

Как видно, наилучшее совпадение получается при расчете по схеме, представленной на фиг. 1, в.

Исследование коэффициента демпфирующего продольного момента острого конуса при уровне запыленности $z_0 \approx 0,3\%$ не выявило отличий (в пределах погрешности измерений) от обычных испытаний ($z_0 \approx 0,05\%$) и от расчетных данных.

В проведенных испытаниях влияние пылевой турбулизации потока на аэродинамические характеристики не обнаружилось, так как этому фактору в тех случаях, когда он мог оказывать влияние, обязательно сопутствовало, по-видимому, более существенное влияние других факторов.

Поступило 4 XI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Техника гиперзвуковых исследований. М., «Мир», 1964.
2. Современная техника аэrodинамических исследований при гиперзвуковых скоростях. М., «Машиностроение», 1965.
3. Бакум Б. И. Пылевая турбулизация рабочего потока в гиперзвуковом сопле. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1969, № 8, вып. 2, стр. 32—35.
4. Станюкович К. П. Элементы теории удара твердых тел с большими (космическими) скоростями. Искусственные спутники Земли, 1960, вып. 4, стр. 86—117.
5. Progress in Aeronautics and Rocketry, vol. 6. Detonation and Two-Phase Flow, Acad. Press, N. Y., 1962, p. 117.
6. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. К определению коэффициентов вращательных производных в аэrodинамических трубах. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 3.

О ФИЛЬТРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД К ДВУХЛИНЕЙНЫМ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ДРЕНАЖАМ В ДВУХСЛОЙНЫХ ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. Ж. МУФТАХОВ

(Челябинск)

Рассматривается задача о нестационарной фильтрации подземных вод со свободной поверхностью к двухлинейному совершенному дренажу в двухслойном водоносном пласте. Приводятся зависимости для определения понижения уровня в междуречном пространстве, являющемся основным критерием эффективности такого дренажа.

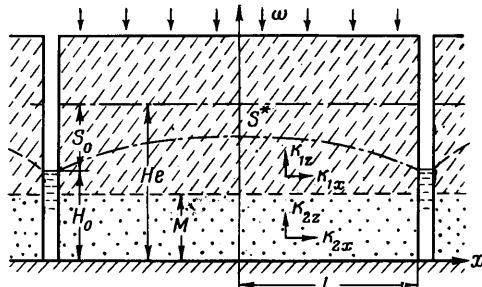
Вопросы неустановившейся фильтрации подземных вод к двухлинейным и кольцевым горизонтальным дренажам в двухслойных водоносных пластиах рассматривались главным образом в гидравлической постановке при ряде упрощающих допущений. Одни исследователи задачу решают путем использования потенциала Гиринского [1—3], другие считают, что в верхнем слое фильтрацией воды

происходит в вертикальном направлении, а в нижнем, более проницаемом слое — только в горизонтальном [4].

В то же время правомерность применения этих допущений должно обоснования не нашла. В практике осушения двухслойные пласти встречаются очень часто, поэтому ниже рассматривается вопрос о фильтрации подземных вод к двухлинейным совершенным горизонтальным дренажам в двухслойных водоносных пластиах.

Гидродинамическая схема рассматриваемой задачи представлена на фигуре. Считаем, что уровень во-

ды в дрене поддерживается в пределах верхнего слоя. Пусть в общем случае водоносные породы обладают вертикальной фильтрационной анизотропией. Тогда при



работе дренажа в каждый момент времени будет справедливо уравнение [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_+}{\partial \xi^2} + \gamma_+^{-2} \frac{\partial^2 H_+}{\partial \zeta^2} &= 0, & \frac{\partial^2 H_-}{\partial \xi^2} + \gamma_-^{-2} \frac{\partial^2 H_-}{\partial \zeta^2} &= 0 \\ \gamma_+^{-2} = \frac{k_{1z}}{k_{1x}}, \quad \gamma_-^{-2} = \frac{k_{2z}}{k_{2x}}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \zeta = \frac{z}{L} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь H_+ и H_- — напоры в верхнем и нижнем слоях, k_{1x} , k_{1z} , k_{2x} , k_{2z} — коэффициенты фильтрации пород верхнего и нижнего слоев в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Система (1) решается при следующих начальном и граничном условиях:

$$\begin{aligned} H_+(\xi, \zeta, 0) &= H_-(\xi, \zeta, 0) = H_e, \quad H_+(1, \zeta, t) = H_-(1, \zeta, t) = H_0 \\ \frac{\partial H_+(0, \zeta, t)}{\partial \xi} &= \frac{\partial H_-(0, \zeta, t)}{\partial \xi} = \frac{\partial H_-(\xi, 0, t)}{\partial \zeta} = 0 \\ H_+(\xi, m, t) &= H_-(\xi, m, t), \quad k_{1z} \frac{\partial H_+(\xi, m, t)}{\partial \xi} = k_{2z} \frac{\partial H_-(\xi, m, t)}{\partial \xi} \quad m = \frac{M}{L} \end{aligned} \quad (2)$$

а условие на свободной поверхности при наличии равномерной инфильтрации с интенсивностью ω принимается в линеаризованной форме [1, 4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_+}{\partial t} + \frac{k_{1z}(1 + \beta)}{\mu_+ L} \frac{\partial H_+}{\partial \zeta} - \frac{\omega}{\mu_+} &= 0 \quad \text{при } z = H^\circ \\ \beta = \frac{\omega}{k_{1z}}, \quad H^\circ &= \alpha(H_e - H_0), \quad \alpha = 0.5 - 0.7 \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь μ_+ — коэффициент водоотдачи верхнего слоя,

Решение уравнений (1) осуществлено методом интегральных преобразований: Лапласа по переменной t и конечного косинус-преобразования по переменной ξ . Эти преобразования имеют вид

$$\bar{H} = \int_0^\infty e^{-p\tau} H d\tau, \quad \bar{H} = 2 \int_0^1 \bar{H} \cos b_n \xi d\xi, \quad b_n = \frac{2n-1}{2} \pi \quad (4)$$

В результате получаются следующие выражения для напоров в произвольной точке верхнего и нижнего слоев:

$$\begin{aligned} H_+ &= H_0 + 2(H_e - H_0) \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^{n+1} / b_n T \cos b_n \xi \Psi(\zeta) \Phi(\zeta) \Theta(\zeta, t) + \\ &+ 2 \frac{\omega}{\mu_+} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n N} \cos b_n \xi \Psi(\zeta) \Phi(\zeta) \Theta(\zeta, 0) [1 - \theta(H^\circ, t)] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} H_- &= H_0 + 4(H_e - H_0) \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n T \operatorname{ch} b_n m / \gamma_-} \cos b_n \xi \operatorname{ch} \frac{b_n \xi}{\gamma_-} \theta(m, t) + \\ &+ 4 \frac{\omega}{\mu_+} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n N \operatorname{ch} b_n m / \gamma_-} \cos b_n \xi \operatorname{ch} \frac{b_n \xi}{\gamma_-} \theta(m, 0) [1 - \theta(H^\circ, t)] \end{aligned} \quad (6)$$

здесь

$$\begin{aligned} \Phi(\zeta) &= 1 + \rho \operatorname{th} \frac{b_n m}{\gamma_-} \operatorname{th} \frac{b_n (\zeta - m)}{\gamma_+}, \quad \Psi(\zeta) = 1 + \exp \left(-2b_n \frac{\zeta - m}{\gamma_+} \right) \\ \Theta(\zeta, t) &= \exp \left(-b_n \frac{H^\circ - \zeta}{\gamma_+} - \frac{N}{T} t \right), \quad T = \Phi(H^\circ) \Psi(H^\circ) \end{aligned} \quad (7)$$

$$N = \frac{k_{1z}(1 + \beta) b_n}{\mu_+ + \gamma_+ L} \psi(H^\circ) \left[\operatorname{th} \frac{b_n (H^\circ - m)}{\gamma_+} + \rho \operatorname{th} \frac{b_n m}{\gamma_-} \right], \quad \rho^2 = \frac{k_{2x} k_{2z}}{k_{1x} k_{1z}} \quad (8)$$

Для построения депрессионной поверхности необходимо в формуле (5) вместо ζ подставить значение H° . Положение уровня подземных вод на оси двухлинейного дренажа может быть получено по формуле (5) при $\xi = 0$. При $\rho = 1$ формулы (5) и (6) дают выражение для напоров в произвольной точке однослоистого пласта со свободной поверхностью

$$H = H_0 + 2(H_e - H_0) \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^{n+1} \frac{\cos b_n \xi \operatorname{ch} b_n \zeta / \gamma}{b_n \operatorname{ch} b_n H^\circ / \gamma} \exp \left[-\frac{k_{\xi z}^*(1+\beta)b_n t}{\mu \gamma} \operatorname{th} \frac{b_n H^\circ}{\gamma} \right] + \\ + 2 \frac{\beta L}{1+\beta} \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^{n+1} \frac{\cos b_n \xi \operatorname{ch} b_n \zeta / \gamma}{b_n^2 \operatorname{sh} b_n H^\circ / \gamma} \left[1 - \exp \left(-\frac{1+\beta}{\mu \gamma} t b_n k_{\xi z}^* \operatorname{th} \frac{b_n H^\circ}{\gamma} \right) \right] \quad (9)$$

Рассмотрим частные случаи понижения уровня подземных вод на оси двухлинейного дренажа.

1. Инфильтрационное питание отсутствует. При отсутствии инфильтрационного питания расчетная формула для определения понижения уровня подземных вод на оси двухлинейного дренажа (при $\xi = 0$) может быть записана в виде

$$S^* = S_0(1 - \theta_i) \quad (10)$$

Значения θ_i для различных случаев приводятся ниже.

А. Изотропный двухслойный пласт. В этом случае

$$\gamma_+ = \gamma_- = 1, \quad k_{1x} = k_{1z} = k_1, \quad k_{2x} = k_{2z} = k_2, \quad \rho = k_2/k_1 = \sigma$$

Тогда

$$\theta_2 = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n} \exp \left[-\frac{b_n \tau}{H^\circ - m} \frac{\operatorname{th} b_n (H^\circ - m) + \sigma \operatorname{th} b_n m}{1 + \sigma \operatorname{th} b_n m \operatorname{th} b_n (H^\circ - m)} \right] \quad (11)$$

$$\tau = \frac{a_1 t}{L^2}, \quad a_1 = \frac{k_1 (H^\circ - m)}{\mu_+}$$

Б. Изотропный однослоистый пласт. В этом случае $k_1 = k_2$, $\sigma = 1$.

Тогда

$$\theta_1 = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n} \exp \left(-\frac{b_n \tau}{H^\circ} \operatorname{th} b_n H^\circ \right), \quad \tau = \frac{at}{L^2}, \quad a = \frac{k H^\circ}{\mu} \quad (12)$$

В. Изотропный двухслойный пласт, но проницаемость нижнего слоя бесконечно велика. В этом случае $\sigma = \infty$ и

$$\theta_\infty = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n} \exp \left[-\frac{b_n \tau}{(H^\circ - m) \operatorname{th} b_n (H^\circ - m)} \right] \quad (13)$$

Г. Аналогично [4] предположим, что в верхнем слабопроницаемом слое фильтрация происходит только в вертикальном направлении, а в нижнем хорошо проницаемом слое — только в горизонтальном. Для этого надо считать, что $k_{1x} = 0$, $k_{2z} = \infty$, тогда $\gamma_+ = \gamma_- = \rho = \infty$ и

$$\theta^* = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n} \exp \left(-\frac{m \sigma b_n^2}{H^\circ - m} \tau \right) \quad (14)$$

Анализ формул (11) — (14) показывает, что снижение уровня подземных вод на оси двухлинейного дренажа в двухслойных пластах происходит тем быстрее, чем больше проницаемость и мощность нижнего слоя. Кроме того, гипотеза [4] может быть использована для оценки динамики снижения уровня при $\sigma > 50$, причем скорость снижения по ней получается завышенной.

2. Установившаяся фильтрация при наличии равномерной инфильтрации. Из формул (5), (6) при $t \rightarrow \infty$ можно получить различные случаи установившегося движения подземных вод к двухлинейному дренажу. Расчетная формула для определения S^* имеет вид

$$S^* = S_0 - \frac{\beta L}{1 + \beta} N_i \quad (15)$$

Значения N_i для перечисленных выше случаев приведены ниже.
Случай A.

$$N_2 = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n^2} \frac{1 + \sigma \operatorname{th} b_n m \operatorname{th} b_n (H^\circ - m)}{[\operatorname{th} b_n (H^\circ - m) + \sigma \operatorname{th} b_n m]} \quad (16)$$

Случай B.

$$N_1 = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n^2 \operatorname{th} b_n H^\circ} \quad (17)$$

Случай Г.

$$N_\infty = 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^{n+1} \frac{\operatorname{th} b_n (H^\circ - m)}{b_n^2} \quad (18)$$

Случай Г.

$$N^* = \frac{2}{\sigma m} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{b_n^3} = \frac{1}{2\sigma m} \quad (19)$$

В таблице приведены значения функций N_i для некоторых значений H° , m и σ .

H°	σ	m							
		0		0.25 H°		0.5 H°		0.75 H°	
		N_2	N^*	N_2	N^*	N_2	N^*	N_2	N^*
0.1	0	5.04	∞	6.73	∞	10.08	∞	20.16	∞
	0.1	5.04	»	6.48	200.0	9.17	100.0	15.43	66.66
	0.5	5.04	»	5.74	40.0	6.74	20.0	8.05	13.32
	1.0	5.04	»	5.04	20.0	5.04	10.0	5.04	6.66
	5.0	5.04	»	2.55	4.0	1.72	2.0	1.28	1.33
	10.0	5.04	»	1.60	2.0	0.96	1.0	0.67	0.67
	20.0	5.04	»	0.94	1.0	0.51	0.50	0.34	0.33
	50.0	5.04	»	0.45	0.40	0.25	0.20	0.16	0.13
	100.0	5.04	»	0.27	0.20	0.15	0.10	0.09	0.07
	∞	5.04	»	0.073	0	0.048	0	0.024	0
0.05	0	10.08	»	13.34	—	20.04	—	40.08	—
	0.1	10.08	»	12.91	—	18.21	—	30.80	—
	0.5	10.08	»	11.45	—	13.36	—	16.03	—
	1.0	10.08	»	10.08	40.0	10.08	20.0	10.08	13.3
	5.0	10.08	»	5.03	8.0	3.36	4.0	2.51	2.67
	10.0	10.08	»	3.11	4.0	1.84	2.0	1.30	1.33
	20.0	10.08	»	1.83	2.0	1.07	1.0	0.71	0.67
	50.0	10.08	»	0.79	0.80	0.42	0.40	0.28	0.27
	100.0	10.08	»	0.42	0.40	0.22	0.20	0.14	0.13
	∞	10.08	»	0.036	0	0.024	0	0.012	0

Примечание. Значение функции N_2 при $\sigma = 1$ соответствует N_1 , а при $\sigma = \infty$ равно N_∞ .

Анализ этой таблицы позволяет отметить следующие особенности установившегося понижения уровня подземных вод на оси двухлинейного дренажа (при постоянных значениях β и L):

а) при заданном значении $\sigma > 1$ понижение уровня на оси дренажа S^* тем больше, чем больше мощность нижнего слоя. При $\sigma < 1$ имеет место обратная картина;

б) при заданных H^o и m величина S^* тем больше, чем больше проницаемость нижнего слоя;

в) при постоянных M и σ величина S^* тем больше, чем больше H^o ;

г) формула (19) может быть использована для расчетов S^* при значениях $\sigma > 20-50$, величина S^* по ней получается более высокой, чем по формуле (16), причем тем больше, чем больше β и L . Так, например, при $\beta = 0.1$, $L = 100 \text{ м}$, $H^o = 0.1$, $m = 0.05$ по формуле (19) понижение на оси дренажа получается на 0.5 м больше, чем по формуле (16). Это значит, что использование гипотезы [4] при решении конкретных задач может привести к существенному завышению дренирующего эффекта со всеми вытекающими из этого отрицательными последствиями.

Автор благодарит Л. Ф. Галахова за выполненные расчеты.

Поступило 16 VI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гос-техиздат, 1952.
2. Ионат В. А. Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах. Таллин, 1962.
3. Евдокимова Н. В. Динамика притока грунтовых вод к осушительным каналам в многослойной среде. Тр. коорд. сов. по гидротехн., 1966, вып. 25.
4. Веригин Н. Н., Шестаков В. М. Методы расчета движения грунтовых вод в двухслойной среде. Информац. материалы ВОДГЕО, 1954, № 6.

О ЗАМЕЧАНИЯХ Г. Ю. СТЕПАНОВА ПО СТАТЬЕ Г. И. ТАГАНОВА «К ТЕОРИИ СТАЦИОНАРНЫХ СРЫВНЫХ ЗОН» ОПУБЛИКОВАННЫХ В ИЗВ. АН СССР, МЖГ, 1969, № 4

Ознакомившись с вводной и заключительной частью замечаний Г. Ю. Степанова, читатель вправе ожидать, что он найдет в замечаниях не только обоснованные «доказывая, из которых вытекает», что:

1) модели вязких течений со стационарными срывными зонами, предложенные в [1], «противоречивы даже в рамках рассуждений автора»;

2) они «не подтверждаются известными теоретическими и экспериментальными данными», но также и

3) доказательства неудовлетворения этими моделями законов механики вязкой жидкости.

Ибо только в этом случае могут быть оправданы категорические формулировки Г. Ю. Степанова.

Рассмотрим доводы Г. Ю. Степанова по указанным выше пунктам.

1. Пункт первый «Замечаний...» Г. Ю. Степанова относится к случаю вырожденного течения вязкой жидкости внутри стационарной срывной зоны, которое, согласно [1], может быть реализовано только при специальных граничных условиях внутри срывной зоны (при наличии идеального или предельно сильного диссиликатора). Г. Ю. Степанов видит угрозу «общим физическим представлениям о роли диссиликации в потоке жидкости» и противоречие с дальнейшими «рассуждениями автора по фиг. 5» в том, что сила тяги, действующая на диссиликатор уменьшает сопротивление системы тело — диссиликатор «практически вдвое по сравнению с таким же течением, но без диссиликатора». С каким «таким же» течением сравнивает Г. Ю. Степанов вырожденное течение вязкой жидкости? Оказывается, как видно из дальнейшего, «таким же» течением он считает математическое течение идеальной жидкости Гильбарга — Эфроса. «Нет никаких физических оснований для уменьшения этого сопротивления вдвое» замечает далее Г. Ю. Степанов.

Какой же физический смысл имеет сопоставление двух физически несопоставимых течений: вязкого вырожденного течения, которое может быть реализовано в физической плоскости и течения идеальной жидкости, которое математически реализу-