

Знак плюс берется при движении по характеристике первого семейства, знак минус — по характеристике второго семейства.

Заметим, что условия (7) имеют место и в случае плоского течения, для которого постоянная v в (5) равна единице.

Из условий совместности (7) непосредственно следует, что исходной системе уравнений (1) удовлетворяет тривиальное решение

$$\varphi = \text{const}, \quad \psi = \text{const} \quad (8)$$

Течение, описываемое этим решением, возникает при наложении на течение от цилиндрического источника (стока) некоторого добавочного течения с постоянной скоростью, параллельной оси источника.

Так как решение (8) получено из характеристических соотношений, то соответствующее течение является сверхзвуковым.

Если рассматриваемое течение не является тривиальным, т. е. не описывается решением (8), и вдоль некоторой линии L в плоскости течения функции $\psi(x, r)$, $\varphi(x, r)$ постоянны, то эта линия является характеристикой. Действительно, в противном случае в характеристическом треугольнике, ограниченном частью линии L и двумя характеристиками противоположных семейств, решение задачи Коши для уравнений (1) с данными $\psi(x, r) = \text{const}$, $\varphi(x, r) = \text{const}$ на линии L совпадает с (8), что невозможно по предположению.

Заметим, что если течение гиперзвуковое и с точностью до малых высшего порядка

$$v_x = \sqrt{v^2 - a^2}$$

то условия совместности (7) совпадают с соответствующими условиями совместности в случае нестационарных течений с симметрией [3].

Поступило 20 V 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель А. И., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. 2. изд. 2. М., Физматгиз, 1969.
2. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. М., Гостехиздат, 1953.
3. Рысев О. В. Некоторые особенности разлета в пустоту газового шара. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 3.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА С ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУЕЙ, ВДУВАЕМОЙ ЧЕРЕЗ КРУГЛОЕ ОТВЕРСТИЕ В ПЛАСТИНЕ

В. С. АДВУЧЕВСКИЙ, К. И. МЕДВЕДЕВ, М. Н. ПОЛЯНСКИЙ

(Москва)

Рассматривается течение, образующееся при взаимодействии сверхзвукового потока с поперечной звуковой или сверхзвуковой струей, вдуваемой перпендикулярно к направлению основного потока через круглое отверстие в плоской стенке. Перед струей за счет торможения набегающего потока повышается давление. Вследствие этого происходит отрыв пограничного слоя, выросшего на стенке перед соплом вдува. Схема течения в области взаимодействия струи с внешним потоком представлена на фиг. 1. Образовавшаяся трехмерная зона отрыва отклоняет набегающий поток от стенки, и перед струей возникает сложная система скачков уплотнения. Кроме того, в самой струе также образуется пространственная система скачков.

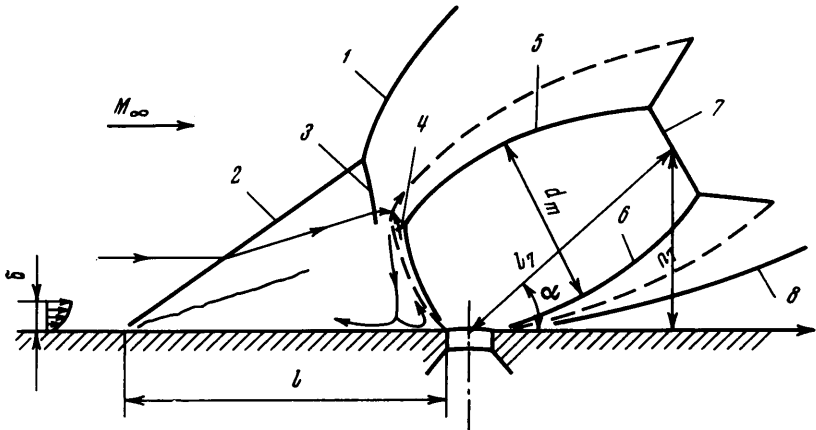
Целью исследования является выяснение физических особенностей обтекания сверхзвуковым потоком вдуваемой струи и установление основных зависимостей для геометрических характеристик течения от параметров набегающего потока и вдуваемой струи.

1. Экспериментальное исследование области взаимодействия вдуваемой струи с набегающим потоком проводилось при следующих условиях. Число Маха набегающего потока было равно 2.1, 2.9 и 3.7; число Рейнольдса, рассчитанное в плоскости симметрии течения по длине пластины до линии отрыва и параметрам набегающего потока, изменялось в диапазоне $2 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^7$, что соответствовало турбулентному пограничному слою. Степень нерасчетности n вдуваемой струи газа, равная отношению статического давления во вдуваемой струе к статическому давлению набегающего потока, изменялась от 0 до 200. Число Маха вдуваемой струи $M_a = 1.0, 1.96$

и 2.96. Толщина пограничного слоя перед линией отрыва $\delta = 6$ мм. Диаметр выходного сечения звукового сопла вдува равнялся 2, 4 и 8 мм, а сверхзвукового сопла вдува — 8 мм.

В экспериментах методом масляных покрытий получены зависимости длины зоны отрыва от параметров основного и вдуваемых потоков. С помощью теневого метода была изучена геометрия скачков уплотнения. В зоне отрыва проведены измерения распределения температуры на теплоизолированной поверхности при $T_{0a} < T_{0\infty}$.

2. Наблюдаемые в набегающем потоке перед струей и в самой струе системы скачков уплотнения приведены на фиг. 1. Система скачков в набегающем потоке состоит из основного скачка 1, косоугольного скачка 2 и замыкающего скачка 3. Внутри



Фиг. 1

струи наблюдается бочкообразный скачок (на фиг. 1 скачок обозначен цифрами 5 и 6) и центральный скачок 7 (диск Маха). Конфигурация скачков в струе несимметрична: скачок 5 имеет излом, который возникает из-за того, что в пространстве перед струей имеются большие градиенты давления. В месте излома наблюдается скачок 4. На этой схеме показан скачок 8, который образуется за соплом вдува при натекании на стенку потока, обогнувшего вдуваемую струю.

Течение в области взаимодействия струи с внешним течением можно характеризовать следующими параметрами в плоскости симметрии течения; l — длина зоны отрыва, измеряемая от кромки сопла вдува до линии отрыва; h_7 — расстояния от стенки до середины центрального скачка, l_7 — расстояние от центра сечения сопла вдува до середины центрального скачка, d_m — наибольшее расстояние между скачками 5 и 6, α — угол наклона бочкообразного скачка уплотнения (фиг. 1).

3. Из анализа явления взаимодействия вдуваемой струи газа с набегающим сверхзвуковым потоком на основе теории размерностей следует, что геометрические характеристики такого течения, например d_m , должны зависеть от размерностей параметров основного и вдуваемого потоков в виде

$$d_m / d_a = f(n, M_\infty, M_a, R_\infty, \delta / d_a, T_{0a} / T_{0\infty}, \kappa_\infty, \kappa_a, \dots) \quad (1)$$

Здесь d_a — диаметр среза сопла вдува.

Случай трехмерного отрыва пограничного слоя перед твердым препятствием при сверхзвуковом обтекании, например, цилиндра, установленного на пластине, в настоящее время довольно хорошо изучен [1]. Одной из основных особенностей отрыва пограничного слоя перед цилиндром является то, что длина зоны трехмерного отрыва, начиная с какого-то значения H/d перестает зависеть от высоты цилиндра H . Здесь d — диаметр цилиндра.

При этом в случае отрыва турбулентного пограничного слоя длина зоны отрыва линейно зависит от диаметра цилиндра. Имея это в виду, можно предположить, что длина зоны отрыва перед струйным препятствием также будет линейно зависеть от поперечного размера струи. Известно, что при истечении струи газа в затопленное пространство геометрические размеры бочкообразного скачка уплотнения прямо пропорциональны $d_a n^{0.5}$ [2]. Аналогичная зависимость, вероятно, сохранится и в случае поперечного вдува струи газа в сверхзвуковой поток.

Оценку влияния на d_m чисел Маха основного и вдуваемого потоков можно произвести, исходя из следующего предположения. Положим, что масса вдуваемого газа

m_a ускоряется в направлении основного потока от 0 до V_∞ . Тогда на основной поток со стороны вдуваемой струи будет действовать сила $m_a V_\infty$ (рассматривается случай, когда между вдуваемым газом и основным потоком не происходит химических реакций). Если приравнять величину $m_a V_\infty$ силе лобового сопротивления тонкого тела, которое оказывает на основной поток воздействие, эквивалентное воздействию вдуваемой струи, то из равенства

$$C_x A \left(\frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2} \right) = m_a V_\infty \quad (2)$$

можно определить характерный размер эквивалентного тела. Здесь C_x — коэффициент лобового сопротивления, A — площадь мишени эквивалентного тела, ρ_∞ и V_∞ — плотность и скорость основного потока. Из этого равенства следует, что размер d_m , пропорциональный диаметру эквивалентного тела, должен зависеть от параметров основного и вдуваемого потоков следующим образом:

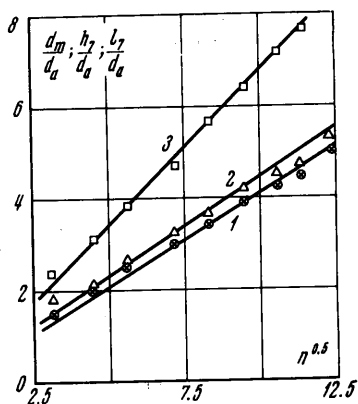
$$\begin{aligned} \frac{d_m}{d_a} &= C n^{0.5} \left(\frac{M_a \sqrt{1 + 0.2 M_a^2}}{M_\infty \sqrt{1 + 0.2 M_\infty^2}} \right)^{0.5} = \\ &= C n^{0.5} K(M_a, M_\infty) \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь C — постоянный коэффициент. Выражение (3) получено для случая вдува струи воздуха в воздушный сверхзвуковой поток при $T_{0a} = T_{0\infty}$.

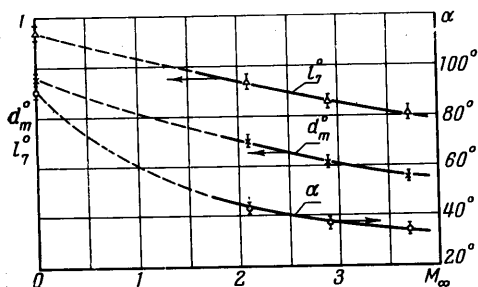
4. На фиг. 2 приведены экспериментальные значения геометрических характеристик скачков уплотнения d_m/d_a (кривая 1), h_7/d_a (кривая 2), l_7/d_a (кривая 3), наблюдаемых в струе, в зависимости от величины $n^{0.5}$ при числах

$$M_\infty = 2.9, \quad M_a = 1, \quad R \approx 10^7 \quad \text{и} \quad \delta/d_a = 3$$

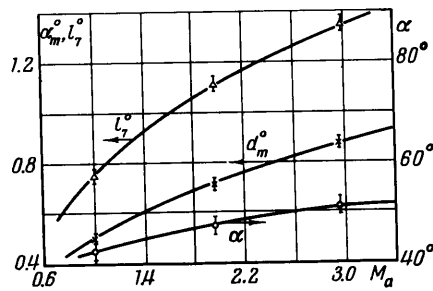
Как видно из этой фигуры, экспериментальные точки группируются около прямых линий. Аналогичные результаты были получены и при других значениях числа M_∞ . Из данных, приведенных на этой фигуре, нетрудно видеть, что угол наклона вдуваемой струи α при постоянных значениях M_∞ и M_a не зависит от степени нерасчетности.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

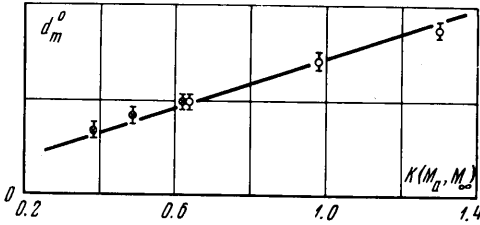
На фиг. 3 приведены экспериментальные значения как относительных величин

$$d_m^0 = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{d_m}{d_a}, \quad l_7^0 = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{l_7}{d_a}$$

так и угла α при $M_a = 1$ и $R_\infty = 2 \cdot 10^6 \div 2 \cdot 10^7$ в зависимости от числа M_∞ . Относительный поперечный размер струи в плоскости симметрии течения d_m^0 уменьшается с возрастанием числа M_∞ . Это происходит потому, что увеличение числа M_∞ вызывает рост критического перепада давления. В силу этого степень нерасчетности, рассчитанная по статическому давлению в области взаимодействия непосредственно за

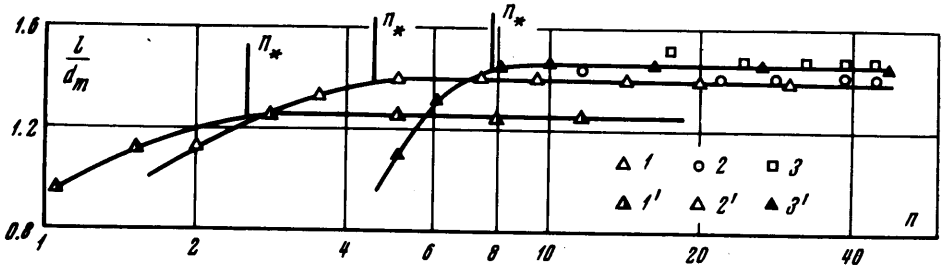
скачком β , уменьшается с возрастанием числа M_∞ . Угол наклона струи к основному потоку уменьшается с увеличением числа M_∞ .

На фиг. 4 представлена зависимость тех же величин от числа Маха двухвальной струи при числах $M_\infty = 2.1$ и $R_\infty = 2 \cdot 10^6$. Из нее видно, что рост числа M_a приводит к увеличению как диаметра бочкообразного скачка уплотнения, так и угла наклона струи. На фиг. 5 приведены экспериментальные значения d_m^0 при значениях $M_\infty = 2.1$; $M_a = 1.0, 1.96, 2.96$ (точки 1) и при значениях $M_a = 1.0$; $M_\infty = 2.1, 2.9, 3.7$ (точки 2) в зависимости от параметра $K(M_a, M_\infty)$. Экспериментальные данные d_m^0 , представленные в таком виде, хорошо ложатся на единую прямую.



Фиг. 5

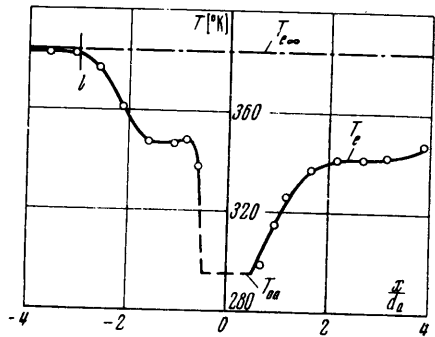
от степени нерасчетности двухвальной струи газа n для случая $M_a = 1$ и $\delta/d_0 = 1.5$, при этом точки 1, 2, 3 соответствуют значениям $M_\infty = 2.1, 2.9, 3.7$; а также для случая $M_a = 1$ и $M_\infty = 2.1$, при этом точки 1', 2', 3' соответствуют значениям $\delta/d_a = 0.75, 1.5, 3.0$.



Фиг. 6

Из этой фигуры следует, что число M_∞ при изменении нерасчетности не влияет на относительную длину зоны отрыва. Вертикальной чертой на этой фигуре отмечено характерное значение степени нерасчетности n_* . При значениях n меньше n_* относительная длина зоны отрыва l/d_m зависит от параметра δ/d_a . Это вызвано тем, что при $n < n_*$ аналогично обтеканию цилиндра, установленного на пластине, длина зоны отрыва зависит как от диаметра эффективного тела, так и от глубины проникновения струи в основной поток. Когда $n > n_*$ глубина проникновения не влияет на величину l/d_m и длина зоны отрыва линейно зависит только от диаметра эффективного тела. Из фиг. 6 видно, что величина n_* растет с увеличением параметра δ/d_a . Это объясняется тем, что «пробивание» более толстого пограничного слоя происходит при большем значении степени нерасчетности. Влияние числа M_∞ на n_* в исследованном диапазоне изменения числа M_∞ не обнаружено.

6. В результате смешения основного и двухвального потоков часть двухвального газа забрасывается вплоть до линии отрыва, а основная масса двухвального воздуха сносится вниз по потоку от места вдува. Этот факт подтверждается измерением температуры теплоизолированной стенки в окрестности отверстия вдува. На фиг. 7 представлено замеренное распределение температуры теплоизолированной поверхности в плоскости симметрии области трехмерного взаимодействия двухвального и основного



Фиг. 7

потоков. Вдув производился перпендикулярно к направлению основного потока при числах $M_\infty = 2.9$, $M_a = 1$, $R_\infty = 6 \cdot 10^6$, $n = 15.5$, $\delta / d_a = 0.75$. Температура основного потока $T_{0\infty} = 395^\circ \text{K}$, температура торможения вдуваемой струи $T_{0a} = 295^\circ \text{K}$. Вертикальной чертой отмечено положение линии отрыва.

В результате проведенных исследований, которые подтвердили подобие явлений отрыва перед твердым и струйным препятствиями, можно ожидать существование областей с повышенным давлением и тепловым потоком в передней части области отрыва.

Поступило 28 XI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеевский В. С., Медведев К. И. Физические особенности течения в области отрыва при трехмерном взаимодействии пограничного слоя с ударной волной. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
2. Lewis C. H., Carlson D. J. Normal shock location in underexpanded gas and gas-particle jets. AIAA Journal, 1964, No. 4. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика. Ж. Америк. ин-та авиации и космонавтики, 1964, № 4.)

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ОСЕСИММЕТРИЧЕСКОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПЕРЕРАСШИРЕННОЙ СТРУИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

И. М. ВАСЕНИН, А. Д. РЫЧКОВ

(Томск)

Излагается расчет перерасширенных струй, использующий особенность сверхзвуковых течений — отсутствие распространения малых возмущений вверх по потоку. Область течения газа разбивается на части таким образом, чтобы на левой и правой границах этих частей течение всегда оставалось сверхзвуковым. После этого проводится последовательный расчет каждой части, причем первой считается та часть области, которая лежит выше остальных вверх по потоку.

Расчет проводится на принципе установления с использованием конечно-разностного метода, позволяющего вести сквозной счет ударных волн. Форма границы струи заранее неизвестна и определяется в процессе решения, причем для ее устойчивого счета вводится осреднение, аналогичное введению искусственного поверхностного натяжения.

В сверхзвуковой перерасширенной струе при определенном числе Маха на срезе сопла и степени перерасширения возникает система ударных волн, состоящая из прямого центрального скачка (диск Маха) и двух косых скачков уплотнений — падающего и отраженного.

Расчет параметров течения в такой стационарной струе возможен, например, методом характеристик везде, где течение остается сверхзвуковым. Для расчета дозвуковой области, возникающей за прямым скачком уплотнения, можно воспользоваться, как это сделано в работе [1], методом интегральных соотношений. Однако такой подход накладывает ограничения на параметры истекающей струи, а именно течение должно быть таким, чтобы в тройной точке скорость потока газа оставалась сверхзвуковой. Ниже это ограничение снимается.

1. Расчет проводится по принципу установления без выделения ударных волн и поэтому нестационарная система уравнений газодинамики для осесимметрического течения газа записывается в виде законов сохранения

$$\frac{\partial}{\partial t} y\rho + \nabla y\rho U = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} yM + \nabla yMU + \frac{\partial}{\partial x} yp = 0, \quad p = p(\rho, \varepsilon)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} yN + \nabla yNU + \frac{\partial}{\partial y} yp = p, \quad \frac{\partial}{\partial t} ye + \nabla yeU + p\nabla yU = 0,$$

$$U = ui + vj, \quad M = \rho u, \quad N = \rho v, \quad \nabla = \partial / \partial x + \partial / \partial y$$

Здесь U — вектор скорости газа, ρ — плотность газа, p — давление, ε / ρ — удельная внутренняя энергия, i, j — орты осей x и y .

Область течения газа ограничена сверху границей струи, положение которой заранее неизвестно и определяется в процессе решения, снизу — осью симметрии.