

РАСЧЕТ КВАЗИОДНОМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ ИОНИЗУЮЩЕГОСЯ ГАЗА В ПРОФИЛИРОВАННОМ КАНАЛЕ

К. В. БРУШЛИНСКИЙ, А. И. МОРОЗОВ, В. В. ПАЛЕЙЧИК

(Москва)

Проводится расчет течения газа, который ионизируется и ускоряется, проходя через плоское сопло под действием поперечного магнитного поля. Задача рассматривается в квазиодномерном приближении и в своей постановке формально напоминает задачу о квазиодномерном течении плазмы в поперечном магнитном поле, изложенную в [1]. Отличие состоит в том, что на входе в канал газ не ионизован. В сужающейся части канала газ нагревается и полностью ионизируется. Процесс ионизации и характер течения в канале изучаются путем численного интегрирования уравнений магнитной гидродинамики. В результате расчетов обнаружено, что в отличие от [1] стационарного режима течения не устанавливается. Фронт ионизации пульсирует, и течение носит колебательный характер.

Как и в [1], задача решается в нестационарном варианте. Начальные данные выбраны так, чтобы обеспечить разгон плазмы в канале слева направо: начальные плотности, температура и напряженность магнитного поля являются монотонно убывающими функциями вдоль канала, начальная скорость равна нулю.

Как известно, проводимость газа σ — функция температуры, причем при низких температурах она практически равна нулю. В данной задаче проводимость считается равной нулю при значениях температуры ниже некоторой критической и отличной от нуля — при высоких температурах. При $\sigma = 0$ течение газа описывается уравнениями газовой динамики, а при $\sigma \neq 0$ — уравнениями магнитной гидродинамики. Границу двух сред¹ нужно определять и на ней сшивать решения с помощью обычных условий на разрывах. Известно [3], что обычные законы сохранения не образуют полного набора граничных условий на ударной волне ионизации, и недостающие условия следует подбирать с учетом структуры волны. Число недостающих условий определяется в конечном счете требованием эволюционности разрыва, т. е. соотношениями между скоростями газа, магнитного звука и ударной волны [4].

Указанное обстоятельство сильно затрудняет расчет задачи. Трудности можно частично обойти, если поставить задачу менее точно, но единообразно, а именно предлагается всюду описывать среду уравнениями магнитной гидродинамики и приписать нейтральному газу малую, но конечную проводимость. Такая постановка задачи вполне согласуется с практикой: сильноточный разряд сопровождается мощным ультрафиолетовым излучением, производящим заметную конечную ионизацию поступающего газа.

Рассмотрим течение плазмы в канале переменного сечения. На входе заданы значения плотности ρ_0 , температуры T_0 (следовательно, давления p_0 и энтропии s_0) и напряженности магнитного поля H_0 . Начальное состояние среды описано выше, причем начальное значение температуры, а также значение ее T_0 на входе предполагаются ниже критического. Это значит, что вначале в канале находится и в дальнейшем на входе подается неионизованный (точнее, очень слабо ионизованный, поскольку $\sigma_0 \ll 1$) газ.

В квазиодномерном приближении задача описывается следующей системой уравнений магнитной гидродинамики в безразмерных переменных (по поводу уравнений и их нормировки, а также методов численного решения см. [1, 5])

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho f) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v f) = 0, \quad \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{H^2}{2} \right) = 0$$

¹ Экспериментально существование резкого фронта ионизации было показано в работе [2].

$$\frac{\partial}{\partial t}(Hf) + \frac{\partial}{\partial x}(Hvf) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu f \frac{\partial H}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\frac{p}{\gamma - 1} \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial s}{\partial x} \right) = \nu \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 - I_0 \rho \theta(T)$$

Здесь

$$p = \beta_0 T = \beta_0 \nu e^s, \quad \beta = \frac{4\pi p_0}{H_0^2}, \quad \nu = \frac{c^2}{4\pi \sigma L \nu_0} = \frac{1}{R_m}$$

Как указано, проводимость R_m является скачкообразной функцией температуры, а именно

$$R_m = \begin{cases} \sigma_0 & (T < T^*) \\ \sigma_1 + \sigma_2 T^{3/2} & (T > T^*) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь T^* — критическое значение температуры, при котором газ ионизируется, а $\sigma_0 \ll 1$. Последнее слагаемое в четвертом уравнении (1) соответствует потере энергии при ионизации. Функция $\theta(T) = \exp[-\alpha(T - T^*)^2]$ с достаточно большим α выбрана так, чтобы ее влияние сказывалось только вблизи значения $T = T^*$.

Поперечное сечение канала задано функцией $f(x)$, входящей в уравнения (1). В проведенных расчетах она равна

$$f(x) = \begin{cases} -0.8x(1-x) + 0.3 & (0 \leq x \leq 1) \\ 1.5x - 1.2 & (1 \leq x \leq 5) \end{cases}$$

т. е. при $0 \leq x \leq 1$ канал имеет форму сопла, сужающегося втрое к своей середине и удлиненного справа расширяющейся трубой [1]. Граничными условиями для системы уравнений (1) будут [1]

$$\rho = T = H = 1 \quad (x = 0), \quad \partial(Hf) / \partial x = 0 \quad (x = 5)$$

Начальные условия при $t = 0$: $v = 0$, а ρ , T , H — более или менее произвольные, монотонно убывающие слева направо функции.

Проведены две серии расчетов в связи с двумя возможными толкованиями формулы для проводимости.

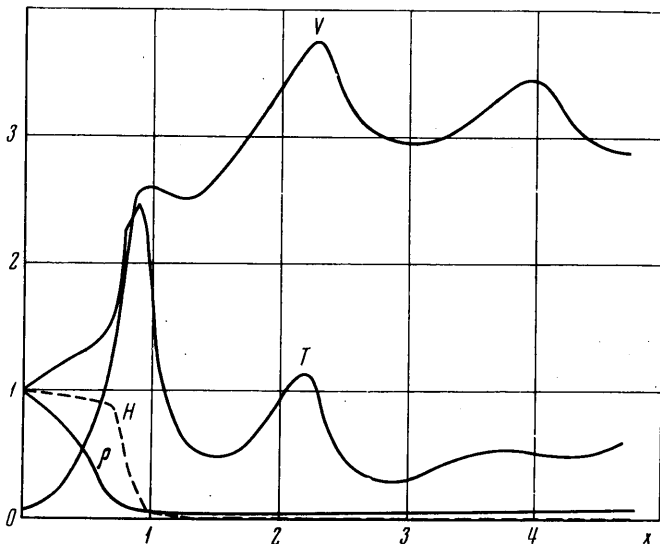
Если формулу (2) понимать буквально, то она означает, что при охлаждении уже ионизованного газа до температуры ниже T^* происходит вновь переход к $R_m = \sigma_0$, т. е. к неионизованному состоянию. Такая модель может быть реализована при ускорении плотной плазмы и представляет интерес для создания, например, аэродинамических труб.

Второе толкование формулы (2) предполагает, что газ после ионизации остается ионизованным уже независимо от дальнейшей температуры, т. е. вводится дополнительный запрет рекомбинации. Иначе говоря, изменение состояния R_m для каждой частицы происходит по формуле (2) лишь при возрастании температуры.

В результате расчетов в обеих сериях получился один и тот же результат — квазипериодические пульсирующие температурные режимы. Поэтому дальнейшие количественные результаты приводятся в качестве примера для первой серии.

За время порядка пролетного в канале устанавливается распределение плотности, близкое к стационарному, и дальнейшие отклонения от него незначительны. Это распределение можно сравнить со стационарным распределением плотности полностью ионизованного газа [1] с теми же параметрами на входе. Оказывается, что график плотности ионизирующегося газа, приведенный на фиг. 1, лежит ниже (в среднем процентов на 30) соответствующего графика, полученного в рамках расчетов [1] плазмы без скачка проводимости.

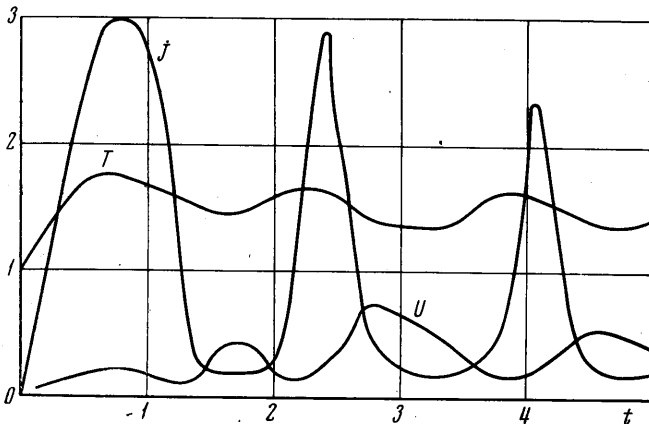
Наблюдаются резкие колебания температуры. Фронт ионизации, т. е. переход температуры через критическое значение T^* , располагается вблизи минимального сечения сопла ($x \approx 0,5$), а точное его положение колеблется во времени. Состояние перед фронтом близко к стационарному. За фронтом находится узкая нагретая



Фиг. 1

область с колеблющейся во времени величиной максимума температуры. Нагретый проводящий слой периодически отделяется от фронта и движется вправо, остывая и размазываясь по ширине.

Напряженность магнитного поля спадает слева направо практически до нуля, причем почти все падение приходится на пульсирующую узкую прогретую область за фронтом ионизации. Это соответствует тому, что электрический ток «пробивает» канал в нагретом, т. е. наиболее проводящем месте.



Фиг. 2

Распределение скорости в канале в основном монотонно возрастает слева направо, а колебания скорости согласованы с колебаниями температуры. Величина колебаний не превышает 25–30% среднего значения скорости за фронтом ионизации.

Описанное явление можно представить себе следующим образом. Порция газа, быстро ускоряясь, способствует повышению напряжения на электродах, образующих стенки канала. Это ведет к очередному новому пробое газа электрическим током.

На фиг. 1 приведены графики плотности ρ , температуры T , скорости v и напряженности магнитного поля H , как функции от x вдоль канала для типичного момента времени (в данном случае $t = 6,50$) большего, чем пролетное.

На фиг. 2 показана зависимость температуры T , плотности электрического тока $j = -\partial H / \partial x$ и напряжения $U = Ef$, где $E = v_j + v_H$, от времени для сечения канала при $x = 0.55$. И те и другие графики соответствуют значениям параметров

$$\beta = 0.42, \quad \sigma_0 = 0.05, \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 1, \quad T^* = 1.5, \quad I_0 = 0.3$$

При изменении параметров картина меняется следующим образом. Возрастание σ_0 , т. е. увеличение степени ионизации газа на входе, ослабляет величину температурных колебаний. Так, при $\sigma_0 = 0.1$ всплески температуры в полтора раза меньше, чем при $\sigma_0 = 0.05$, а при $\sigma_0 = 0.3$ они полностью исчезают, и течение выходит на стационарный режим.

Колебания становятся слабее также при увеличении параметра β , т. е. при уменьшении магнитного давления по сравнению с газовым. При больших значениях β получаются стационарные режимы течения, близкие к газодинамическим.

Наконец, несколько слов о влиянии теплопроводности газа и плазмы. Полученные в расчетах колебания температуры относятся к нетеплопроводной модели, и это обстоятельство нельзя упускать из вида при оценке и анализе явления. В реальных ситуациях с нагревом и ионизацией теплопроводность, безусловно, играет роль.

Расчет течения с учетом теплопроводности был проведен, для чего в правую часть уравнения энергии добавлено слагаемое $\partial(\kappa \partial T / \partial x) / \partial x$. Результат расчетов состоит в том, что при возрастании κ от нуля колебания температуры стихают и, в конце концов, исчезают — течение устанавливается.

В связи с рассмотренными особенностями течения, следует отметить также явление, обнаруженное авторами совместно с Н. М. Зуевой при расчетах течений в работе [4], а также в рамках данной задачи. Течения нетеплопроводной плазмы с постоянной, но малой проводимостью $R_m = \sigma_0$ (в рассмотренных случаях $\sigma_0 < 0.1$) не устанавливаются во времени. В них наблюдаются режимы колебания температуры, правда менее закономерные, чем представленные здесь. Это говорит о каком-то типе неустойчивости течения, не позволяющем осуществить непрерывный переход от нестационарного решения уравнений магнитной гидродинамики с малым σ к решениям газодинамических уравнений.

Поступило 3 III 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Брушлинский К. В., Зуева Н. М., Морозов А. И. Установление квазидомерного течения плазмы в профилированном канале. Изв. АН СССР, Сер. механ., 1965, № 5, стр. 3—6.
2. Ковров П. Е., Морозов А. И., Токарев Л. Г., Щепкин Г. Я. Распределение магнитного поля в коаксиальном инжекторе плазмы. Докл. АН СССР, 1967, т. 172, № 6, стр. 1305—1308.
3. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. О магнитогидродинамических ударных волнах, ионизирующих газ. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 1, стр. 52—55.
4. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ, находящийся в электромагнитном поле. Докл. АН СССР, 1968, т. 178, № 1, стр. 55—58.
5. Брушлинский К. В. Метод расчета двумерных течений плазмы в коаксиальных каналах. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1968, т. 8, № 5, стр. 1039—1048.