

3. Кузнецов О. М., Попов С. Г., Феоктистов В. В. Дискретные вихри в плоских следах за различными профилями при $M_\infty < 1$ и $M_\infty > 1$ и пограничный слой. III Всес. съезд по теорет. и прикл. механ., Аннот. докл. М., 1968, стр. 334.
4. Васильев Л. А. Усовершенствование прибора ИАБ-451. Научн. докл. Высшей школы, Машиностроение и приборостроение, 1958, № 4, стр. 230—237. См. также: «Теневые методы», М., «Наука», 1968.
5. Anderson J. A., Porter R. W. Ronchi's method of optical testing. *Astrophys. Journal*, 1929, vol. 70, pp. 175—181.
6. Абрюков С. А. Теневые и интерференционные методы исследования оптических неоднородностей. Изд-во Казанск. ун-та, 1962.
7. Абрюков С. А., Шафигуллин А. Г. О возможности применения интерференционных явлений в приборе Теплера для количественных исследований. *Ж. техн. физ.*, 1955, т. 25, № 3.
8. Подковырин И. А. Дифракционный интерферометр на основе прибора Теплера. Уч. зап. Казанск. ун-та, 1956, т. 116, № 5.
9. Temple E. B. Quantitative measurement of gas density by means of light interference in shlieren system. *Optical Soc. Amer.*, 1957, vol. 47, No. 1, pp. 91—100.
10. Дубовик А. С. Фотографическая регистрация быстротекущих процессов. М., «Наука», 1964.
11. Holman J. P., Gartrell H. E., Soehngen E. E. An interferometric method of studying boundary layer oscillations. *J. Heat Trans. (Trans. A. S. M. E., Ser. G)*, 1960, vol. 82, No. 3, pp. 263—264.
12. Holman J. P., Stout K. E. On the effects of flow obstructions of free-convection boundary-layer oscillations. *J. Aero Space Sci.*, 1960, vol. 27, No. 6, pp. 463—464.

РАСЧЕТ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

С. Г. ЗАЙЦЕВ, И. К. ФАВОРСКАЯ

(Москва)

Проведен расчет течения ионизованного газа за ударной волной, распространяющейся по магнитогазодинамическому каналу в приближении одномерного течения без учета влияния индуцированного магнитного поля.

Получены решения для распространения ударной волны в аргоне с числом Маха около 12 и напряженности магнитного поля до 2 тл. При этих режимах параметр магнитогазодинамического взаимодействия превышает единицу. Определены параметры течения в канале, интенсивность скачка торможения, образующегося в канале в результате действия пондермоторных сил, а также влияние процесса в канале на движение исходной ударной волны.

В работе используется численный метод решения системы магнитогазодинамических уравнений с введением искусственной вязкости [1]. Этот метод основан на включении искусственного диссипативного процесса, который позволяет получить непрерывное изменение параметров в местах возникновения разрывов газодинамических параметров, не меняя значения их в области непрерывного течения. В этом методе поверхность разрыва заменяется тонким переходным слоем, в котором величины меняются быстро, но без разрыва. Это дает возможность сквозного счета ударных волн без явного выделения фронта разрыва. Дифференциальные уравнения применимы как в слое скачка, так и вне его, так что нет необходимости в граничных условиях на скачке. Расчет выполнен по методике, разработанной в Институте прикладной математики под руководством А. Н. Тихонова и А. А. Самарского [2].

В работах [3, 4] проведен расчет задачи о движении ионизирующей ударной волны через магнитогазодинамический канал. В [3] используется линеаризованный метод характеристик, который применим лишь в случае малых возмущений. В [4] рассматривается метод характеристик, который позволяет определить поле течения в канале при сильном взаимодействии, когда в потоке образуется ударный фронт, вызванный действием пондермоторных сил.

Постановка задачи. Рассматривается задача о движении ударной волны в магнитогазодинамическом канале через поперечное магнитное поле. Индуцированные токи снимаются с помощью секционированной системы электродов. К каждой паре

электродов подключено отдельное нагрузочное сопротивление R . Внутреннее сопротивление плазмы определяется соотношением

$$r = \frac{l_1}{A} \frac{1}{\sigma}$$

где l_1 — расстояние между электродами; A — площадь отдельного электрода; σ — проводимость газа. В расчетах используется коэффициент нагрузки, определяемый соотношением

$$k = R / r$$

Электродная система, с помощью которой снимается индуцированная э.д.с., идеально секционирована, что позволяет предположить отсутствие токов Холла и, следовательно, рассмотреть задачу в одномерном приближении.

Проводимость предполагается изотропной функцией плотности и температуры [5]. С целью приблизить поставленную задачу к экспериментам был произведен учет зоны релаксации. При этом принято, что проводимость возрастает скачком от нуля до конечного значения не непосредственно за ударным фронтом, а на некотором расстоянии, определяемом временем релаксации. Величина α — степени ионизации соответствует температуре за ударным фронтом. При $t > \tau$ релаксации, α есть функция плотности и температуры и определяется уравнением Саха [6]. Процессы вязкости, молекулярной теплопроводности и излучения не учитываются. Магнитное поле задано. Напряженность H меняется по закону $H = ax(x - L)$, так что на концах зоны взаимодействия $H = 0$ и $H = H_{\max}$ в середине области, занятой магнитным полем; L — длина зоны взаимодействия. Индуцированным магнитным полем пренебрегаем, так как применительно к рассматриваемым в работе режимам магнитное число Рейнольдса меньше единицы.

Решение поставленной задачи описывается дифференциальными уравнениями в частных производных, представляющими собой законы сохранения массы, изменения количества движения, сохранения энергии, к которым добавляется уравнение состояния, связывающее термодинамические переменные, и закон Ома.

При учете силы Лоренца и Джоулева тепла эти уравнения имеют вид [7]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, & \rho \frac{d}{dt} \mathbf{u} &= \operatorname{grad} p + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H} \\ \rho \frac{d}{dt} \left(\varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) &= \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) + \mathbf{E} \cdot \mathbf{j}, & \mathbf{j} &= \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{uH}] \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнения состояния приняты в форме [6]

$$\varepsilon = c_v T(1 + \alpha) + Vna, \quad p = (1 + \alpha) \rho RT$$

Здесь ε — внутренняя энергия, c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме, α — степень ионизации, V — потенциал ионизации, σ — проводимость, ρ — плотность, \mathbf{u} — скорость, \mathbf{j} — плотность тока, \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, c — скорость света, p — давление, T — температура.

В рассматриваемом одномерном приближении движение среды направлено по x . Силовые линии магнитного поля параллельны плоскости фронта ударной волны и направлены по y . Электрическое поле действует вдоль оси z .

Начальные условия. В начальный момент времени $t = t_0$ задается ударная волна так, что фронт ее находится непосредственно перед областью, занятой магнитным полем. При $t = t_0$ задаются значения ρ_1° , u_1° , T_1° перед фронтом ударной волны ($x > 0$), связанные соотношениями Гюгонио с величинами ρ_2° , u_2° , T_2° позади ударного фронта $x < 0$.

Граничные условия. Решение системы ищется в ограниченной области $0 \leq x \leq l$, где $x = 0$ — левая граница, совмещаемая с началом магнитогазодинамического канала; $x = l$ — правая граница среды, выбираемая перед исходной ударной волной в области за каналом. Для газодинамических величин на каждой из границ задаются скорость или давление как функции времени. Все эти уравнения вместе с начальными и граничными условиями однозначно определяют решение и могут быть численно проинтегрированы, что позволит построить течение в последующие моменты времени.

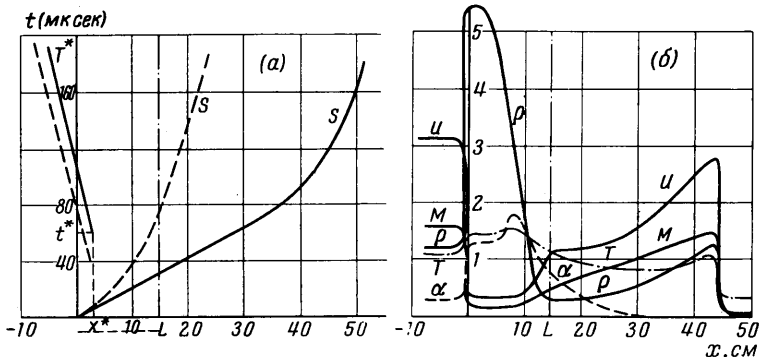
Система уравнений записывается в форме Лагранжа. В направлении движения вводится массовая лагранжева координата m , которая связана с x формулой $dm = \rho dx$.

Искусственная вязкость вводится следующим образом: в правых частях уравнений в форме Лагранжа вместо функции p берется функция $G = p + \omega$, где ω — искусственная вязкость

$$\omega = -v_0 \rho (\Delta m)^2 \left| \frac{\partial}{\partial m} u \right| \left\{ \frac{\partial}{\partial m} u - \left| \frac{\partial}{\partial m} u \right| \right\}$$

Эта форма соответствует квадратичной вязкости [2]. Коэффициент v_0 выбирается так, чтобы разрыв размазывался на 3—5 массовых интервалов.

Система, приведенная к безразмерным переменным, аппроксимируется неявными однородными разностными схемами. Полученная система уравнений в конечных разностях решается итерационным методом последовательных прогонок [8]. Расчеты проводились на ЭЦВМ БЭСМ-6. Программа была написана на алголе.



Фиг. 1

Результаты расчетов. Ниже приводятся результаты расчетов для ударной волны, движущейся в аргоне со скоростью $W_s^0 = 3880$ м/сек, $M_s^0 = 12$. Наибольшая величина магнитного поля равна 2 тл, $k = 0.1$.

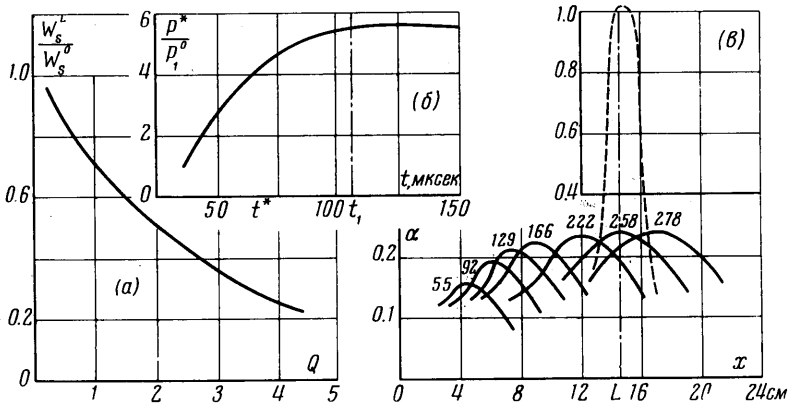
Расчеты проводились для случая, когда длина области, занятой магнитным полем, $L = 1$ см и $L = 14.5$ см. Все вычисления были выполнены для давления перед фронтом падающей ударной волны 1, 5, 10 мм рт. ст.

Результаты вычислений представлены на графиках. На фиг. 1, а приведена траектория движения ионизирующей ударной волны S , проходящей через канал $0 \leq x \leq L$, и траектория волны торможения T^* . Сплошные линии соответствуют расчету с учетом зоны релаксации, пунктирные кривые дают траекторию волны, когда время релаксации полагалось равным нулю. При учете зоны релаксации падающая ударная волна проходит область, занятую магнитным полем $0 \leq x \leq L$, не меняя своих параметров, так как время прохождения волны по этой области меньше времени релаксации, поэтому взаимодействия с полем нет. Траектория ударной волны представляет собой прямую линию. Без учета зоны релаксации взаимодействие ударной волны начинается сразу после входа ее в электромагнитное поле. При этом заметно торможение волны, обусловленное силой Лоренца, еще в области взаимодействия. Интенсивность торможения возрастает с увеличением величины параметра взаимодействия. На фиг. 2, а приведено отношение скоростей исходной ударной волны на выходе из магнитогазодинамического канала W_s^L к величине скорости на входе в канал W_s^0 в зависимости от параметра магнитогазодинамического взаимодействия. Приведенные на фиг. 2 замедления исходной ударной волны в канале соответствуют отсутствию зоны релаксации.

В то время как падающая ударная волна S продвигается вперед в потоке газа, протекающем через магнитогазодинамический канал ($0 \leq x \leq L$), начинают формироваться волны сжатия, вызванные торможением частиц в результате действия поперечных сил. По истечении некоторого промежутка времени эти волны сжатия образуют ударную волну T^* . Место и время образования волны торможения T^* условно примем как место x^* и время t^* , начиная с которых область с максимальной величиной изменения параметров газа начинает двигаться навстречу набегающему потоку.

Результаты расчета обнаруживают, что учет зоны релаксации не влияет на интенсивность волны T^* , однако место ее формирования сдвигается в глубь области

взаимодействия (фиг. 1, а). С течением времени волна T^* выходит из зоны взаимодействия. После этого параметры течения непосредственно за ее фронтом становятся неизменными. На фиг. 2, б приведены значения отношения давления p^*/p_1^0 , где p_1^0 — давление за фронтом падающей ударной волны, т. е. давление в потоке, втекающем в магнитогазодинамический канал, p^* — максимальное давление в волне сжатия, образующейся в канале, а для моментов времени $t > t^*$ это — давление за фронтом волны T^* . Для $t > t_1$ волна T^* находится в области $x < 0$, т. е. выходит из канала. Одновременно с возникновением волны сжатия в канале образуется волна разрежения, которая начинает распространяться вдоль по потоку вслед за падающей волной S . Взаимодействие этой волны разрежения с волной S приводит к ослаблению ударной волны S (фиг. 1, а).



Фиг. 2

Распределение параметров потока u , ρ , T , α , M (M — число Маха) для фиксированного метода времени приведено на фиг. 1, б.

Наиболее характерные величины, полученные в результате расчетов, приведены в таблице, где введены следующие обозначения: τ — время релаксации, p_0 — давление перед падающей ударной волной S , W_s^L — скорость волны S на выходе из зоны взаимодействия, t^* — время формирования волны T^* , t_1 — время выхода волны T^* из зоны взаимодействия, t_2 — время выхода волны S из зоны взаимодействия.

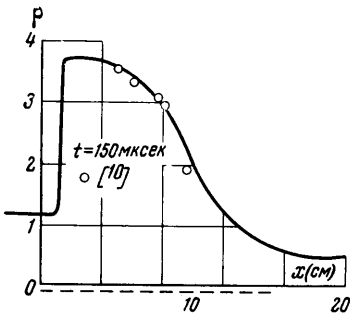
L , см	p_0 , мм рт. ст.	τ , мксек	t_2 , мксек	$\frac{W_s^0 - W_s^L}{W_s^0}$, %	t^* , мксек	t_1 , мксек	W_T , м/сек
1	1	0	2,8	6	7	12,21	400
	5	0	2,5	5	6	18,5	400
	10	0	2,5	4	8,7	28	400
14.5	1	0	110	74	34	45	500
	5	0	72	70	40	73	600
	5	40	35	5	70	104	600
	10	0	62	56	45	74	650
	10	25	35	3	45	96	650

В численных расчетах при $Q > 1$ в районе контактного разрыва (на фиг. 2, в в точке, соответствующей массе $m = 0.0026$ г) наблюдается образование T -слоя [9]. Повышенное выделение джоулева тепла в этой области приводит к увеличению температуры и электропроводности и к значительному росту степени ионизации α .

При движении по области взаимодействия пик α увеличивается (фиг. 2, в), достигая максимального значения к моменту выхода этой массы из поля. На фиг. 2, в цифры на кривых обозначают время в мксек; $\alpha_{\max} = 24.5\%$ при $\tau = 40$ мксек, $p_0 = 5$ мм рт. ст. При учете зоны релаксации T -слой начинает развиваться по простейшей временной релаксации, когда масса, где располагается контактный разрыв, сдви-

нулась к концу зоны взаимодействия. Следствием этого является меньшее значение максимума по сравнению с расчетом, не учитывающим зоны релаксации (фиг. 2, в, кривая, данная пунктирной линией, соответствует расчету при $\tau = 0$).

Проведенные вычисления показывают, что стационарный режим внутри канала $0 \leq x \leq L$ осуществляется после того, как волна торможения T^* и область с повышенным значением α (T -слой) выйдут из зоны взаимодействия. На фиг. 2, в это время равно 258 мксек. По истечении этого времени параметры потока внутри области взаимодействия можно определить с помощью решения системы для стационарного случая, что значительно проще, чем решение системы (1).



Фиг. 3

дует упомянуть одномерное приближение), предложенный способ может быть использован для описания процесса распространения ударных волн в импульсных магнитогазодинамических каналах.

На фиг. 3 приведено сравнение результатов данного расчета с экспериментальными значениями плотности в канале. Как видно, результаты расчетов плотности удовлетворительно согласуются с измерениями, выполненными на импульсной магнитогазодинамической установке. Сравнение проведено для режима $M_s^\circ = 12$, $H_{\max} = 1$ тл, $p_0 = 5$ мм рт. ст.

Проведенное сравнение указывает на то, что, несмотря на значительные упрощения, принятые в расчетной схеме (здесь прежде всего следует упомянуть одномерное приближение), предложенный способ может быть использован для описания процесса распространения ударных волн в импульсных магнитогазодинамических каналах.

Поступило 23 XII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач М., Изд-во иностр. лит., 1960.
2. Самарский А. А., Волосевич П. П., Волчинская М. И., Курдюмов С. П. Метод конечных разностей для решения одномерных нестационарных задач магнитной гидродинамики. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1968, т. 8, № 5.
3. Rosciszewski J., Oppenheim A. K. Shock interaction with electromagnetic field. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 5.
4. Milton R., Johnson Shock-induced flow interactions with transverse magnetic fields. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 3.
5. Козлов Г. И. К вопросу о проводимости аргона и коэффициенте рекомбинации в нем. Теплофизика высоких температур, 1965, т. 3, № 4.
6. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Физматгиз, 1963.
7. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962.
8. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики, Изд. 3. М., «Наука», 1966.
9. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Заклязьминский Л. А., Волосевич П. П., Дегтярев Л. М., Курдюмов С. П., Попов Ю. П., Соколов В. С., Фаворский А. П. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. Докл. АН СССР, 1967, т. 173, № 4.
10. Зайцев С. Г., Лазарева Е. В., Чеботарева Е. И. Вопросы физики низкотемпературной плазмы. Минск, «Наука и техника», 1970.