

## ВТОРОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ЗАДАЧЕ О СИЛЬНОМ ВЯЗКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НА ТОНКИХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЛАХ

В. В. МИХАЙЛОВ

(Москва)

Рассматривается обтекание тонкого пространственного тела гиперзвуковым потоком совершенного газа на режиме сильного вязкого взаимодействия.

Выводятся соотношения, позволяющие свести задачу определения аэродинамических характеристик неосесимметричного тела к расчету обтекания некоторого эквивалентного тела вращения, установленного под нулевым углом атаки. Методом внешних и внутренних сращиваемых асимптотических разложений находится второе приближение для коэффициентов теплопередачи и сопротивления. Путем сравнения с примерами точных численных расчетов оценивается область применимости и точность асимптотической теории.

Обтекание пространственных тел на режиме вязкого взаимодействия изучалось в работах [1-6]. В [3] рассмотрено обтекание тонких пространственных тел при числе Прандтля, равном единице, и линейной зависимости вязкости от температуры. Аналогичная задача для случая осесимметричных тел при произвольном числе Прандтля и степенной зависимости вязкости от температуры решена в работах [4, 6]. В работе [5] показано, что результаты, полученные в [3, 4], применимы лишь при некоторых ограничениях на форму образующей и форму поперечного сечения тела. Из [5] следует, что в приближениях [3-5] форма поперечного сечения не оказывает влияния на сопротивление, теплопередачу и другие интегральные характеристики течения.

В данной работе проведено более детальное исследование указанных течений и, в частности, показано, что задача сводится к осесимметричной, если решение ищется в виде степенного ряда по некоторому малому параметру. При этом введение некоторого «эквивалентного тела вращения» имеет смысл лишь при удерживании двух и более членов ряда.

Направим ось  $x$  цилиндрической системы координат вдоль тела, введем следующие обозначения:  $\omega$  — полярный угол;  $u_\infty, v_\infty, w_\infty$  — соответственно осевая, радиальная (вдоль  $r$ ) и окружная составляющие скорости;  $\rho_\infty$  — плотность;  $\rho_\infty u_\infty^2$  — давление;  $1/2 \rho_\infty u_\infty^2$  — энтальпия;  $u_\infty, \rho_\infty$  — соответственно скорость и плотность невозмущенного потока;  $\mu_0$  — коэффициент динамической вязкости, где  $\mu = h^k$  ( $k = \text{const}$ ), а  $\mu_0$  — коэффициент вязкости при  $h = 1$ .

Пусть кроме этого  $L$  — характерная длина, к которой отнесены линейные размеры;  $r_* L$  — некоторый характерный поперечный размер тела при данном значении  $x$ ;  $\delta L$  — толщина вытеснения;  $P$  — число Прандтля;  $\kappa$  — показатель адиабаты

$$R_0 = \rho_\infty u_\infty L / \mu_0, \quad \Lambda = x^{3/2} r_*^{-2} R_0^{-1/2}, \quad g = h / P, \quad H = h + u^2 + v^2 + w^2$$

Индексом  $w$  будем обозначать соответствующие параметры на поверхности тела.

1. Используем результаты, полученные в работе [5], для проведения некоторых оценок, необходимых при постановке асимптотической задачи.

В работе [5] показано, что обтекание тонкого пространственного тела при достаточно большом числе  $M$  набегающего потока и при  $\Lambda \gg 1, R_0 \gg 1$  приводит к задаче о сильном вязком взаимодействии. На этом режиме течение разделяется на «вязкую» и «невязкую» части, а поперечный размер  $R$  возмущенной зоны течения много больше характерного поперечного размера тела  $r_*$ . В рассматриваемом случае скорости  $v$  и  $w$  имеют порядок  $R$ , благодаря чему уравнения Навье — Стокса после отбрасывания чле-

нов с относительным порядком  $R^2 / (1 - u)$  преобразуются к виду

$$\begin{aligned} & \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \omega} \right) + \frac{dp}{dx} = \\ & = \frac{1}{R_0 r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{R_0 r^2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial \omega} \right) \\ & \rho \left( u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial H}{\partial \omega} \right) = \frac{1}{R_0 r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{h}{P} + u^2 \right) \right] + \\ & \quad + \frac{1}{R_0 r^2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{h}{P} + u^2 \right) \right] \\ & \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial \omega} = 0, \quad H = h + u^2, \quad p = p(x) \quad (1.1) \end{aligned}$$

Согласно работе [5] при асимптотическом подходе к решению указанной задачи вязкую часть течения можно разбить на две зоны: внутреннюю (вблизи поверхности тела), в которой инерционные силы и силы давления малы по сравнению с силами вязкости, и внешнюю, в которой течение осесимметрично. При этом в качестве входящего в задачу малого параметра можно выбрать параметр  $D$ , характеризующий сопротивление единицы длины тела. Используя результаты работы [5], оценим асимптотическую точность соотношений, применяемых для исследования течения во внешней и внутренней областях. В первом приближении

$$D = \frac{2S_0}{\ln \Lambda}, \quad S_0 = \text{const} > 0, \quad \left( \frac{\delta}{r_*} \right)^2 = O \left( \frac{R}{r_*} \right)^2 = O \left( D^{1/2} \exp \frac{2S_0}{D} \right)$$

Выберем за внешнюю границу внутренней области  $r = r_0$ , так что

$$\left( \frac{r_0}{r_*} \right)^2 = O \left( D^{1/2} \exp \frac{2S_0 - \Delta}{D} \right), \quad \Delta > 0, \quad 2S_0 - \Delta > 0$$

В этом случае относительная величина инерционных членов во внутренней области течения (оцениваемая как  $(r_0/R)^2$ ) равна

$$\left( \frac{r_0}{R} \right)^2 = O \left( \exp \frac{-\Delta}{D} \right)$$

Приравняв нулю правые части двух первых уравнений (1.1), перепишем полученную систему для течения во внутренней области следующим образом:

$$g = (1 - u)(u + g_w) + C_1 u, \quad \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2} = 0 \quad (1.2)$$

$$F = \int_0^u g^h du, \quad u_w = 0, \quad F_w = 0, \quad C_1 = \text{const}$$

Решения для функции  $F$ , удовлетворяющей уравнению Лапласа, и условию  $\partial F / \partial r \sim \mu \partial u / \partial r \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ , запишем в виде

$$F = D \left[ \ln \frac{r}{r_e} + f \left( \frac{r}{r_e}, \omega \right) \right] \quad (1.3)$$

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{r}{r_e} \right)^{-n} (A_n \sin n\omega + B_n \cos n\omega)$$

Отсюда следует, что при  $r/r_e \rightarrow \infty$  решение становится осесимметричным. Используя метод конформных преобразований, видим, что  $r_e$ , т. е. радиус «эффективного тела вращения», равен коэффициенту линейного растяжения на бесконечности при отображении внешности единичного круга на внешность поперечного сечения тела. Как указывалось в [5], полученное решение справедливо в том случае, если  $r$  не обращается в нуль, т. е. для тел, отличных от плоских.

Учитывая, что  $r_e = O(r_*)$ , при  $r = O(r_0)$  имеем

$$F = D \ln \frac{r}{r_e} + O\left(\exp \frac{-1}{D}\right), \quad F = O(1)$$

Таким образом, внешнее течение осесимметрично с относительной погрешностью порядка  $\exp(-1/D)$ .

Суммируя полученные результаты, сделаем следующие выводы:

а) если асимптотическое решение внешней задачи имеет вид ряда по степеням малого параметра  $D$ , при нахождении этого решения можно использовать осесимметричные уравнения внешнего течения;

б) так как решение внутренней задачи в области срачивания релеевской задано при этом в конечном виде (с нужной степенью точности), процедура срачивания сводится к переписыванию внутреннего решения во внешних переменных и приравниванию членов соответствующего порядка;

в) в случае обтекания тонких пространственных тел на режиме сильного вязкого взаимодействия справедливо «правило эквивалентных тел вращения». Иначе говоря, при заданном режиме полета сопротивление и теплопередача единицы длины пространственного тела совпадают с точностью до любой степени параметра  $D$  с соответствующими характеристиками тела вращения радиуса  $r_w = r_e(x)$ .

Последний вывод станет очевидным, если учесть, что сопротивление давления в рассматриваемом случае имеет относительный порядок  $\exp(-1/D)$  и коэффициенты сопротивления и теплопередачи вычисляются по формулам [5]

$$c_x = \frac{X}{\rho_\infty u_\infty^2 \pi L^2} = \frac{2}{R_0} P^h \int_0^x D dx, \quad c_h = \frac{2Q}{\rho_\infty u_\infty^3 \pi L^2} = (1 - g_w) c_x \quad (1.4)$$

Здесь  $X$  — сопротивление,  $Q$  — поток тепла.

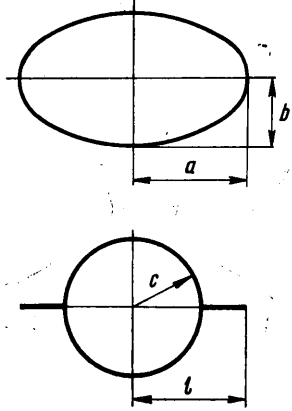
В качестве примера выпишем радиусы эквивалентного тела вращения для тела с эллиптическим поперечным сечением и для тела с поперечным сечением типа круга с выступами (фигура)<sup>1</sup>

$$r_e = \frac{1}{2}(a + b) \quad r_e = l[1 - \frac{1}{2}(1 - c/l)^2]$$

Имея в виду сказанное выше, в дальнейшем будем рассматривать лишь осесимметричное течение, считая, что  $r_* = r_w = r_e$ .

2. Проведем более детальное исследование течения во внешней зоне, необходимое для получения асимптотического решения во втором приближении.

<sup>1</sup> Строго говоря, полученные результаты применимы лишь для тел с гладким поперечным сечением, так как система (1.1) выведена при этом ограничении.



Введем вместо  $r$  переменную  $\eta = \psi R_0 / (2x)$  ( $\partial\psi / \partial r = \rho g u$ ,  $\partial\psi / \partial x = -\rho r v$ ) и перейдем от уравнений (1.1) к следующей системе уравнений осесимметричного пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \ln x} - \eta \frac{\partial u}{\partial \eta} &= \frac{h}{u} \beta + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( h^{k-1} u \int_0^\eta \frac{h}{u} d\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial h}{\partial \ln x} - \eta \frac{\partial h}{\partial \eta} &= -2h\beta + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( h^{k-1} \frac{u}{P} \int_0^\eta \frac{h}{u} d\eta \frac{\partial h}{\partial \eta} \right) + \\ &+ 2h^{k-1} u \int_0^\eta \frac{h}{u} d\eta \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\beta = -\frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{d \ln p}{d \ln x}, \quad r^2 = 2 \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{x}{p R_0} \int_0^\eta \frac{h}{u} d\eta, \quad \frac{r_w}{r} = O\left(\exp \frac{-1}{D}\right)$$

Решение будем искать в виде асимптотического разложения в ряд по малому параметру  $\tau$ . Примем, что

$$\begin{aligned} 1 - u &= \tau(x) u_1(\zeta) + \dots, & g &= h/P = \tau(x) g_1(\zeta) + \dots \\ O(u_1) &= O(g_1) = 1, & \zeta &= 2\eta / (P^{k-1} \tau^k) \end{aligned}$$

Из уравнений (1.2), (1.3) при  $u = 1 - \tau u_1$  имеем следующую зависимость между малыми параметрами задачи  $D \sim \tau^{k+1}$  (это будет в дальнейшем подтверждено и условиями сращивания решений). Согласно приближению [3]

$$D \sim (\ln \Lambda)^{-1}, \quad p \sim (x R_0 \ln \Lambda)^{-1/2} \quad \text{при} \quad \frac{d \ln r_*}{d \ln x} < O(\ln \Lambda)$$

Наложим на форму тела более сильное ограничение

$$d \ln r_e / d \ln x \leq O[(\ln \Lambda)^{k/(k+1)}] \quad (2.2)$$

В этом случае из системы (2.1) с относительной погрешностью порядка  $\tau$  получим

$$\begin{aligned} \zeta \varphi'' &= 2\beta \varphi' - [2\varphi(\varphi')^{k-1} \varphi'']', & \zeta \chi' &= P(1 + g_w) \beta \varphi' - P[2\varphi(\varphi')^{k-1} \chi']' \\ \varphi &= \int_0^\zeta g_1 d\zeta, & \chi &= (1 + g_w) u_1, \quad \left( \frac{r}{r_e} \right)^2 = A_1 \tau^{k+1} \varphi, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$A_1 = P^k \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{x}{p R_0 r_e^2}, \quad \beta = \frac{\kappa - 1}{4\kappa}$$

$$\varphi = 0 \quad \text{при} \quad \zeta = 0, \quad \varphi' \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \zeta \rightarrow \infty$$

Третье из условий произвольно, так как определяется нормировкой  $\tau$ . Штрихом в (2.3) обозначены производные по  $\zeta$ .

Для функции  $\chi$  примем

$$\chi = \chi_* + B_1, \quad B_1 = -\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \chi_*, \quad \chi_* \rightarrow \varphi' \quad \text{при} \quad \zeta \rightarrow 0.$$

Здесь  $\chi_*$  — частное решение. Проинтегрируем уравнение для  $\varphi$  один раз и, учитывая, что константу интегрирования можно выбрать произвольной, получим

$$2\varphi(\varphi')^{k-1} \varphi'' + \zeta \varphi' - (2\beta + 1)\varphi = -1 \quad (2.4)$$

При  $k = 1$  это уравнение совпадает с уравнением, выведенным в [3].

В области срачивания с внутренним решением ( $\zeta \rightarrow 0$ ) имеем

$$2\varphi(\varphi')^{k-1}\varphi'' = -1, \quad (\varphi')^{k+1} = \frac{k+1}{2} \ln\left(\frac{B_2}{\varphi}\right) \quad (2.5)$$

Численное интегрирование подтверждает, что при  $\zeta \rightarrow 0$  решение (2.3) имеет вид (2.5). Определяя  $\varphi$  из (2.3) при условии (2.5), подбираем  $B_2$  таким образом, чтобы  $\varphi' \rightarrow 0$  при  $\zeta \rightarrow \infty$ . После вычисления  $\chi_*$ , для функции  $\chi$  в области срачивания будем иметь

$$\chi = g_1 + B_1, \quad g_1 = (1 + g_w)u_1 - B_1 \quad (2.6)$$

3. Рассмотрим уравнения, определяющие взаимодействие внешнего невязкого потока с областью, в которой вязкость играет существенную роль.

Учитывая, что, за исключением расположенной вблизи тела узкой зоны, к течению с относительной погрешностью  $O(\tau)$  применима теория плоских сечений, получим уравнение сохранения энергии для слоя единичной ширины<sup>1</sup>

$$\int_0^x p \frac{d\delta^2}{dx} dx + p \frac{\delta^2}{\kappa - 1} = \frac{1 + g_w}{R_0} P^k \int_0^x D dx \quad (3.1)$$

Считая, что наклон линий тока на границе зон вязкого и невязкого течений равен  $d\delta/dx$ , в качестве второй связи между  $p$  и  $\delta$  используем модифицированную формулу Ньютона

$$p = N(d\delta/dx)^2, \quad N = \text{const} \quad (3.2)$$

Решение (3.1) и (3.2) при условии (2.2) дает

$$\frac{\delta}{r_e} = C_2(\Lambda^2 D)^{1/4}; \quad p\left(\frac{x}{r_e}\right)^2 = \frac{9}{16} N C_2^2 (\Lambda^2 D)^{1/2};$$

$$C_2 = \left[ \frac{32}{9N} \frac{\kappa - 1}{3\kappa - 1} P^k (1 + g_w) \right]^{1/4} \quad (3.3)$$

Значение  $N$  выбираем, используя результаты расчетов обтекания степенного тела  $\delta = x^{3/4}$  потоком невязкого газа при  $M = \infty$  [4]

$${}^{3/4}\sqrt{N\kappa} = 0.846 \quad \text{при } \kappa = 1.4, \quad {}^{3/4}\sqrt{N\kappa} = 0.941 \quad \text{при } \kappa = 1.67$$

4. Проведем срачивание внешнего и внутреннего решений.

Из уравнений (1.2) при  $u = 1 - \tau u_1$ ,  $g = \tau g_1$  и соотношения (2.6) имеем

$$g_1 = (1 + g_w)u_1 + C_1/\tau, \quad C_1 = -\tau B_1 \quad (4.1)$$

Учитывая, что  $C_1$  — величина порядка  $\tau$ , функцию  $F$  при  $u \approx 1$  представим в виде

$$F = \int_0^{a_1} (a_1 - u)^k (u - a_2)^k du + \int_{a_2}^{a_1} (a_1 - u)^k (u - a_2)^k du =$$

$$= g_w^k \frac{a_1}{k+1} F_* \left( 1, -k, k+2, -\frac{a_1^2}{g_w} \right) - \frac{\sigma}{(k+1)(1+g_w)} \tau^{k+1} + O(\tau^{k+2})$$

Здесь  $F_*$  — гипергеометрическая функция,  $a_1, a_2$  — корни уравнения  $(1-u)(u+g_w) + C_1 u = 0$ ,  $a_1 = 1 + b_1 \tau + b_2 \tau^2 + O(\tau^3)$ ,  $-a_1 a_2 = g_w$

$$b_1(1+g_w) = C_1/\tau, \quad b_2(1+g_w) = b_1^2 g_w$$

<sup>1</sup> Это уравнение можно получить и непосредственно из исходной системы уравнений [5].

Разложив  $F_*$  в ряд по степеням  $\tau$ , в области сращивания решений будем иметь

$$F = S_0 + S_1\tau + S_2\tau^2 - \frac{g_1^{k+1}}{(k+1)(1+g_w)}\tau^{k+1} + O(\tau^{k+2})$$

Здесь  $S_i$  — некоторые функции от  $g_w, B_1, k$ .

Таким образом, уравнение (1.3), переписанное в переменных внешней задачи, с нужной нам точностью принимает следующий вид:

$$S_0 + S_1\tau + S_2\tau^2 - \frac{(\varphi')^{k+1}}{(k+1)(1+g_w)}\tau^{k+1} = \frac{D}{2} \ln(A_2\varphi\tau^{k+1}) \quad (4.2)$$

$$A_2 = P^k \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{16}{9NC_2^2} \Lambda D^{-1/2}$$

Условия сращивания получаем, сравнивая (2.5) и (4.2)

$$\tau^{k+1} = (1+g_w)D, \quad S_0^* + S_1^*D^{1/(k+1)} + S_2^*D^{2/(k+1)} = D \ln(C_3D^{1/2}\Lambda) \quad (4.3)$$

$$S_i^* = 2S_i(1+g_w)^{i/(k+1)}, \quad C_3 = B_2P^k \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{16}{9NC_2^2} (1+g_w)$$

$$S_0^* = 1/3 + g_w, \quad S_1^* = -B_1\sqrt{1+g_w}, \quad S_2^* = B_1^2 \quad \text{при } k=1$$

Относительная погрешность полученного выражения для  $D$  имеет при  $0 \leq k \leq 1$  порядок

$$D^{(k+2)/(k+1)} = O(\tau^{k+2})$$

Относительная погрешность первого приближения при тех же предположениях относительно формы тела равна

$$D^{1/(k+1)} = O(\tau)$$

5. Сопротивление тела и теплопередача при решении задачи путем разложения в асимптотический ряд по степеням параметра  $D$  в любом приближении могут быть вычислены с помощью формул (1.4). Однако при решении задачи с асимптотической точностью определенного порядка можно использовать конечное число членов разложения коэффициента  $c_x$  по степеням  $D$ . В частности, для второго приближения достаточно двух членов ряда

$$\frac{c_x}{r_e^2} \left( \frac{x}{r_e} \right)^2 = 2P^k D \Lambda^2 \left( 1 - \frac{m}{S_0^*} D \right), \quad m = \frac{2}{x} \int_0^x \left( \frac{d \ln r_*}{d \ln x} - \frac{3}{4} \right) dx \quad (5.1)$$

Для тел  $r_e \sim x^n$  значение  $m = 2n - 3/2$ . Если  $n = 3/4$ , асимптотический ряд обрывается на первом члене.

Отметим, что при не слишком малых значениях  $D$  предпочтительнее все же пользоваться интегралом (1.4), так как уравнение (4.3) имеет, по видимому, больший диапазон применимости по сравнению с соотношением (5.1).

Область применимости и погрешность полученного асимптотического решения оценим сравнением с результатами точных численных расчетов.

Результаты таких расчетов для осесимметричного тела  $r_w = x^{3/4}$  при  $\kappa = 1.4, P = 0.7, k = 1$  приведены в работе [6]. При этих же параметрах

газа решение краевой задачи для системы уравнений (2.3) дает

$$B_2 = 0.541, \quad B_1 = -0.136 \quad \text{при } g_w = 0, \quad B_1 = -0.183 \quad \text{при } g_w = 1$$

Заметим, что согласно [1] значение  $B_2 = 0.537$ .

Сравнение проводим для трех величин, значения которых в зависимости от  $g_w$  и  $A$  приведены в работе [6]. Это величины:  $c_x^\circ = c_x / c_x^*$  ( $c_x^*$  — коэффициент сопротивления в невязком потоке),  $q = P^2(1 - g_w)D/2$  — пара-

Сильно охлажденная поверхность  $g_w = 0$

$\Lambda$	$7.29 \cdot 10^8$	$1.02 \cdot 10^5$	$1.38 \cdot 10^8$	$7.97 \cdot 10$	$2.55 \cdot 10$	
$\delta^\circ$	$7.71 \cdot 10^3$	$1.08 \cdot 10^2$	$1.46 \cdot 10$	$4.21$	$2.70$	(n)
	$7.79 \cdot 10^3$	$1.10 \cdot 10^2$	$1.49 \cdot 10$	$4.32$	$2.77$	(a)
$c_x^\circ$	$1.95 \cdot 10^{16}$	$7.61 \cdot 10^8$	$2.57 \cdot 10^5$	$1.75 \cdot 10^3$	$2.77 \cdot 10^2$	(n)
	$1.97 \cdot 10^{16}$	$7.72 \cdot 10^8$	$2.63 \cdot 10^5$	$1.85 \cdot 10^3$	$3.12 \cdot 10^2$	(a)
$q$	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$9.99 \cdot 10^{-3}$	$1.85 \cdot 10^{-2}$	$3.74 \cdot 10^{-2}$	$5.68 \cdot 10^{-2}$	(n)
	$4.96 \cdot 10^{-3}$	$9.93 \cdot 10^{-3}$	$1.85 \cdot 10^{-2}$	$3.92 \cdot 10^{-2}$	$6.43 \cdot 10^{-2}$	(a)

Теплоизолированная поверхность  $q = 0$

$\Lambda$	$2.08 \cdot 10^8$	$2.84 \cdot 10^5$	$3.69 \cdot 10^8$	$1.96 \cdot 10^2$	$1.80 \cdot 10$	
$\delta^\circ$	$2.20 \cdot 10^4$	$3.01 \cdot 10^2$	$3.90 \cdot 10$	$1.03 \cdot 10$	$3.80$	(n)
	$2.15 \cdot 10^4$	$2.92 \cdot 10^2$	$3.76 \cdot 10$	$9.90$	$3.60$	(a)
$c_x^\circ$	$5.90 \cdot 10^{17}$	$2.03 \cdot 10^{10}$	$5.57 \cdot 10^8$	$2.61 \cdot 10^4$	$4.29 \cdot 10^2$	(n)
	$5.68 \cdot 10^{17}$	$1.94 \cdot 10^{10}$	$5.36 \cdot 10^8$	$2.56 \cdot 10^4$	$4.49 \cdot 10^2$	(a)
$g_w$	$1.06$	$1.08$	$1.10$	$1.12$	$1.14$	(n)
	$1$	$1$	$1$	$1$	$1$	(a)

метр, характеризующий поток тепла с единицы длины тела,  $\delta^\circ = \delta / r_e$ . Указанное сравнение дано в таблице. Результаты, соответствующие численным расчетам и асимптотической теории (формулы (3.3), (4.3), (1.4)), отмечены соответственно значками (n) и (a). Нетрудно видеть, что порядок относительной погрешности соотношений (3.3)  $\tau$ , т. е. больше погрешности уравнения (4.3). Однако практически в рассматриваемом диапазоне  $\Lambda$  точность (3.3) и (4.3) одинакова и намного превышает точность соотношений первого приближения (при  $\Lambda \approx 10^8$  погрешность первого приближения не менее 20%, при  $\Lambda \approx 20$  первое приближение вообще неприменимо).

В заключение напомним, что правило эквивалентных тел вращения никак не связано с порядком приближения. Отметим также, что исходная система уравнений и граничных условий получена с относительной ошибкой порядка  $(\Lambda \ln \Lambda / \sqrt{R_0})^{1/2}$  [5], а ограничения на форму тела даются неравенством (2.2).

Поступило 10 VII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Ладыженский М. Д. Обтекание тонких тел вязким гиперзвуковым потоком. ПММ, 1963, т. 27, вып. 5.
2. Vaglio-Laurin R., Hoffert M. J. Viscous hypersonic flow past a slender cone at incidence. AIAA Paper, 1968, No. 718.
3. Stewartson K. Viscous hypersonic flow past a slender cone. Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No. 5.
4. Ellinwood J. W., Mirels H. Axisymmetric hypersonic flow with strong viscous interaction. J. Fluid Mech., 1968, vol. 34, pt 4.
5. Михайлов В. В. О сильном вязком взаимодействии на тонких пространственных телах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
6. Ellinwood J. W., Mirels H. Hypersonic viscous interaction theory for slender axisymmetric bodies. AIAA Paper, 1968, No. 1.