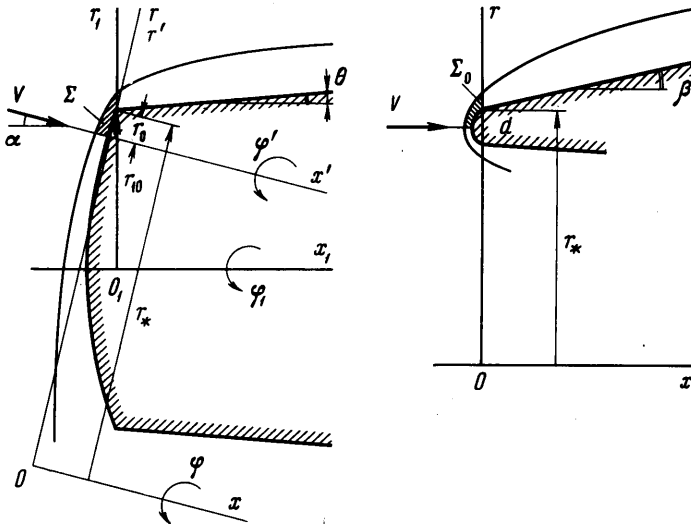


О ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ СЕГМЕНТАЛЬНО-КОНИЧЕСКИХ ТЕЛ ПОД БОЛЬШИМ УГЛОМ АТАКИ

Б. А. ЗЕМЛЯНСКИЙ

(Москва)

В приближенной постановке рассмотрено течение вблизи наветренной плоскости около боковой поверхности тупого конуса, обтекаемого гиперзвуковым потоком газа под большим углом атаки. Предполагается, что наветренная образующая конуса наклонена к потоку под небольшим положительным углом. На основе гиперзвуковой теории [1] задача сведена к исследованию двумерного течения около эквивалентного местного притупленного конуса с протоком в области, внешней по отношению к протоку. Минимизация влияния окружающего растекания газа и совпадение интегрально-



Фиг. 1

го воздействия носового притупления на газ в модельном и исходном течениях достигаются соответственно определенным выбором радиуса миделя носа r_* местного конуса и толщины кромки протока d .

Полученная аналогия позволяет проводить расчет исходного пространственного течения с помощью численных методов, развитых для двумерных задач. Точность схемы иллюстрируется сравнением результатов с данными работы [2] по пространственному обтеканию сегментально-конических тел совершенным газом. Ниже приведены также результаты по влиянию физико-химических превращений воздуха (равновесных и неравновесных) на исследуемые течения.

Обозначения: $x, r, \varphi; x_1, r_1, \varphi_1; x', r', \varphi'$ — различные цилиндрические системы координат (фиг. 1); $uV, vV, wV; u_1V, v_1V, w_1V; u'V, v'V, w'V$ — соответствующие компоненты скорости; $\rho\rho_\infty, \rho\rho_\infty V^2, iV^2, eV^2$ — плотность, давление, энтальпия и внутренняя энергия газа; $\rho_0'\rho_\infty V^2, i_0V^2$ — давление торможения и полная энтальпия; $\rho_\infty, V, M, \gamma$ — плотность, скорость, число Маха и показатель адиабаты в набегающем потоке; L, r_{10}, r_0, δ — характерный продольный размер, радиус миделя носа, расстояние от критической точки до кромки сопряжения носа и боковой поверхности и отход скачка в критической точке; r_*, d — радиус миделя носа с протоком и тол-

щина кромки протока; α , θ , $\beta = \alpha + \theta$ — угол атаки, угол полураствора исходного конуса, местный угол атаки наветренной образующей; k — отношение плотности газа в набегающем потоке к плотности за прямым скачком; индекс w относится к параметрам на теле.

1. Упрощая рассматриваемую задачу, исходим из интегральных уравнений энергии и радиального импульса, как это общепринято в гиперзвуковой теории обтекания тонких притупленных тел, в рамках которой воздействие тупого носка на газ заменяется сосредоточенной силой [1].

Применимость этой простой схемы к исследуемому пространственному течению в плоскости растекания ($\varphi_1 = 0$) даже в случае сравнительно коротких тупых тел ($L \sim 2r_{10}$), обтекаемых гиперзвуковым потоком реального газа под большим углом атаки α , обусловлена тем, что при этом $r_0 \ll r_{10}$ для широкого класса тупых носков [3, 4]. Тогда толщина ударного слоя l_0 в переходном сечении $x = 0$ между носком и боковой поверхностью при $\varphi = 0$, определяемая величиной r_0 , мала по сравнению с L , так что неоднородности по r в распределениях давления и вектора скорости при $x = \varphi = 0$ будут быстро сглаживаться за счет отражения возмущений поперек высокоэнтропийного слоя, и уже сравнительно недалеко от носка (практически при $x \gg l_0 M_0$, где M_0 — характерное число Маха в высокоэнтропийном слое) важными для течения при $\varphi \approx 0$ будут лишь интегральные характеристики начальных данных.

Введем поточную цилиндрическую систему координат x , r , φ с центром в переходном сечении $x = 0$ между носком и конусом при $\varphi = 0$, расположенным на некотором, пока не фиксированном расстоянии r_* от сопряжения (фиг. 1).

Пренебрегая для простоты продольным перетеканием газа ($1 - u > 0$) в высокоэнтропийном слое и полагая $M = \infty$, представим интегральные уравнения энергии и радиального импульса для плоскости $\varphi = 0$ в виде

$$2 \int_{r_w}^R \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) r dr = E + 2 \int_0^x p_w r_w \frac{\partial r_w}{\partial x} dx - F_1 \quad (1.1)$$

$$2 \int_{r_w}^R \rho v r dr = J + 2 \int_0^x \left(p_w r_w + \int_{r_w}^R p dr \right) dx - F_2 \quad (1.2)$$

Здесь F_1 , F_2 характеризуют теряемые за счет окружного растекания газа на боковой поверхности ($g \neq 0$) энергию и радиальный импульс, а E , J — те же величины на единицу угла, сообщаемые притуплением газу, перетекающему на боковую поверхность вблизи $\varphi = 0$

$$g = \frac{\partial w}{\partial \varphi}, \quad F_1 = 2 \int_0^x \int_{r_w}^R \rho g \left(i + \frac{v^2}{2} \right) dr dx, \quad F_2 = 2 \int_0^x \int_{r_w}^R \rho g v dr dx \quad (1.3)$$

$$E = 2 \int_{r_2}^{r_*} p_w r_w dr_w - 2 \iint_{\Sigma} \rho g (1 - u) d\Sigma \quad (r_2 = r_* - r_0) \quad (1.4)$$

$$J = 2 p_0' \delta r_2 + 2 \int_{-\Delta}^0 p_w r_w dx + 2 \iint_{\Sigma} (p - \rho g v) d\Sigma$$

Здесь Δ — расстояние от критической точки до плоскости $x = 0$, а площадь интегрирования Σ показана на фиг. 1.

Если бы удалось минимизировать относительную роль F_1 и F_2 в системе (1.1), (1.2), то тем самым в рамках гиперзвуковой теории была бы обоснована схема местного конуса, обтекаемого без угла атаки.

2. Получим количественную оценку влияния растекания на баланс энергии при $\varphi \approx 0$, чтобы выяснить возможность управления величиной F_1 . Будем исходить из представления о тонком ударном слое. Поскольку основные потери энергии происходят из высокоэнтропийного слоя, при оценке F_1 примем дополнительно, что $i \approx e$ (это справедливо при $\gamma_0 - 1 \ll 1$, что имеет место в высокоэнтропийном слое при больших скоростях полета) и $g \approx g_w$. Здесь γ_0 — эффективный показатель адиабаты для высокоэнтропийного слоя.

При этих допущениях F_1 можно представить в виде

$$F_1 \approx \int_0^x f \Phi dx, \quad \left(f = \frac{g_w}{r_w}, \quad \Phi = 2 \int_{r_w}^R \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) r dr \right) \quad (2.1)$$

Тогда из (1.1) находим

$$F_1 = \exp(-v) \int_0^x f(E + P) \exp v dx \quad \left(v = \int_0^x f dx, \quad P = 2 \int_{r_*}^{r_w} p_w r_w dr_w \right) \quad (2.2)$$

Здесь работа сил давления P на боковой поверхности при $\varphi = 0$ может быть оценена (при $\beta > 0$) по ньютоновскому распределению

$$p = p_0' \sin^2 \beta_1, \quad (\sin \beta_1 = \cos \alpha \sin \theta + \sin \alpha \cos \theta \cos \varphi_1) \quad (2.3)$$

Тогда имеем

$$P = p_0' \sin^2 \beta (r_w^2 - r_*^2) \quad (r_w = r_* + \operatorname{tg} \beta x) \quad (2.4)$$

Для тонкого ударного слоя при $\varphi = 0$ параметр растекания g равен

$$g \approx -v + (g_1 + v_1) \frac{r_w}{r_{1w}} \quad \left(g_1 = \frac{\partial w_1}{\partial \varphi_1}, \quad r_{1w} = r_{10} + \operatorname{tg} \theta x_1 \right) \quad (2.5)$$

В соответствии с условием $g \approx g_w$ здесь принимаем

$$v = V_w \sin \beta, \quad v_1 = V_w \sin \theta, \quad g_1 \approx g_{1w} \quad (2.6)$$

$$\left(V_w \approx \sqrt{1 - 2i_w}, \quad i_w \approx \frac{1}{2} (\sin \beta)^{2\varepsilon_0}, \quad \varepsilon_0 = \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \right)$$

Параметр растекания g_{1w} в связанной цилиндрической системе координат x_1, r_1, φ_1 (фиг. 1) определим приближенно из уравнения движения в направлении φ_1 , которое при $\varphi_1 \rightarrow 0$ с учетом замыкающего условия (2.3) вдоль поверхности конуса можно привести к виду [5]

$$\frac{dg_{1w}}{d\xi} + g_{1w}^2 + v_1 g_{1w} = \sigma^2 \quad (2.7)$$

$$\left(\xi = \frac{1}{v_1} \ln \frac{r_{1w}}{r_{10}}, \quad \sigma^2 = 2b\varepsilon_0 i_w, \quad b = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \theta} \right)$$

Это уравнение имеет простое решение

$$g_{1w} = m \frac{G + m \operatorname{th} m \xi}{m + G \operatorname{th} m \xi} - \frac{1}{2} v_1 \quad (2.8)$$

$$\left(m = \sqrt{\sigma^2 + 1/4 v_1^2}, \quad G = g_{1w}(0) + 1/2 v_1 \right)$$

Приведенные результаты позволяют приближенно рассчитать F_1 и оценить относительную роль растекания в балансе энергии, т. е. величину

$$\lambda(x) = \frac{\exp(-v)}{E + P} \left| \int_0^x f(E + P) \exp v dx \right| \quad (2.9)$$

Очевидно, F_1 и λ как от параметра зависят от величины r_* , которая до сих пор оставалась произвольной. Выберем теперь r_* так, чтобы в интересующей нас области течения $x \leq L$ выполнялось условие $\lambda(x) \leq \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ — некоторое малое число, которое позволяет пренебречь величиной F_1 в (1.1).

Аналогичным образом можно рассмотреть и уравнение радиального импульса (1.2). Учитывая однако определяющую роль энергии, будем выбирать r_* непосредственно из условия $\lambda(x) \leq \varepsilon$.

Найденное отсюда значение r_* определяет в рамках гиперзвуковой теории радиус миделя притупления эквивалентного местного конуса.

Отметим, что использованный подход может быть применен к обоснованию и определению области справедливости известного метода местных конусов [6] при рассмотрении гиперзвуковых обтеканий тонких тупых конусов под малыми углами атаки (при этом $r_* = r_{10}$). Так, при $\alpha \leq 1/2 \theta$ (θ — угол полураствора конуса) в широком диапазоне условий обтекания для течения в наветренной плоскости $\lambda \leq 0.1 \div 0.15$ на расстояниях от носка вплоть до $30 r_0$. Для дополнительной иллюстрации чувствительности схемы местного конуса применим ее к случаю, где она заведомо неверна, а именно к расчету течения около затупленного клина. При этом $r_{10} = r_0$, $g_w \approx -v$ (v — нормальная к оси тела компонента скорости). Считая клин тонким и используя закон плоских сечений, получаем

$$F_1 = - \frac{r_w - r_0}{r_0} \left(E + \frac{r_0}{r_w + r_0} P \right)$$

$$\left(E = 2 \int_0^{r_0} p_w r_w dr_w + 2 \iint_{\Sigma} \rho v d\Sigma, \quad P = 2 \int_0^{r_0} p_w r_w \frac{dr_w}{dx} dx \right)$$

Очевидно, уже недалеко от носка $\lambda = 0(1)$, что указывает на неприменимость схемы.

3. Важный момент, связанный с большими углами атаки, состоит в том, что получаемые в процессе указанной минимизации значения $r_* = 0(r_{10}) \geq r_0$. Поскольку, однако, характерным размером для течения вблизи носка при $\varphi \approx 0$ является r_0 (именно r_0 определяет толщину ударного слоя при $x = 0$ и расход газа через высокоэнтропийный слой), то для устранения этого несоответствия и получения физически корректной модели исходного течения необходимо ввести проток в носовом притуплении местного конуса. Толщина кромки протока d должна быть при этом такой, чтобы интегральное воздействие ее внешней по отношению к потоку

части на газ (обтекание тупого конуса с протоком рассматриваем в режиме максимального расхода через проток [7]) и интегральное воздействие затухления на газ, перетекающий на боковую поверхность при $\varphi \approx 0$, в исходной задаче, взятые на единицу дуги сечения миделя носка, совпали

$$E^\circ \Delta\varphi = E' \Delta\varphi', \quad J^\circ \Delta\varphi = J' \Delta\varphi' \quad (r_* \Delta\varphi = r_0 \Delta\varphi') \quad (3.1)$$

Здесь величины E' , J' для исходного носка вычисляются в поточной цилиндрической системе координат x' , r' , φ' (фиг. 1). Их удобно представить в виде

$$E' \approx 2 \int_0^{r_0} p_w r_w' dr_w' - 2 \iint_{\Sigma} \rho g' d\Sigma = \frac{1}{2} c_x^\circ r_0^2; \quad g' = \frac{\partial w'}{\partial \varphi'} \quad (3.2)$$

$$J' \approx 2 \iint_{\Sigma} (p - \rho g' v') d\Sigma = I^\circ r_0^2$$

С другой стороны, для кромки симметричной формы при $d \ll r_*$ величины E° , J° равны (c_{xh} , I_h — коэффициенты сопротивления и радиального импульса кромки)

$$E^\circ = \frac{1}{2} c_{xh} r_* d, \quad J^\circ = I_h r_* d \quad (3.3)$$

Тогда из (3.1) находим

$$d = \frac{c_x^\circ}{c_{xh}} r_0, \quad I_0^\circ = I_{h0} \quad \left(I_0 = \frac{2I}{c_x} \right) \quad (3.4)$$

Первое из этих соотношений определяет толщину кромки. Второе требует распространения известного факта слабой зависимости параметра I_0 от формы затухления при заданных условиях обтекания [7] на рассматриваемый пространственный случай при $\varphi \approx 0$.

Таким образом, на форму кромки протока фактически не наложено жестких условий. Это, однако несущественно в связи с законом подобия [7], так как в любом случае здесь обеспечивается соответствие силовых воздействий притуплений на газ в исходной и модельной задачах.

Величина E' (или c_x°) может быть рассчитана, если имеется численное решение задачи о пространственном течении около лобовой поверхности [3, 8] или на основе приближенного метода [4]. Отметим, что при $r_0 \ll r_{10}$ на лобовой поверхности в области Σ

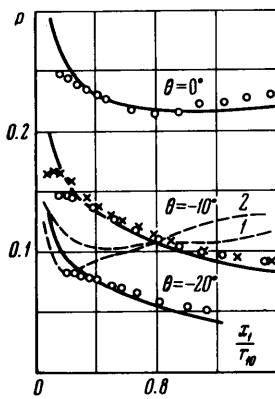
$$g' \simeq -v' + (-u' \sin \alpha + v' \cos \alpha + g_1) r' / r_{10} \quad (3.5)$$

Для оценки E' , J' примем, что в области Σ давление на теле близко к тому, которое имеет место на торце радиуса r_0 [9], $\rho \approx k^{-1} \gg 1$, $u' \ll v' \approx \beta_0 v'$ и будем пренебрегать вкладом в E' и J' области сильного расширения вблизи кромки сегмента, где давление и плотность малы. Тогда E' и J' можно легко оценить, если известны r_0 , δ , β_0 , g_1 . Эти величины легко рассчитываются методом работы [4]. Так, для лобового сегмента с углом полураствора $25^\circ \leq \theta_0 \leq 30^\circ$ при $20^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ ($\alpha \leq \theta_0$) в диапазоне $0.05 \lesssim k \lesssim 0.3$ на основании [4] получаем приближенно

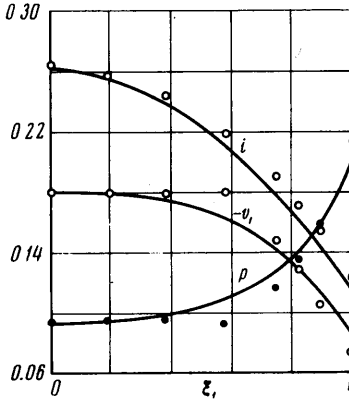
$$E' \simeq 1.15 r_0^2, \quad c_x^\circ \approx 2.3, \quad J' \approx 3.4 k^{1/2} r_0^2 \quad (3.6)$$

В частности, нетрудно убедиться, что условие (3.4) для параметра импульса I_0 удовлетворяется при этом практически с той же точностью, с какой универсален параметр I_{k0} .

Определив r_* и d и задаваясь в трансзвуковой области течения около кромки начальными данными, удовлетворяющими сформулированным интегральным условиям, дальнейший расчет сверхзвуковой области исходного



Фиг. 2



Фиг. 3

течения в плоскости растекания можно провести на ЭЦВМ методами, развитыми для двумерных течений. (Здесь в основном использован метод характеристик.)

4. В приведенных обоснованиях предлагаемой аналогии сделаны некоторые упрощающие предположения, в связи с чем для выяснения точности метода необходимы сравнения получаемых результатов с имеющимися расчетными или экспериментальными данными.

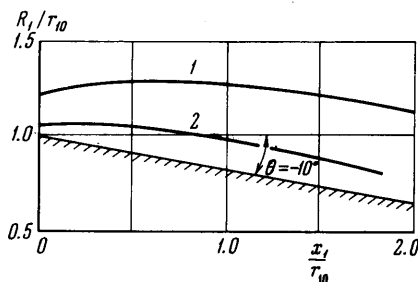
На фиг. 2, 3 для сегментально-конических тел, обтекаемых совершенным газом ($M = \infty$, $\gamma = 1.4$, $\alpha = \theta_0 = 30^\circ$, $\theta = \text{var}$), дано сравнение рассчитанных распределений давления на наветренной образующей и профилей параметров в плоскости растекания для $\theta = -15^\circ$ при $x_1 \approx 0.45 r_{10}$ с численными результатами, представленными в работе [2] (сплошные кривые). Здесь $\xi_1 = (r_1 - r_{1w}) / (R_1 - r_{1w})$ — безразмерная координата поперек ударного слоя в связанной системе координат x_1, r_1, φ_1 . Приближенные результаты для кромки круглой формы обозначены точками. При этом для $-20^\circ \leq \theta \leq 0$ имеем $r_* \approx r_{10}$, $d \approx 1.8 r_0$; $\lambda \lesssim 0.03$ в области $x_1 \leq 2 r_{10}$ для $-15^\circ \leq \theta \leq 0$ и $\lambda \lesssim 0.05$ в области $x_1 \leq 1.5 r_{10}$ для $\theta = -20^\circ$. Крестиками обозначен результат для $\theta = -10^\circ$, полученный с использованием кромки эллиптического сечения с отношением вертикальной оси к продольной $\kappa = 2$ и подтверждающий слабую зависимость решения от формы кромки в рамках критериев подобия.

В целом, как видно, сравнения свидетельствуют о достаточной для приложений точности метода. Применим теперь этот метод к исследованию влияния реальных свойств воздуха на рассматриваемые течения.

На фиг. 4 приведено сравнение рассчитанных форм ударных волн в плоскости растекания для $\theta = -10^\circ$. Кривая 1 соответствует идеальному газу ($M = \infty$, $\gamma = 1.4$), кривая 2 — равновесному воздуху ($\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^3$, $V = 10\,000 \text{ м/сек}$). В последнем случае $r_* \approx 2 r_{10}$, $\lambda \lesssim 0.03$ при $x_1 \leq 2 r_{10}$.

На фиг. 2 для $\theta = -10^\circ$ расчеты для воздуха ($\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^3$, $V = 10\,000 \text{ м/сек}$) показаны пунктиром. При этом кривая 1 соответствует

термодинамическому равновесию и она практически одна и та же для $r_* = 2 r_{10}$ и $r_* = 3 r_{10}$. Это свидетельствует о несущественности некоторой неопределенности в величине r_* . обусловленной разной степенью минимизации влияния растекания. Кривая 2 иллюстрирует влияние неравновесности в высокоэнтропийном слое. При этом принималась следующая простая схема: течение, равновесное вблизи лобовой части, мгновенно замораживается относительно химических реакций при развороте вокруг кромки и далее вдоль каждой линии тока сохраняются эффективный показатель адиабаты γ_f , энтропийная функция S и энергия диссоциации i_d , определяемые по равновесным параметрам при $x = 0$ (индекс °)



Фиг. 4

$$\gamma_f = \frac{7 - 2x_a^\circ}{5 - 2x_a^\circ}, \quad S = \frac{p^\circ}{\rho^{\circ\gamma_f}}, \quad i_d = i^\circ - i_f, \quad i_f = i^\circ \left(\frac{p}{p^\circ} \right)^{\varepsilon_f}, \quad \varepsilon_f = \frac{\gamma_f - 1}{\gamma_f}$$

Здесь x_a° — молярная концентрация атомов и электронов в сечении $x = 0$. Течение вне энтропийного слоя с замороженными реакциями принималось равновесным. Этот расчет проведен методом сеток по программе, составленной А. В. Антонцом.

Результаты свидетельствуют о значительном влиянии физико-химических превращений воздуха на течение (в том числе на давление) вблизи наветренной плоскости сегментально-конических тел. Отметим, что аналогичные результаты получены в работе [10]. Этот факт необходимо учитывать при определении теплообмена и баллистических характеристик летательных аппаратов такой формы.

Автор благодарит А. Л. Гонора, В. В. Лунева, В. В. Сычева за обсуждение работы.

Поступило 16 VI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью, М., Физматгиз, 1959.
2. Миносцев В. Б. Метод расчета сверхзвукового трехмерного обтекания гладких тел. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.
3. Козлова И. Г., Минайлос А. Н. Несимметричное обтекание лобовой части тела вращения сверхзвуковым потоком совершенного или реального газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1967, т. 7, № 3.
4. Землянский Б. А. О положении критической точки при пространственном гиперзвуковом обтекании сегментальных тел. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
5. Землянский Б. А., Лунев В. В., Магомедов К. М. Влияние формы носка на гиперзвуковое обтекание тонких притупленных тел под углом атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
6. Лунев В. В., Мурзинов И. Н., Остапович О. Н. Движение тонкого затупленного конуса под малым углом атаки с большой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 3.
7. Землянский Б. А. Гиперзвуковое обтекание притупленных тел вращения с протоком. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
8. Миносцев В. Б., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Исследование картины сверхзвукового пространственного обтекания тела сегментальной формы. Докл. АН СССР, 1968, т. 179, № 2.
9. Магомедов К. М. О сверхзвуковом обтекании тупых тел с известной звуковой точкой, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963, № 1.
10. Лебедев М. Г., Миносцев В. Б., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Приближенный метод учета влияния реальности газа при гиперзвуковом обтекании сегментальных тел. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.