Н. Е. Расчет обтекания сферы неравномерным потоком газа. ПММ, 1965, т. 29, вып. 1.
3. Храмов Н. Е. Расчет взаимодействия осесимметричной сверхзвуковой недорасширенной струи с преградой. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 5.
4. Eastman D. W., Vonnem J. P. Flowfield of highly underexpanded jet impinging on surface. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 7. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 7.)
5. Лебедев М. Г., Савинов К. Г. Удар неравномерного сверхзвукового потока газа в плоскую преграду. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
6. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
7. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф. Сверхзвуковое обтекание тел различной формы с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.