

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЛАМИНАРНАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ ПРИ ЗАДАННОМ ПОТОКЕ ТЕПЛА

В. И. ПОЛЕЖАЕВ

(Москва)

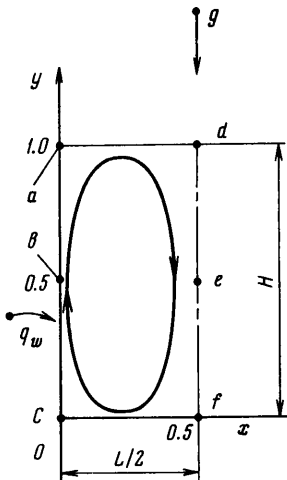
Рассматриваются характерные режимы развития во времени нестационарной тепловой конвекции в замкнутой плоской области при внезапном подводе тепла со стороны боковой поверхности при числах Рэлея $10^3 \div 10^7$. Даны оценки в диапазоне чисел Рэлея и Фурье границ начала влияния конвекции на поле температуры и установления квазистационарного режима конвекции. Исследуются характеристики циркуляционного течения, особенности структуры поля температуры и теплоотдача от стенки к жидкости. Рассматривается механизм возникновения и исчезновения вертикальных разностей температуры, вызванных конвекцией, и зависимость вертикальных разностей температуры от чисел Рэлея, Фурье, теплового режима границы и геометрии области.

1. Развитие во времени тепловой конвекции наиболее подробно изучено в случае вертикальной плоской пластины при ступенчатом повышении температуры или потока тепла [¹⁻³]; более подробный обзор исследований последних лет содержится в работе [⁴]. В работе [¹] определены границы основных режимов развития нестационарного пограничного слоя: начального режима теплопроводности, в котором конвекция еще не влияет на поле температуры, переходного и стационарного режима.

В замкнутой области пограничный слой развивается на «пластине» конечной длины и сливается в верхнюю часть области. Наиболее важная особенность температурного поля при конвекции в замкнутой области — вертикальное температурное расслоение (стратификация) жидкости.

Некоторые сведения о течении, теплоотдаче и температурном расслоении при нестационарной конвекции в замкнутых областях при числах Рэлея, больших 10^9 получены в экспериментальных исследованиях [^{5, 6}]. Для режимов, протекающих кратковременно при турбулентной конвекции, построены приближенные методы расчета (см. обзор в работе [⁷]), основанные на выделении в поле течения тонкого пограничного слоя у стенки (в нем подогретая жидкость поднимается и образует верхний прогретый слой) и основного ядра. Такая схема расслоения, однако, не пригодна при малых числах Рэлея, когда пограничный слой одного порядка с размером области. В этом случае влияние конвекции на поле температуры имеет ряд принципиальных особенностей: развитие конвекции во времени существенно замедляется, при изменении числа Рэлея разности температур по вертикали, возрастая, достигают наибольших значений, а температура стенки в верхней части области в результате преобладающего влияния температурного расслоения становится даже большей, чем в том случае, когда отвод тепла осуществляется только путем теплопроводности. Схема расчета в этом случае должна учитывать взаимодействие всех основных составных элементов расслоенной жидкости (пограничного слоя, ядра и верхнего прогретого слоя), что приводит к постановке задачи для уравнений Навье — Стокса.

В данной работе к расчету нестационарного температурного поля при тепловой конвекции применяется численный метод решения нелинейных уравнений гидродинамики и теплообмена (уравнения Навье — Стокса), разработанный ранее [8]. Другие подходы к численному решению нестационарных задач тепловой конвекции, исходя из уравнений Навье — Стокса, содержатся в работах [9, 10].



Фиг. 1

Трудной задачей при исследовании нестационарной тепловой конвекции в замкнутых объемах является анализ и обобщение информации о весьма сложной пространственной структуре поля течения и температуры, существенно изменяющейся во времени и в зависимости от критериев подобия. Наиболее рациональный путь исследования в этом случае заключается, прежде всего, в выделении характерных режимов и их границ и затем в последовательном изучении основных характеристик в каждом из этих режимов. Для выявления особенностей нестационарной конвекции жидкости в замкнутой области в работе дается сопоставление с двумя более простыми и хорошо изученными процессами: нестационарной конвекции на плоской вертикальной пластине и нестационарного прогрева не-

подвижной жидкости при постоянном подводе тепла. Делается попытка установить связи между интенсивностью конвекции, теплоотдачей от стенки к жидкости и температурным расслоением. К анализу квазистационарного режима конвекции при заданном потоке тепла привлекаются также некоторые результаты, полученные в работе [8] для стационарной конвекции при заданной разности температур.

2. Общая схема расчета показана на фиг. 1. Предполагается, что жидкость (или газ) полностью заполняет замкнутую прямоугольную область высотой H и шириной L . В начальный момент времени поле температуры однородно, жидкость находится в гидростатическом равновесии в поле внешней силы g , направленной вертикально вниз, так что движение отсутствует. Со стороны боковой поверхности внезапно подводится поток тепла, величина которого в дальнейшем не изменяется во времени и по высоте. Тепловые потоки, подводимые к поверхности и дну, равны нулю.

Поле течения и температуры при нестационарной тепловой конвекции симметрично относительно вертикальной оси и при $H/L = \text{const}$, $P = \text{const}$ определяется критериальными зависимостями

$$\theta(x_i, y_j) = f(R_a^+, F_0), \quad R_e(x_i, y_j) = \varphi(R_a^+, F_0) \quad (2.1)$$

$$\theta(x_i, y_j) = \frac{T(x_i, y_j) - T^0}{q_w L} k, \quad R_e(x_i, y_j) = \frac{v(x_i, y_j) L}{\nu}$$

$$R_a^+ = G^+ P, \quad G^+ = \frac{g \beta L^4 q_w}{\nu^2 k}, \quad P = \frac{\nu}{a}, \quad F_0 = 4 \frac{a t}{L^2}$$

Здесь T — температура, T^0 — начальная температура, ν — скорость конвективного движения, θ — безразмерная температура, R_e — местное число Рейнольдса (безразмерная скорость), R_a^+ , G^+ — отнесенные к потоку тепла модифицированные числа Рэлея и Грасгофа соответственно, F_0 — число Фурье, P — число Прандтля, g — ускорение силы тяжести, β —

коэффициент температурного расширения, k — коэффициент теплопроводности, a — коэффициент температуропроводности, ν — коэффициент кинематической вязкости.

Результаты расчетов, представленные ниже (п. 3, 4, 5), получены путем численного решения двумерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа с помощью разностной схемы, предложенной в работе [8]. Эта схема аппроксимирует исходную систему дифференциальных уравнений с первым порядком по временной и вторым порядком по пространственным координатам. Особенность рассматриваемой задачи состоит в задании граничных условий второго рода для поля температуры. Производная на границе

$$q_w = -(k\partial T / \partial x)_{x=0}$$

аппроксимировалась внутри области по трехточечной разностной схеме второго порядка точности.

В исходную систему уравнений [8] помимо основных критериев подобия — чисел Рэлея и Фурье — входят еще безразмерные критерии

$$q_w^* = q_w L / kT^0, \quad C_F = gH / \kappa RT^0$$

определяющие соответственно температурную и весовую сжимаемость, и отношение теплоемкостей κ . Расчеты выполнены при фиксированных значениях этих критериев

$$q_w^* = 5, \quad C_F = 0.05, \quad \kappa = 1.4, \quad H/L = 1$$

Кроме того, было принято, что коэффициенты динамической вязкости, теплопроводности и удельной теплоемкости постоянны, число Прандтля равно единице. Масштаб плотности был взят равным значению плотности ρ^0 в начальном однородном поле температуры при отсутствии внешней силы.

Расчеты выполнены на равномерной прямоугольной разностной сетке с шагами $h = 0.025$, $l = 0.05$ и $h = 0.05$, $l = 0.1$. При числе $Re^+ = 10^7$ применялась сетка $h = 0.04$, $l = 0.025$. Шаг по временной координате также был постоянным и определялся условием устойчивости [8]

$$\tau^+ \leq \min \{h, l\} \quad (\tau^+ = c\tau / L)$$

Здесь τ^+ — безразмерный шаг по времени, c — скорость звука. Шаг по числу Фурье при этом определяется условием

$$\Delta F_0 \leq 4 \frac{\kappa \tau^+}{C_R P} \quad \left(C_R = \left(\frac{G^+ H / L}{q_w^* C_F} \right)^{1/2} \right) \quad (2.2)$$

Отметим, что изменение ΔF_0 в зависимости от G^+ довольно близко соответствует изменению времени установления квазистационарного режима (п. 4).

3. При нестационарном прогреве неподвижной жидкости поле температуры одномерно и определяется только числом Фурье

$$\theta(x_i) = f_1(F_0) \quad (3.1)$$

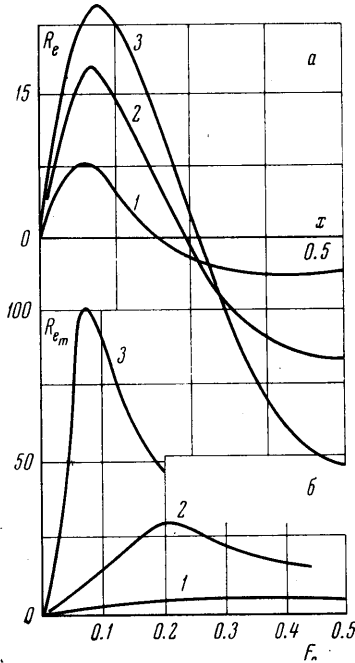
В случае, когда задан поток тепла на стенке, температура стенки с течением времени вначале увеличивается по закону

$$\theta_w \sim \sqrt{F_0} \quad (3.2)$$

и в массу жидкости распространяется температурная волна. После достижения температурной волной оси (при $F_0 \sim 0.1$) разность температуры между осью и стенкой стремится к постоянному значению, которое достигается примерно при числе $F_0 \sim 0.5$. Решение этой задачи содержится, например, в книге [11]. Этот стационарный относительно разностей температур режим будем называть квазистационарным.

В поле внешней силы, приложенной по нормали к направлению потока тепла q_w , гидростатическое равновесие не существует и возникает конвекция; поле температур при этом становится двумерным и выражается зависимостью (2.1).

Развитие во времени циркуляционного движения и его интенсивности дано на фиг. 2, а, б. На фиг. 2а приведены профили вертикальной составляющей скорости в сечении $y = 0.5$ в различные моменты времени при числе $Re_a^+ = 10^5$ ($1 - F_0 = 0.0442$, $2 - F_0 = 0.0885$, $3 - F_0 = 0.133$). Изменение во времени максимальной скорости восходящего движения $Re_m = v_m L / \nu$ при различных числах Рэлея приведено на фиг. 2б. Здесь различается начальный участок роста интенсивности конвекции, максимальная интенсивность конвекции и ее уменьшение вплоть до достижения стационарного значения. (Отметим, что стационарное движение в рассматриваемой задаче существует, строго говоря, только для жидкости, удовлетворяющей уравнениям Буссинеска; в случае сжимаемого газа скорость продолжает медленно падать в



Фиг. 2

соответствии с увеличением плотности при увеличении температуры.) При увеличении числа Рэлея величина максимальной скорости восходящего движения достигает в диапазоне $Re_a^+ = 10^6 \div 10^7$ значений, соответствующих $Re_m = 100 - 300$, а при $Re_a^+ = 10^4 \div 10^5$ соответствующих $Re_m = 4 \div 30$. Характерно, что при увеличении числа Рэлея значительно уменьшается время, при котором достигается максимальная интенсивность конвекции (фиг. 3). Начало влияния конвекции на поле температуры обнаруживается по появлению вертикальных разностей температуры.

На фиг. 3 показано изменение во времени распределения температуры вдоль вертикальной оси симметрии при числе $Re_a^+ = 10^4$. Отсюда видны три характерных режима: начальный режим теплопроводности, в котором развивающаяся конвекция еще слабо влияет на поле температуры, оно практически одномерно и определяется зависимостью (3.1), переходной режим, в котором появляются вертикальные разности температуры и поле температуры определяется общей зависимостью (2.1) и квазистационарный режим, в котором разности температуры не изменяются с течением времени и могут быть представлены в виде

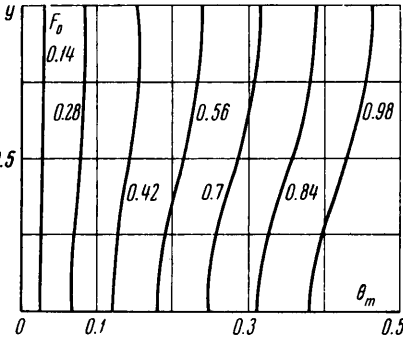
$$\Delta\theta = f_2(Re_a^+) \quad (3.3)$$

Существование этих трех режимов следует также из фиг. 4, где приведено изменение во времени разностей температуры по вертикали и горизонтали при $Re_a^+ = 10^5$ (нижние индексы в соответствии с обозначениями

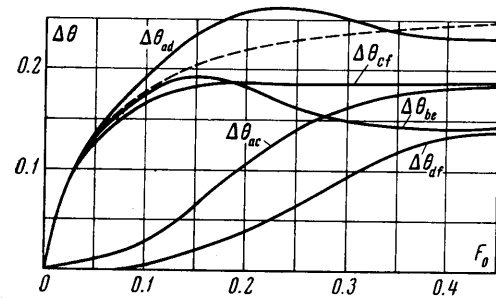
на фиг. 1 указывают, в каких точках взяты разности температуры). Пунктирной линией дано изменение во времени разности температуры между стенкой и осью в случае, когда перенос тепла осуществляется только путем теплопроводности. Разности температуры $\Delta\theta_{ad}$, $\Delta\theta_{bc}$ и $\Delta\theta_{df}$ по горизонтали между стенкой и осью характеризуют теплоотдачу от стенки к жидкости (это величины, обратные местным числам Нуссельта, записанным в виде $N = q_w L / k \Delta T = 1 / \Delta\theta$).

Разности температуры $\Delta\theta_{ac}$, $\Delta\theta_{df}$ характеризуют вертикальное температурное расслоение, появляющееся в результате конвективных движений. Из фиг. 4 видно, что все разности температур с течением времени стремятся к постоянным значениям. Развитие конвекции на начальном участке во времени и ее влияние на поле температуры обнаруживается также по разветвлению зависимостей горизонтальных разностей температуры $\Delta\theta(F_0)$ на различных расстояниях по вертикали. Наибольшая горизонтальная разность температуры (и наименьшая теплоотдача) наблюдается в верхней части области $\Delta\theta_{ad}$, так как наиболее прогретая жидкость скапливается в левом верхнем углу.

4. На фиг. 5 показаны полученные в результате серии расчетов ориентировочные границы характерных режимов нестационарной конвекции в диапазоне чисел $R_a^+ = 10^3 \div 10^7$ и чисел $F_0 = 0 \div 0.5$. Здесь же приведены для сопоставления границы основных режимов прогрева неподвижной жидкости. Горизонтальная линия 1 соответствует границе установления квазистационарного режима температуры в неподвижной жидкости.



Фиг. 3



Фиг. 4

Линия 2 дает границу установления квазистационарного режима поля температуры при конвективном движении. При числе $R_a^+ \geq 10^5$ эта граница аппроксимируется приближенной формулой

$$F_0 = \frac{40}{(R_a^+)^{0.4}} \quad (4.1)$$

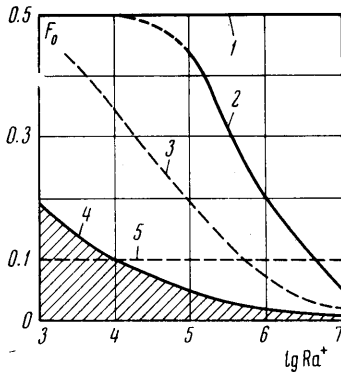
Этому значению числа Фурье в диапазоне $R_a^+ \approx 10^5 \div 10^7$ при $H/L = 1$, $P = 1$ соответ-

ствует примерно однократное прохождение циркуляционного контура $L \approx 3H$ частицей, движущейся со скоростью v_m^+ (где v_m^+ — максимальная скорость в пограничном слое, осредненная во времени в интервале от $t \approx 0$ до момента установления квазистационарного режима). Поэтому значение числа F_0 , соответствующее установлению квазистационарного режима в замкнутой области при $H/L = 1$, должно быть примерно в три раза больше числа F_0 , соответствующего установлению стационарного режима при нестационарной конвекции на пластине. Сопоставление зависимости (4.1) с результатами расчетов [3] подтверждает это предположение.

В области малых чисел $R_a^+ = 10^3 \div 10^4$ конвекция относительно слабо влияет на поле температуры, и граница 2 приближается к границе 1.

Выше линии 2 разности температур определяются только числом Рэлея (3.3); ниже этой линии течение и перенос тепла имеют существенно нестационарный характер. Пунктирной линией 3 на фиг. 5 показана ориентировочная граница максимальной интенсивности конвекции согласно результатам фиг. 1, б. Ниже сплошной линии 4 (заштрихованная область) конвекция еще относительно слабо влияет на поле температуры. Оно практически одномерно, и разности температур определяются зависимостью (3.1). Эта граница построена приближенно из условия $\Delta\theta_{ac} < 0.01$ ($\Delta\theta_{ac} < 0.005$ при $Ra^+ = 10^3$) и аппроксимируется формулой

$$F_0 \approx \frac{6}{(Ra^+)^{0.4}} \quad (4.2)$$

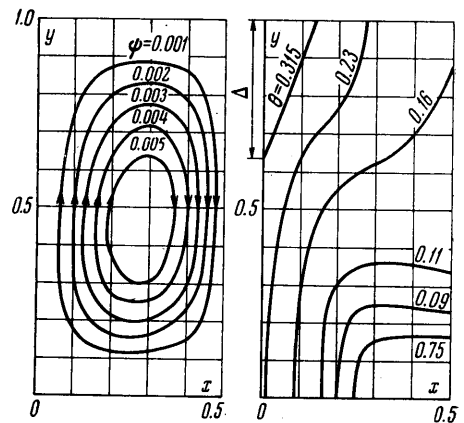


Фиг. 5

ентом температуры вблизи стенки. Эти погрешности приводят к завышению разности температур (поэтому линия 4 дает, по-видимому, нижнюю границу начала влияния конвекции на поля температуры). При больших числах F_0 погрешности резко уменьшаются. Горизонтальной пунктирной линией 5 показана для сопоставления граница, соответствующая тому моменту, когда температурная волна в неподвижной жидкости достигает оси.

Из взаимного расположения границ 4 и 5 следует, что при $Ra^+ \sim 10^4 \div 10^6$ заметное влияние конвекции на поле температуры обнаруживается лишь при достаточно больших числах F_0 , когда жидкость уже значительно прогрета со стороны боковой поверхности путем теплопроводности. Профиль температуры вблизи границы 4 при этих числах Рэлея как бы «размазан» по вертикали и не имеет того типичного вида, который наблюдается при больших числах Рэлея [5]. Четко выраженный верхний прогретый слой в переходном режиме обнаруживался лишь при числе $Ra^+ \geq 10^7$, когда пограничный слой становится достаточно тонким и при малых F_0 выносит нагретую жидкость непосредственно вдоль стенки, без существенного перемешивания с ядром. Перемещение вниз верхнего прогретого слоя в переходном режиме представляет самостоятельный интерес и требует специального рассмотрения.

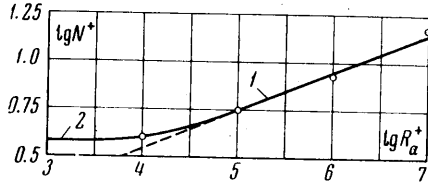
На фиг. 6 показаны картина линий тока циркуляционного течения и изотермы поля температуры при числе $F_0 = 0.310$, и $Ra^+ = 10^5$ для условий, близких к квазистационарным. Конвекция существенно искажает изотермы поля температуры по сравнению со случаем неподвижной жидкости, когда изотермы — вертикальные прямые линии. Распределение тем-



Фиг. 6

пературы на верхней поверхности по горизонтали наиболее неравномерно, с характерным «провалом» на оси. В средней и нижней частях области образуется ядро с равномерной температурой по горизонтали. Зона наиболее высокой температуры сосредоточена в верхнем углу, причем температура стенки на длине Δ в верхней части выше, чем температура неподвижной жидкости в тот же момент времени.

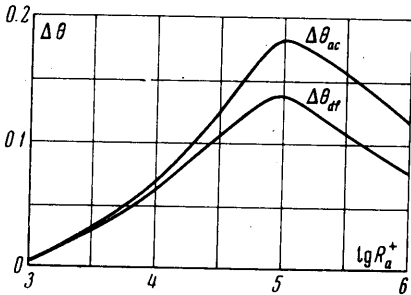
5. Результаты расчета средней теплоотдачи от стенки к жидкости на квазистационарном режиме изображены кружками на фиг. 7. (Здесь $N^+ = q_w L / k(\Delta T)^+$ — среднее число Нуссельта, $(\Delta T)^+$ — средняя разность температуры между стенкой и осью замкнутой области.) Сплошной линией показана зависимость



Фиг. 7

$$N^+ = 0.55(R_a^+)^{0.2} \tag{5.1}$$

которая соответствует стационарному режиму тепловой конвекции в пограничном слое на вертикальной пластине при заданном потоке тепла (12) при $P = 1$ (в этом случае $(\Delta T)^+$ — средняя разность между температурами стенки и окружающей среды). При числе $R_a^+ > 10^5$ результаты расчетов удовлетворительно аппроксимируются этой зависимостью. Будем называть этот режим при конвекции в замкнутой области режимом пограничного слоя. Именно в этом режиме поле температуры в средней и нижней частях области разделяется на ядро с равномерной температурой по горизонтали и пограничный слой у стенки, в котором происходит основное изменение температуры (фиг. 6). При уменьшении числа Рэлея, начиная от величины $R_a^+ = 10^5$, зависимость $N^+(R_a^+)$ отклоняется от степенной зависимости (5.1) и стремится к постоянной величине (линия 2), соответствующей квазистационарному режиму теплопроводности не-



Фиг. 8

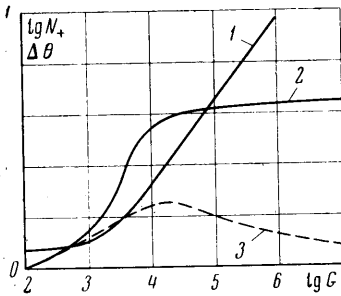
подвижной жидкости (линия 2 проведена с учетом зависимости плотности от температуры в уравнении теплопроводности). В этом промежуточном режиме пограничный слой у стенки сливается с ядром.

Вертикальные разности температуры на квазистационарном режиме (фиг. 8) вначале возрастают, достигая максимального значения при $R_a^+ = 10^5$, а затем уменьшается. Этот важный результат объясняется переходом при числе $R_a^+ \approx 10^5$ от промежуточного режима очень слабой конвекции, при которой преобладает температурное расслоение, к режиму пограничного слоя развитой конвекции, при которой с увеличением числа R_a^+ перемешивание преобладает над расслоением. При слабой конвекции температура стенки на расстоянии Δ в верхней части области из-за температурного расслоения выше, чем температура неподвижной жидкости; в диапазоне $R_a^+ = 10^3 \div 10^6$ величина Δ в результате увеличения перемешивания уменьшается от 0.5 до 0.05. В пределе при дальнейшем увеличении чисел R_a^+ (в случае, когда тепловой поток подводится только со стороны боковой поверхности) конвекция, по-видимому, стремится перемешать жидкость так, что в ней устанавливается равномерная температура по вертикали.

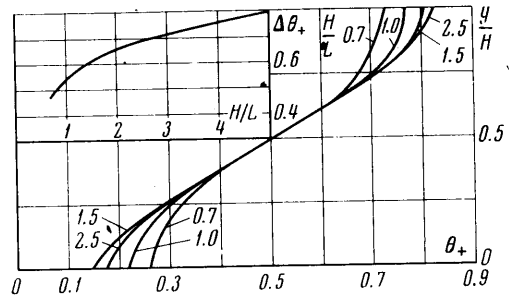
Аналогичный результат может быть получен, если рассмотреть стационарный режим конвекции в замкнутой области, на боковых стенках которой поддерживаются постоянные температуры T_{w2} , T_{w1} ($T_{w2} > T_{w1}$), а основания теплоизолированы. Эта задача рассматривалась в работе [8]. В этом случае безразмерная разность температур $\Delta\theta_+$ вдоль центральной вертикальной линии конвективной ячейки при увеличении числа Грасгофа стремится к некоторой постоянной величине. Зависимости $N_+(G)$, $\Delta\theta_+(G)$ при $H/L = 1$, $P = 0.71$ показаны на фиг. 9 (линии 1, 2 соответственно). Здесь

$$N_+ = \frac{q_w^+ L}{k(T_{w2} - T_{w1})}, \quad \Delta\theta_+ = \frac{T_s - T_g}{T_{w2} - T_{w1}}, \quad G = \frac{gL^3}{\nu^2} \frac{T_{w2} - T_{w1}}{T_{w1}}$$

q_w^+ — средний поток тепла, полученный в результате расчета, T_s , T_g — температура верхней поверхности и дна соответственно.



Фиг. 9



Фиг. 10

Для перехода к рассмотренному выше случаю заданного потока тепла вычислим значения безразмерной разности температуры, отнесенной к потоку тепла и модифицированное число Грасгофа

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\theta_+}{N_+} = \frac{T_s - T_g}{q_w^+ L} k, \quad G^+ = N_+ G = \frac{gL^4}{\nu^2 k T_{w1}} q_w^+$$

Таким образом, безразмерная разность температуры по вертикали при заданном потоке тепла представляется как отношение функции температурного расслоения $\Delta\theta_+$ и функции теплоотдачи N_+ . Зависимость $\Delta\theta(G^+)$ показана на фиг. 9 пунктирной линией 3 (шкала оси абсцисс теперь соответствует значениям G^+) и достигает максимального значения при формировании режима пограничного слоя.

При увеличении вертикального размера замкнутой конвективной ячейки перемешивание жидкости становится менее интенсивным, и конвекция приводит к большему температурному расслоению. Этот результат для случая заданной разности температур показан на фиг. 10 ($C^+ = 1.25 \cdot 10^4$, $P = 0.71$). Таким образом, при увеличении вертикального размера в десять раз вертикальная разность температуры увеличивается примерно в два раза.

Автор благодарит Т. Д. Пирумову и Т. В. Волокитину за помощь в проведении расчетов.

Поступило 15 XI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Siegel R. Transient free convection from a vertical flat plate. Trans. ASME, 1958, vol. 80, No. 2.
2. Goldstein R. J., Eckert E. R. G. The steady and transient free convection boundary layer on a uniformly heated vertical plate. Internat. J. Heat Mass Trans., 1960, vol. 1, pp. 208—218.
3. Hellums J. D., Churchill S. W. Transient and steady state, free and natural convection numerical solutions. A. I. Ch. En. Journal, 1962, vol. 8, p. 690.

4. Ede A. J. Advances in free convection. In: Advances in heat transfer vol. 4, ed. Harnett J., Irvine T. F. Jr., Akad. Press, N. Y., 1967.
 5. Schwind R. G., Vliet G. C. Observations and investigations of natural convection and stratification in vessels. Proc. 1964 Heat Transfer and Fluid Mech. Inst., pp. 51—62, Berkeley, Calif. Standard, Calif. Univ. Press, 1964.
 6. Кириченко Ю. А., Щелкунов В. Н. Теплообмен при свободной конвекции в шаровом объеме. ПМТФ, 1968, № 5.
 7. Clark J. A. A review of pressurisation, stratification and interfacial phenomena. Internat. Adv. in Cryog. Engng, New York, Plenum. Press, 1965, vol. 10, p. 259.
 8. Полежаев В. И. Численное решение системы двумерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа в замкнутой области. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.
 9. Barakat H. Z., Clark J. A. Analytical and experimental study of the transient laminar natural convection flows in partially filled liquid containers. Proc. III Internat. Heat Transf. Conf., 1966, vol. 2.
 10. Тарунин Е. Л. Нестационарная конвекция жидкости в замкнутой полости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6.
 11. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.; «Высшая школа», 1968.
 12. Sparrow E. M. Gregg J. L. Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux. Trans. ASME, 1956, vol. 78, No. 2.
-