

**РАСЧЕТ ОБТЕКАНИЯ РЕШЕТКИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ,
ВИБРИРУЮЩИХ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ СДВИГОМ ФАЗ
И С УЧЕТОМ СМЕЩЕНИЯ ПРОФИЛЕЙ**

В. В. НИТУСОВ, Г. С. САМОЙЛОВИЧ

(Москва)

Рассматривается задача о колебании решетки произвольных профилей в несжимаемой жидкости с учетом их смещения и влияния вихревого следа. Амплитуда колебаний предполагается малой. Используется метод решения, изложенный авторами ранее в работе [1]. Рассмотрен пример расчета решетки произвольной формы. Проведенный расчет показывает области изменения параметров, в которых возможно появление автоколебаний лопаток в решетке.

Неустановившемуся обтеканию решетки профилей посвящено большое количество работ. Большинство авторов либо решают задачу для тонких и слабо изогнутых профилей, либо рассматривают обтекание решеток из тонких криволинейных профилей.

В работах [2-4] имеются другие подходы к решению задачи о неустановившемся обтекании решетки телесных профилей (отсутствие числовых расчетов в [3, 4] не дает возможности судить об эффективности этих методов); в работе [2] расчет был произведен для симметричного профиля в квазистационарной постановке. Учет влияния смещения возможен и в постановке задачи работы [5].

1. Основные соотношения. Рассмотрим в плоскости комплексного переменного аэродинамическую решетку, составленную из произвольных профилей, расположенных с шагом t (Фиг. 1). Ось решетки параллельна оси y .

Решетка обтекается потоком идеальной несжимаемой жидкости. На решетку набегающий установившийся в бесконечности поток слева, а профили совершают синхронные гармонические колебания с частотой ν и с произвольным постоянным сдвигом фазы α от профиля к профилю ($\alpha \neq 0$). Амплитуда колебаний считается малой.

Решение задачи состоит в нахождении значений скорости потока на произвольном контуре решетки и в определении сил, действующих на этот профиль.

При формулировке граничных условий ввиду малости амплитуды колебаний можно рассматривать отдельно влияние скорости движения профилей и влияние смещения. Сначала положим, что профили не смещаются, но движутся с заданными скоростями (эта задача рассмотрена в работе [4]), а затем рассмотрим влияние смещения профилей, полагая, что они неподвижны. В данной работе рассматривается вторая задача. Рассмотрим учет влияния смещения, как это предложено в работе [6].

Пусть профили решетки могут иметь смещения, заданные векторами $h(z)e^{-jm\alpha}$, где $h(z)$ — комплексная (по i) постоянная, m — номер профиля. Профили в исходном положении показаны сплошной линией, а при смещении — пунктиром.

Предполагается, что задача стационарного обтекания решетки решена. Скорость во всем поле потока выражается через известные граничные значения интегралом Коши, взятым по контурам

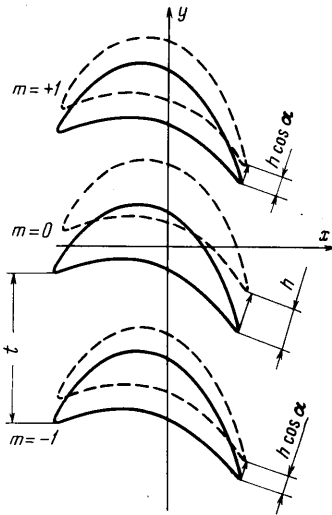
$$w(z) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \oint_{C_m} \frac{w^0(\xi) d\xi}{\xi_m - z} + \text{const.} \quad (1.1)$$

Здесь $w^0(\xi) = w^0(\xi + imt)$ не зависит от номера профиля, так как все профили находятся в равных условиях, ξ_m — комплексная координата на m -м профиле C_m , z лежит вне профилей.

В том случае, если профили смещены, вместо выражения (1.1) можно написать

$$w(z, h) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \oint \frac{w_m(\xi) d\xi}{\xi_m - z} + \text{const} \quad (1.2)$$

$$w_m(\xi) = w^0(\xi) + w^{(m)}(\xi)$$



Фиг. 1

Здесь $w^{(m)}(\zeta)$ — некоторая неизвестная добавочная скорость на профилях, вызванная их смещением; координаты сходственных точек определяются соотношением

$$\zeta_m = \zeta_0 + imt + he^{-jm\alpha}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \quad (1.3)$$

При малом смещении $|h| \ll t$ можно положить $|w^{(m)}(\zeta)| \ll |w^0(\zeta)|$, а затем воспользоваться для построения $w^{(m)}(\zeta)$ методом последовательных приближений. Обозначим через $\Delta w = w(z, h) - w^0(z)$ возмущение скорости, определенное в сходственных по отношению к данному профилю точках для случая, когда профили смещены ($h \neq 0$) и когда занимают исходное положение ($h = 0$).

Тогда возмущение скорости в окрестности n -го профиля, вызванное смещением всех профилей в решетках, равно

$$\begin{aligned} \Delta w(z) &= w(z, h) - w^0(z) = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \oint \left[\frac{1}{\zeta + i(m-n)t + h(e^{-jm\alpha} - e^{-jn\alpha}) - z} - \frac{1}{\zeta - i(m-n)t - z} \right] w^0(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Удержав в квадратных скобках (1.4) члены первого порядка малости ($|h|/t \ll \ll 1, m \neq n$) и произведя замену индекса суммирования ($m - n = k$), найдем

$$\begin{aligned} \Delta w(\zeta) &= -\frac{1}{2\pi i} he^{-jn\alpha} \times \\ &\times \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \oint \frac{(e^{-jka} - 1)w^0(\zeta) d\zeta}{(\zeta - z - ikt)^2}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь индекс штрих у знака суммы означает, что при суммировании пропускается член с $k = 0$. Поскольку члены с $m = n$ выпадают из рассмотрения, то точка $\zeta = z$ перестает быть особой и z может принадлежать самому контуру.

Из (1.5) видно, что возмущения скорости на n -м профиле отличаются от возмущения на основном только множителем $e^{-jm\alpha}$.

Полученные с помощью (1.5) значения возмущенной скорости на профилях используется при составлении граничных условий.

При решении далее общей задачи по методу работы [1] эти условия удобнее задавать непосредственно через возмущенные нормальные скорости $v_{0n}(z)$; $\Delta w(\zeta) = v_{0n}(\zeta) + v_{0\tau}(\zeta)$, где v_{0n} и $v_{0\tau}$ — соответственно нормальная и тангенциальная проекция скорости $\Delta w(\zeta)$ на контур профиля.

В работе [1] для определения неизвестной скорости на контуре C решетки получено интегральное уравнение (в принятых здесь обозначениях)

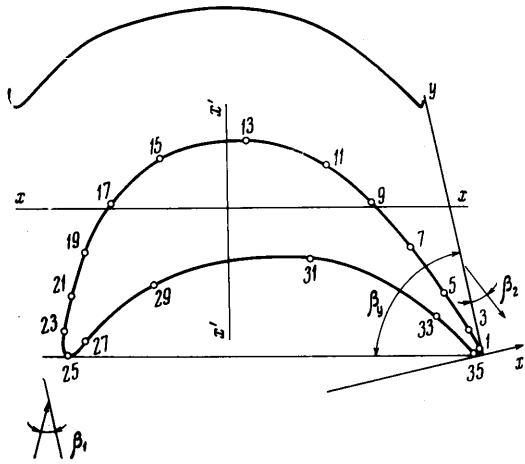
$$V(\theta) - \int_0^{2\pi} V(\varepsilon) [K(\varepsilon, \theta, \alpha, t) - \delta(\theta, \alpha, t)] d\varepsilon = F(\theta) \quad (1.6)$$

Здесь

$$K(\varepsilon, \theta, \alpha, t) = \text{Im} \left\{ -\frac{z'(\theta)}{t} \Phi[\zeta(\varepsilon) - z(\theta), \alpha, t] \right\} \quad (1.7)$$

$$\delta(\theta, \alpha, t) = \oint_{C_{02}} \text{Im} \left\{ \frac{z'(\theta)}{2t} j \frac{v}{w_2^0} \exp \left[\left(\tau - \frac{x(\sigma) - x(\theta)}{w_2^0 \sin \beta_2} \right) jv \right] \Phi[\zeta(\sigma) - z(\theta), \alpha, t] \right\} d\sigma$$

$$F(\theta) = \text{Re} \left\{ -\overline{v_0(\zeta)} z'(\theta) - \frac{z'(\theta)}{ti} \int_C v_0(\zeta) \Phi[\zeta - z, \alpha, t] d\zeta \right\} - \delta(\theta, \alpha, t) \int_0^{2\pi} \overline{v_0(\zeta)} d\zeta \quad (1.9)$$



Фиг. 2

Функция $\delta(\theta, \alpha, t)$ учитывает влияние вихревого следа, распространяющегося за профилем решетки, функция $\Phi(\xi - z, \alpha, t)$ представляется выражением [5]

$$\Phi(\xi - z, \alpha, t) = \frac{\text{ch}[(\pi - \alpha)(\xi - z)/t]}{\text{sh}[\pi(\xi - z)/t]} + i j \frac{\text{sh}[(\pi - \alpha)(\xi - z)/t]}{\text{sh}[\pi(\xi - z)/t]}$$

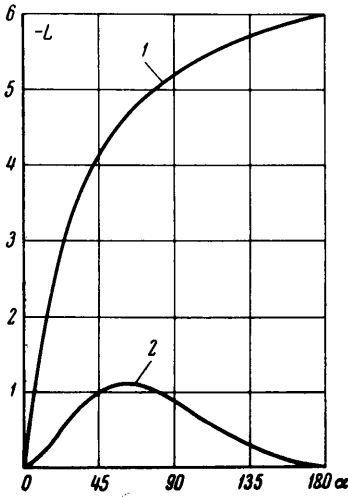
Уравнение (1.6) приводится к системе двух интегральных уравнений, решаемых на ЭЦВМ (1.10)

$$u_1(\theta) - \int_0^{2\pi} \{ [H_1(\varepsilon, \theta, \alpha, t) - \kappa] u_1(\varepsilon) - H_2(\varepsilon, \theta, \alpha, t) u_2(\varepsilon) \} d\varepsilon = \kappa \Gamma_1$$

$$u_2(\theta) - \int_0^{2\pi} \{ [H_2(\varepsilon, \theta, \alpha, t) u_1(\varepsilon)] + [H_1(\varepsilon, \theta, \alpha, t) - \kappa] u_2(\varepsilon) \} d\varepsilon = F^0(\theta) + \kappa \Gamma_2$$

$$u(\theta) = u_1(\theta) + j u_2(\theta), \quad u(\theta) = \frac{V(\theta)}{y_0 \omega_2^0} \frac{\Omega(\theta)}{t},$$

$$F^0(\theta) = F(\theta) / y_0 \omega_2^0$$



Фиг. 3

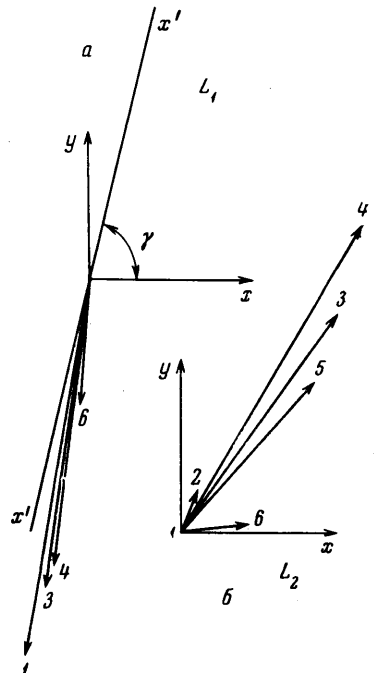
Здесь κ — параметр, удовлетворяющий условию $0 < \kappa \leq 1/l$, l — длина контура; $H_1(\varepsilon, \theta, \alpha, t)$ и $H_2(\varepsilon, \theta, \alpha, t)$ — известные функции; y_0 — безразмерная амплитуда колебаний. Выполнение граничных условий и определение сил, действующих на контур, производится, как описано в работе [1].

2. Пример расчета. На фиг. 2 представлена решетка ТРЗА с $\bar{l} = 0,6$ и углом установки $\beta_y = 76^\circ$. Расчеты произведены при угле входа потока $\beta_1 = 27^\circ 30'$ и угле выхода $\beta_2 = 24^\circ$. При расчетах предположено, что колебания происходят перпендикулярно оси минимального момента инерции сечения профиля ХХ.

На фиг. 3 представлены результаты расчета нестационарных сил для $0 < \alpha \leq 180^\circ$ в квазистационарной постановке (число Струхала $k = vb / \omega_2^0 = 0$, вихревых следов нет). Кривая 1 дает значение величины безразмерной силы L_1 , действующей в фазе со смещением. Кривая 2 относится к силе L_2 , действующей в фазе со скоростью колебаний (силы отнесены к $2b\gamma y_0 (\omega_2^0)^2$). Кривая 1 симметрична относительно оси $\alpha = 180^\circ$, кривая 2 антисимметрична. Из характера кривой 2 на фиг. 3 следует вывод, что сила L_2 в квазистационарной постановке такая, что может возбуждать колебания лопаток решетки при $180^\circ < \alpha < 360^\circ$ ($L_2 > 0$). При $\alpha = 0$ имеем $L_2 = L_1 = 0$, так как наведенные скорости $\Delta\omega(\xi) = 0$, что следует из формулы (1.5). При $\alpha = 180^\circ$ наводятся скорости только в фазе со смещением, поэтому при $\alpha = 180^\circ$ сила $L_2 = 0$ (в квазистационарной постановке).

На фиг. 4 представлены векторные диаграммы сил L_1 и L_2 для случая $180^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ и $k = 0$. Случай (а) соответствует безразмерной силе L_1 , случай (б) — силе L_2 ; точками 1, 2, 3, 4, 5, 6 обозначены векторы сил, рассчитанных соответственно для $\alpha = 180, 225, 270, 300, 330, 345^\circ$. Вектор смещения $h(z)$ направлен вверх по $x'x'$.

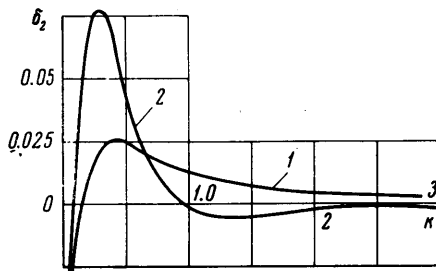
На фиг. 5 представлены результаты расчета коэффициента азредемпрофирования δ_2 для различных чисел Струхала k в квазистационарной постановке (кривая 1) и с учетом влияния вих-



Фиг. 4

ревого следа (кривая 2) при $\alpha = 270^\circ$ (при $\alpha = 270^\circ$ и $k = 0$ $L_2 > 0$, что указывает на возможность появления областей автоколебания при $k \neq 0$). Величина динамических напряжений обратно пропорциональна величине $\delta_3 + \delta_2$, где δ_3 — коэффициент механического демпфирования. Если $\delta_3 + \delta_2 > 0$, то колебания будут демпфироваться, при $\delta_3 + \delta_2 < 0$ будут возникать автоколебания. Из полученных расчетов видно, что в области чисел Струхала $k > 1$ величина δ_2 может достигать значения -0.005 (кривая 2 на фиг. 5). Так как для применяемых турбинных лопаток δ_3 составляет обычно 0.03, то можно сделать вывод, что возбуждения турбинных решеток данного типа не будет (для применяемых турбинных решеток числа Струхала обычно больше 0.5).

Из графиков видно, что в области чисел Струхала меньше 0.15 величина δ_2 может превзойти величину коэффициента механического демпфирования. В этом случае $\delta_3 + \delta_2 < 0$ и будут возникать автоколебания.



Фиг. 5

Поступило 30 I 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Казимирски З. Б., Нитусов В. В., Самойлович Г. С. Расчет обтекания решетки произвольных профилей, вибрирующих с произвольным сдвигом фаз, плоским потоком несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.
2. Сарен В. Э. Решетка произвольных вибрирующих профилей в потоке несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.
3. Курзин В. Б. Решение задачи о неустановившемся обтекании решетки телесных профилей методом склеивания. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
4. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М., Физматгиз, 1962.
5. Самойлович Г. С. К расчету нестационарного потока вокруг решетки произвольных профилей, вибрирующих с произвольным сдвигом фаз. ПММ, 1962, т. 25, вып. 1.
6. Самойлович Г. С. Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. М., Физматгиз, 1969.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ВДОЛЬ СТЕНКИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРУБЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Л. В. ПАШИНИНА

(Москва)

Рассматривается движение вязкой тяжелой несжимаемой жидкости вдоль стенки вертикальной круглой цилиндрической трубы. На поверхности жидкости действует постоянное касательное напряжение. Движение предполагается установившимся, прямолинейным и осесимметричным. В работе [1] при исследовании аналогичного течения вдоль наклонной стенки указывалось, что данная постановка задачи возможна при рассмотрении движения жидкости, граничащей с идеальным газом. Примерами могут служить явления послонного течения жидкости — газа, когда жидкость концентрируется вдоль стенок трубы, явления использования пленочного охлаждения, а также явления оплавления тел, движущихся в газе с большой скоростью.

Ставится задача устойчивости по отношению к возмущениям типа длинных волн. Предположение больших длин волн возмущений позволяет ввести малый параметр $\epsilon = 1/\lambda$ и линеаризовать по нему дифференциальные уравнения возмущенного движения и граничные условия. Возмущение функций тока записывается согласно работам Линь Цзя-цзяо [2]. Задача сводится к решению системы алгебраических однородных уравнений, равенство нулю определителя которых и дает соотношение, связывающее параметры потока с величиной, характеризующей устойчивость. Получено условие устойчивости рассматриваемых видов течений вдоль стенок трубы относительно возмущений типа длинных волн.

В бесконечной круглой цилиндрической трубе радиуса a рассматривается установившееся, прямолинейное и осесимметричное течение вязкой, несжимаемой жид-