

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЭНТАЛЬПИИ В ЗАСТОЙНЫХ ОБЛАСТЯХ ТЕЧЕНИЯ

И. Н. МУРЗИНОВ

(Москва)

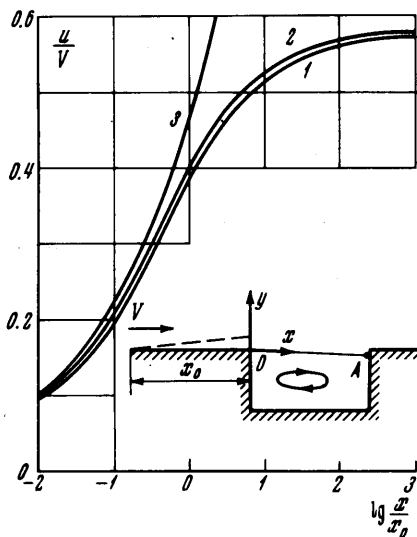
Рассматривается один из возможных способов определения энтальпии газа в областях ламинарного отрывного течения, основанный на уравнении баланса энергии через разделяющую линию тока. На основе введенных в [1] среднемассовых величин скорости и энтальпии торможения предложен инженерный метод расчета параметров газа на разделяющей линии тока при произвольных начальных профилях скорости и энтальпии газа. Сравнение с имеющимся численным расчетом [2] показывает хорошую точность метода. Этим методом проведен расчет энтальпии газа в донной области острого конуса с углом раствора 10° , обтекаемого потоком воздуха при числе Маха $M_\infty = 11.8$ (условия эксперимента работы [3]). Полученная зависимость энтальпии газа в донной области от энтальпии стенки боковой поверхности удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными.

1. Рассмотрим для простоты каверну на пластине (фиг. 1). Предположим, что пограничный слой перед каверной ламинарный, стенки каверны теплоизолированы и энтальпию газа в каверне (ниже разделяющей линии OA) можно характеризовать некоторой постоянной величиной i_d . Для простоты выкладок в дальнейшем также будем считать число Прандтля $\sigma = 1$, а произведение плотности газа на вязкость — постоянным при постоянном давлении.

Если энтальпия газа на стенке перед каверной i_w меньше энтальпии торможения во внешнем потоке $i_{0\infty}$, то легко показать, что энтальпия газа в застойной области $i_d > i_w$. В этом случае в начальном участке разделяющей линии тока тепловой поток будет идти из каверны, а в конечном ее участке — в каверну. Кроме того, внешний поток за счет сил трения будет совершать работу над газом в каверне. Исходя из этого, баланс энергии в теплоизолированной каверне можно записать в виде

$$\int_0^{x_A} \lambda \frac{\partial T}{\partial y} dx + \int_0^{x_A} \tau u dx = 0 \quad (1.1)$$

Здесь x — расстояние вдоль разделяющей линии тока, x_A — длина разделяющей линии тока, λ — коэффициент теплопроводности, T — температура, τ — напряжение трения, u — скорость. Все подинтегральные величины должны быть взяты на разделяющей линии тока.



Фиг. 1

При числе Прандтля $\sigma = 1$ выражение (1.1) несколько упрощается и может быть записано в виде

$$\int_0^{x_A} \mu \frac{\partial i_{00}}{\partial y} dx = 0 \quad (1.2)$$

где i_{00} — энтальпии торможения на разделяющей линии тока.

В случае отвода тепла в стенку в правой части (1.2) должно стоять выражение для суммарного количества отводимого (подводимого) тепла. Уравнение (1.2) и служит для определения значения энтальпии в застойной зоне. Величина i_d входит в (1.2) через градиент энтальпии торможения на разделяющей линии тока.

2. При расчете $\partial i_{00} / \partial y$ будем исходить из следующих предпосылок. Разворот течения (если он имеет место) около угловой точки O происходит изэнтропически. Оценки показывают, что такое предположение будет несправедливо лишь в незначительной части пограничного слоя в точке O . Газ в застойной зоне будем считать покоящимся. Таким образом, задача заключается в определении параметров на разделяющей линии тока при смещении газа, у которого произвольные начальные профили энтальпии торможения и скорости, с покоящимся газом. Эта задача численно исследовалась в работах [2, 4]. Ниже, исходя из концепции локальной автономности и известного автомоделного решения о смещении потоков с нулевой начальной толщиной пограничного слоя [5], предлагается инженерный метод расчета параметров на разделяющей линии тока. При этом в качестве определяющих используются среднемассовые величины скорости и энтальпии торможения [1]

$$u_0 = \frac{1}{\psi} \int_0^{\psi} u^\circ(x, \psi) d\psi, \quad i_0 = \frac{1}{\psi} \int_0^{\psi} i^\circ(x, \psi) d\psi \quad (2.1)$$

Здесь ψ — функция тока, а величины u° , i° считаются в каждом сечении $x = \text{const}$ известными функциями ψ . В качестве величин $u^\circ(x, \psi)$, $i^\circ(x, \psi)$ можно использовать профили пограничного слоя (или получающиеся из них после разворота в волне разрежения) перед зоной отрыва.

Вообще говоря, за счет сил вязкости эти профили будут деформироваться, но оценки показывают, что деформации сказываются несущественно, прежде чем соответствующая струйка тока поглотится вновь развивающимся пограничным (струйным) слоем.

При определении среднемассовых величин возникает вопрос, по какой массе вести усреднение. Известно, что в задачах параболического типа, к которому принадлежат уравнения пограничного слоя, возмущения распространяются вдоль линий $x = \text{const}$ до бесконечности. Однако в практическом аспекте такие возмущения распространяются лишь на конечное расстояние, что позволяет вводить понятие пограничного (струйного) слоя конечной толщины. В соответствии с этим усреднение будем производить до того значения ψ , где скорость составляет, скажем, 0.99 от ее значения во внешнем потоке или от среднемассовой скорости при данном x . В общем случае среднемассовая скорость будет зависеть от продольной координаты x . Поэтому по аналогии с локальным подобием в пограничном слое введем переменную

$$\xi = \int_0^x \rho \mu u_0 r^{2\nu} dx \quad (2.2)$$

где $\nu = 0$ для плоского и $\nu = 1$ для осесимметричного течений, r — расстояние от оси симметрии до разделяющей линии тока.

В соответствии с принципом локального подобия будем полагать, что функция u / u_0 в зависимости от $\zeta = \psi / \sqrt{\xi}$ в окрестности разделяющей линии тока имеет тот же вид, что и решение Чепмена [5]. В частности, в этих переменных получаются правильные величины градиента скорости $d(u / u_0) / d\zeta$ и на разделяющей линии $u / u_0 = 0.587$. Из данных работы [5] следует, что в струйном слое смещения практической границе пограничного слоя будет соответствовать значение $\zeta_\delta \approx 2.8$. Тогда величина расхода ψ , по которой ведется усреднение, определяется из условия

$$\psi_\delta / \sqrt{\xi} = \zeta_\delta \quad (2.3)$$

или с учетом (2.2)

$$\frac{d\psi_\delta^2}{dx} = \zeta_\delta^2 \rho \mu u_0 r^{2\nu} \quad (2.4)$$

При этом $u_0 = u_0(x, \psi_\delta)$ в соответствии с (2.1), а произведение $\rho \mu$ вычисляется, вообще говоря, по среднemasсовой энтальпии (но в дальнейшем будем полагать $\rho \mu = \text{const}$ при $p = \text{const}$).

В частности, если за начальный профиль, из которого развивается струйное течение, принять профиль Блазиуса, то можно получить [1]

$$u_0 = \frac{V}{f} \int_0^f f' df, \quad x = \frac{2x_0}{\zeta_\delta^2} \int_0^f \frac{Vf}{u_0} df \quad (2.5)$$

Здесь x_0 — длина эффективной пластины, толщина пограничного слоя на которой равна толщине пограничного слоя перед каверной. Из формул (2.5) исключением функции Блазиуса f можно найти зависимость $u_0(x)$.

Принятие предположения о локальном подобии в струйном пограничном слое требует проверки. В настоящее время имеется точное решение задачи о струйном пограничном слое [2], развиваемое из профиля Блазиуса. На фиг. 1 показано сравнение скорости на разделяющей линии тока из работы [2] (кривая 1) с полученным приближенным решением (кривая 2). Совпадение результатов очень хорошее. Ошибка составляет несколько процентов. Учитывая, что метод среднemasсовых величин дает хорошие результаты в ряде задач пограничного слоя [1], можно ожидать, что и для произвольных начальных профилей приближенный метод будет давать приемлемую точность результатов.

На фиг. 1 кривой 3 представлена зависимость

$$u / V = 0.47 (x / x_0)^{1/2} \quad (2.6)$$

полученная из формул (2.5) и соответствующая линейной части профиля Блазиуса (в этом случае существует автомодельное решение задачи смещения). Интересно отметить, что почти вплоть до $x / x_0 \sim 1$ формула (2.6) дает неплохие результаты. Поэтому, учитывая, что обычно размеры каверны $x_A / x_0 < 1$, для получения результатов в обозримой форме будем пользоваться для скорости на разделяющей линии выражением (2.6).

Если, как было предположено, число Прандтля $\sigma = 1$, то в пограничном слое перед каверной существует интеграл Крокко. В этом случае для среднemasсовой энтальпии легко получим

$$i_0 = (i_{0\infty} - i_w) u_0 / V + i_w \quad (2.7)$$

где $i_{0\infty}$ — энтальпия торможения на внешней границе пограничного слоя, i_w — энтальпия стенки перед каверной.

Считая, что в слое смешения в окрестности разделяющей линии тока справедлив интеграл Крокко между осредненными величинами, для энтальпии торможения получим

$$i_{00} = (i_0 - i_d)u / u_0 + i_d \quad (2.8)$$

3. Из работы [5] следует, что градиент $d(u/u_0)/d\zeta$ на разделяющей линии тока зависит от числа Маха на внешней границе слоя смешения. Эта зависимость может быть учтена путем введения среднемассового числа Маха. Эта зависимость слабая, поэтому в дальнейшем она не учитывалась, а принятые значения градиента соответствовали числу Маха $M = 0$. Выписанные формулы позволяют вычислить подынтегральное выражение (1.2) и определить величину i_d . При использовании для среднемассовой скорости выражения (2.6) для энтальпии в каверне получим

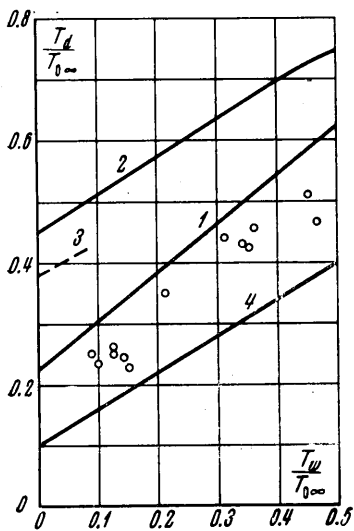
$$i_d = i_w + 0.53(i_{0\infty} - i_w)(x_A/x_0)^{1/3} \quad (3.1)$$

Из этой формулы видно, как и от каких параметров зависит энтальпия в теплоизолированной каверне.

Тем же самым способом можно провести расчеты энтальпии в донной области тела, если известна конфигурация донной области (длина разделяющей линии тока) и давление в ней.

При этом в качестве начальных профилей скорости и энтальпии, по-видимому, следует использовать профили, получающиеся при изэнтропическом расширении газа около угловой точки. Ниже приводятся результаты расчета энтальпии газа в донной области конуса с углом раствора $\theta = 10^\circ$; число Маха набегающего потока $M_\infty = 11.8$. В соответствии с результатами экспериментальных замеров для длины разделяющей линии тока было принято $x/D = 0.94$ (D — диаметр мидаля) и отношение давления в донной области к давлению на боковой поверхности конуса $p_d/p_1 = 0.29$.

Расчет был проведен с учетом осесимметричности в формуле (1.2). Вблизи оси симметрии преобразование (2.2) становится некорректным в силу соизмеримости расстояния от оси до разделяющей линии тока с толщиной слоя смешения, но вклад этой области в общий баланс энергии не существен. Результаты расчета показаны на фиг. 2 в виде зависимости $T_d/T_{0\infty}$ от $T_w/T_{0\infty}$ (кривая 1). Здесь T_d , T_w , $T_{0\infty}$ — соответственно температура газа в донной области, температура стенки на боковой поверхности и температура торможения на внешней границе пограничного слоя. Там же в виде точек нанесены результаты экспериментов работы [3]. Кривая 2 построена на основе численных расчетов [4] с начальным профилем Блазиуса, кривая 3 — с учетом разворота начального профиля около донного среза [4]. Видно, что результаты данного расчета значительно лучше согласуются с экспериментальными данными. Различие между кривой 1, с одной стороны, и 2, 3, с другой стороны, связано с тем, что в расчетах [4] длина разделяющей линии тока (размер донной области) была в несколько раз завышена по сравнению с принятым здесь экспериментальным значением (по этому поводу см. работу [6]).



Фиг. 2

на фиг. 2 в виде зависимости $T_d/T_{0\infty}$ от $T_w/T_{0\infty}$ (кривая 1). Здесь T_d , T_w , $T_{0\infty}$ — соответственно температура газа в донной области, температура стенки на боковой поверхности и температура торможения на внешней границе пограничного слоя. Там же в виде точек нанесены результаты экспериментов работы [3]. Кривая 2 построена на основе численных расчетов [4] с начальным профилем Блазиуса, кривая 3 — с учетом разворота начального профиля около донного среза [4]. Видно, что результаты данного расчета значительно лучше согласуются с экспериментальными данными. Различие между кривой 1, с одной стороны, и 2, 3, с другой стороны, связано с тем, что в расчетах [4] длина разделяющей линии тока (размер донной области) была в несколько раз завышена по сравнению с принятым здесь экспериментальным значением (по этому поводу см. работу [6]).

Однако и данный расчет дает все еще завышенное значение температуры в донной области. Это может быть связано главным образом со следующими обстоятельствами:

- 1) в расчетах не учитывался теплообмен газа с донной частью тела;
- 2) газ в застойной зоне считался покоящимся.

Наличие движения газа в застойной зоне поведет к существенному уменьшению работы сил трения на разделяющей линии тока. Для оценки влияния диссипации энергии был проведен расчет с опущенным вторым членом в уравнении (1.1). Результаты расчета нанесены в виде кривой 4. Видно, что вклад работы сил трения в баланс энергии очень существен. В то же время, по-видимому, движение газа менее сказывается на балансе энергии через первый член уравнения, так как происходит своеобразная компенсация за счет потока тепла в разные стороны через разделяющую линию тока.

Поступило 26 VI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Лунев В. В. Метод среднемассовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
2. Denison M. R., Baum E. Compressible free shear layer with finite initial thickness. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 2.
3. Zakkay V., Cresci R. G. An experimental investigation of the near wake of a slender cone at $M_\infty = 8$ and 12. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 1.
4. Baum E., King H. H., Denison M. R. Recent studies of the laminar base flow region. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 9.
5. Chapman D. Laminar mixing of a compressible fluid. NACA Rept, 1950, No. 958.
6. Weiss R. F., Weinbaum S. Hypersonic boundary layer separation and the base flow problem. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 8.