

Для формул других авторов не удалось найти сведений о границах областей экспериментальных данных, на основании которых получены эти формулы.

Расчеты по (2.7) и графики фиг. 4 показывают, что для конкретной форсунки с определенным диаметром выходного сопла и геометрической характеристикой существует всего лишь одна скорость истечения, при которой формула (2.4) совпадает полностью с той или иной зависимостью (1.1) — (1.6). Наибольшие области совпадения формула (2.4) имеет с экспериментальными зависимостями Блох, Найта и Струлевича, наименьшие — с зависимостями Рэдклифа, Лонгвелла и Ильяшенко.

Для форсунки с параметрами $D = 2.25$ мм и $A = 4.75$ в табл. 4 указаны пределы изменения скорости истечения исследуемых жидкостей, в которых зависимости (1.1) — (1.6) совпадают с формулой (2.4) с точностью не менее 80%. Для выбранной форсунки имеется полное совпадение результатов расчета по формулам (1.1), (1.5), (1.6) и (2.4) при скорости истечения воды 10 м/сек. Из данных табл. 4 следует, что для этой форсунки наибольший диапазон совпадения с результатами расчетов по формуле (2.4) имеют зависимости: Найта (при распыливании воды), Лонгвелла (при распыливании ртути) и Рэдклифа (при распыливании вазелинового масла). Если для воды формула (2.4) имеет диапазоны совпадения по скорости истечения со всеми экспериментальными зависимостями, то для ртути уже нет совпадения с формулами Рэдклифа и Ильяшенко, а для вазелинового масла — с формулами Блох и Найта.

Для форсунок с другой геометрией диапазоны совпадения по скорости истечения, конечно, будут несколько другие.

Таким образом, при определении средневесового диаметра капель, получаемых при распыливании центробежными форсунками жидкостей с разными физико-химическими свойствами, рекомендуется формула (2.4) в следующем диапазоне изменения параметров:

диаметр выходного сопла $D = 0.2-10$ мм, геометрическая характеристика $A = 1 \div 12$, скорости истечения жидкости $u = 10 \div 250$ м/сек;
жидкости: ртуть вода и вазелиновое масло.

Поступило 7 V 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Блох А. Г., Кичкина Е. С. Средний диаметр капель при распыливании жидкого топлива центробежными форсунками. Теплоэнергетика, 1955, № 9.
2. Основы горения углеводородных топлив. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
3. Кнорре Г. Ф. Топочные процессы. М., Госэнергоиздат, 1959.
4. Design and performance of gas Turbine Power Plants. Princeton, No. 4, Princeton Univ. Press, 1960. (Рус. перев.: Основы проектирования и характеристики газотурбинных двигателей. М., Машиностроение, 1964).
5. Бондарюк М. М., Ильяшенко С. М. Прямоточные воздушно-реактивные двигатели. М., Оборонгиз, 1958.
6. Баранаев М. К., Твердовский Е. Н., Трегубова Э. М. О размере минимальных пульсаций в турбулентном потоке. Докл. АН СССР, Нов. сер., 1949, т. 66. № 5.

К РАСЧЕТУ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В УДАРНОЙ ТРУБЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

М. Я. ИВАНОВ (Москва)

Известное аналитическое решение задачи о течении в ударной трубе, которое возникает после разрыва диафрагмы [1], ограничено случаем постоянного поперечного сечения трубы. Однако и это решение справедливо лишь до того момента, когда начинается взаимодействие центрированной волны разрежения со стенкой или с отраженным скачком. Что касается нестационарных течений в каналах переменной площади, то здесь известные автору результаты были получены лишь с использованием одномерного приближения [2-5].

Ниже для расчета нестационарного двумерного течения в осесимметричной ударной трубе применен численный метод, предложенный С. К. Годуновым, А. В. Забродным и Г. П. Прокоповым [6]. Ранее при помощи этого метода был выполнен анализ расчетных и нерасчетных режимов течения в соплах различных типов [7, 8]. Особенностью данной разностной схемы является сквозной счет без выделения сильных разрывов, которые представляют собой области с резкими градиентами параметров. С целью оценки эффектов «размазывания» для цилиндрической ударной трубы проведено сравнение с точным решением, а также с результатами, полученными в [9] с использованием разностных схем типа Лакса — Вендрова. Сравнение показало, что для достаточно интенсивных ударных волн размазывание незначительно.

При большом начальном перепаде давлений (свыше десяти) на диафрагме возникает ситуация, которая не рассматривалась в [6]. В данной работе приводятся соответствующие формулы для расчета течения в этом случае.

1. Рассматривается задача о развитии течения, которое возникает в осесимметричной ударной трубе в случае мгновенного удаления бесконечно тонкой плоской диафрагмы, ограничивающей справа цилиндрическую камеру высокого давления. Слева от диафрагмы располагается камера низкого давления, которая может заканчиваться соплом, выходящим в бесконечный объем.

Система уравнений, описывающих рассматриваемое течение, принимается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \rho u u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2) u}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v u}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \rho v u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v u}{\partial x} + \frac{\partial (p + \rho v^2) u}{\partial y} = p \\ \frac{\partial \rho (2e + w^2) u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u (2i + w^2) u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v (2i + w^2) u}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь t — время, x и y — прямоугольные координаты в меридианальной плоскости (ось x совпадает с осью симметрии), ρ — плотность, p — давление, e — удельная внутренняя энергия, i — удельная энтальпия газа, w — модуль скорости, u и v — компоненты скорости на оси x и y . К системе (1.1) необходимо добавить еще два уравнения, выражающие e и i через давление и плотность, которые для совершенного газа с постоянным отношением удельных теплоемкостей κ принимают вид

$$e = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho}, \quad i = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho}$$

Везде ниже бралось $\kappa = 1.4$.

Все величины удобно считать безразмерными. Припишем размерным параметрам верхний индекс — градус, и пусть l° , u° и ρ° — константы с размерностями длины, скорости и плотности. Обезразмеривание проводится отнесением пространственных координат к l° , времени — к l° / u° , скорости — к u° , плотности — к ρ° , давления — к $\rho^\circ u^{\circ 2}$ и, наконец, внутренней энергии и энтальпии — к $u^{\circ 2}$.

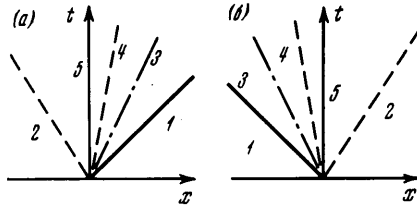
Решение задачи велось путем численного интегрирования системы (1.1) по разностной схеме работы [6]. При этом область течения, ограниченная контуром ударной трубы $y = Y(x)$ и осью симметрии, в плоскости xu в продольном направлении разбивалась на N слоев отрезками вертикальных прямых. Вертикальные границы слоев разбиваются по y на K равных отрезков и точки разбиения соединяются, образуя расчетную сетку. Для определения газодинамических параметров на каждой границе разбиения рассматривается распад произвольного разрыва [6].

При большом различии параметров в соседних ячейках, что, в частности, имеет место при $t = 0$ на границе, совпадающей с плоскостью диафрагмы, в результате распада разрыва может реализоваться ситуация, изображенная на фиг. 1. Образовавшиеся при распаде разрыва три волны делят рассматриваемую область течения на пять зон. При этом ударная волна (сплошная линия), контактная поверхность (штрих-пунктир) и границы веера волн разрежения (штриховые линии) располагаются так, что граница соседних ячеек ($x = \text{const}$), на которой требуется находить параметры газа, попадает с течением времени в область веера волн разрежения. В рассматриваемом случае имеют место соотношения

$$u \pm \frac{2a}{\kappa - 1} = c_1, \quad \frac{p}{\rho^\kappa} = \frac{c_2^2}{\kappa}, \quad a^2 = \frac{\kappa p}{\rho}$$

Здесь a — скорость звука, знак плюс (минус) соответствует фиг. 1, а, б, а константы c_1 и c_2 определены по известным значениям левых частей в области 2 на фиг. 1. Учитывая, что, например, в случае фиг. 1, а на вертикали, являющейся границей ячеек, $u = a$, найдем искомые параметры

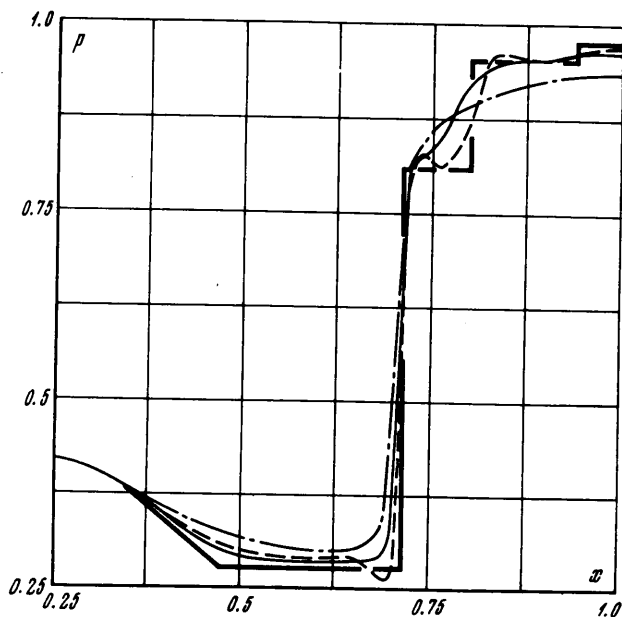
$$u = \frac{c_1(\kappa - 1)}{\kappa + 1}, \quad \rho = \left[\frac{c_1(\kappa - 1)}{c_2(\kappa + 1)} \right]^{2/(\kappa - 1)}, \quad p = \frac{\rho}{\kappa} \left[\frac{c_1(\kappa - 1)}{\kappa + 1} \right]^2. \quad (1.2)$$



Фиг. 1

Те же формулы (с учетом изменения знака при вычислении c_1) сохраняются и в случае фиг. 1, б, когда на границе ячеек $u = -a$.

Формулы (1.2) сохраняются и в двумерном случае, причем под u здесь понимается компонента скорости, нормальная рассматриваемой границе. Для компоненты, касательной к границе, сохраняется правило, описанное в [6]. Кроме того, как по-



Фиг. 2

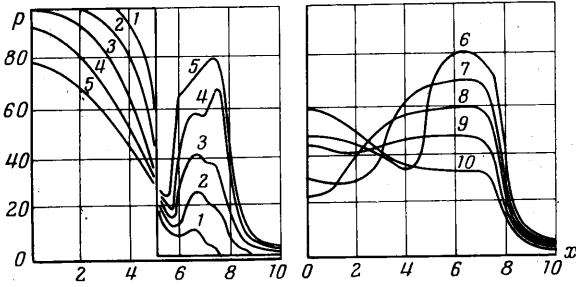
казали расчеты, формулы (1.2) могут быть заменены более простыми соотношениями, которые получаются при помощи линейной интерполяции u , p и ρ по величине $\varphi = u - a$ в случае фиг. 1, а, или $\varphi = u + a$ в случае фиг. 1, б. При этом учитывается, что при $\varphi = \varphi_2$ и $\varphi = \varphi_4$ значения u , p и ρ или (при $\varphi = \varphi_2$) известны, результаты которых приведены в данной работе, проводились именно таким путем.

2. Расчету нестационарного потока в канале переменной площади предшествовало рассмотрение задачи о течении в цилиндрической ударной трубе. Целью исследования было определение степени размазывания скачков уплотнения в используемой разностной схеме. Результаты расчета сравнивались с точным решением и с численными результатами, полученными по другим разностным схемам. На фиг. 2 показано распределение давления по оси трубы, длина которой была принята за единицу (давление отнесено к своему начальному значению в высоконапорной камере). Данный случай рассматривается в [9] и соответствует начальному перепаду давлений на диафрагме, равному десяти, одинаковым начальным температурам и положению диафрагмы в середине канала. В показанный на фигуре момент времени ($t = 0.75$) передний фронт волны разрежения, отраженный от левой стенки трубы, еще не встретился с идущим ему навстречу и прошедшим контактную поверхность скачком уплотнения.

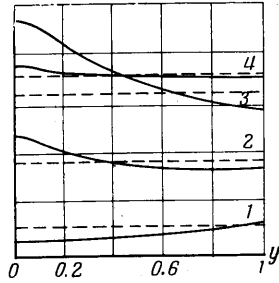
Точному решению, справедливому лишь при $x \geq 0.3$, на фиг. 2 отвечает сплошная линия. Вертикальные отрезки на ней суть ударные волны, получившиеся в результате многократного отражения от стенки и от контактной поверхности начального скачка, образовавшегося при «разрыве» диафрагмы. Тонкая сплошная кривая получена по разностной схеме [6] с модификацией, описанной выше. Наконец, штриховая и штрих-пунктирная линии представляют собой численные результаты, полученные в [9] при том же числе расчетных точек (≈ 200) по схеме Лакса — Вендрога (штрих-пунктир) и по ее модифицированному варианту. Видно, что точность метода, использованного в данной работе заметно выше, чем точность обычной схемы Лакса — Вендрога, причем интенсивный скачок размазывается на две-три расчетных ячейки. Разумеется, что в рассмотренных случаях расчет распада разрыва на границах ячеек ведется не по приближенным, а по точным формулам [6].

3. В качестве иллюстрации расчета нестационарного потока в канале переменной сечения на фиг. 3—6 приведены некоторые результаты исследования запуска осесимметричной ударной трубы с сужающимся-расширяющимся соплом на выходе.

Контуры трубы и сопла, изображенные в нижней части фиг. 5, составлены из плавно сопрягающихся отрезков прямых и дуг окружностей. К торцу, расположенно-



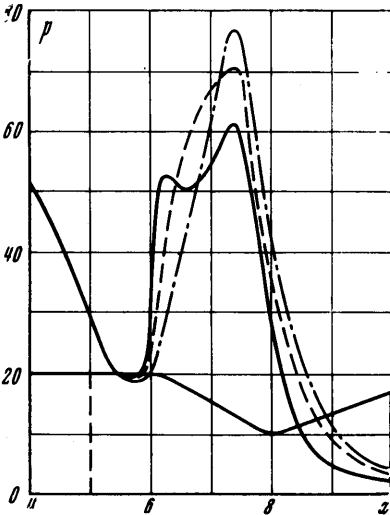
Фиг. 3



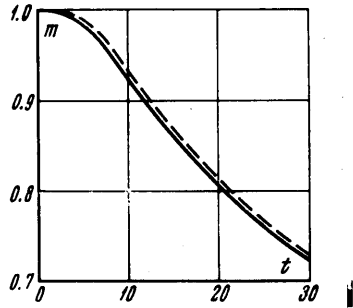
Фиг. 4

му в плоскости $x = 0$, примыкает цилиндрический участок $Y = 2$, внутри которого при $x = 5$ расположена диафрагма (штриховой отрезок на фиг. 5). Контур сопла

плавно примыкает к цилиндрическому участку и состоит из дуги окружности радиуса 0,5, отрезка прямой $y' = dY/dx = -\text{tg } 30^\circ$, дуги окружности радиуса 0,5 с центром на вертикали $x = 8$ и замыкающего прямолинейного участка $y' = \text{tg } 20^\circ$. Здесь все линейные размеры отнесены к радиусу критического сечения



Фиг. 5



Фиг. 6

сопла, и, следовательно, рассмотренному случаю соответствует четырехкратное (по площади) сужение канала. Выходное сечение сопла лежит при $x = 10$. За характерные размеры u° и ρ° были взяты $\sqrt{p_-^\circ/\rho_-^\circ}$ и ρ_-° соответственно, где p_-° и ρ_-° — начальные размерные давление и плотность в камере низкого давления (то же u° бралось и в предыдущем пункте).

Расчеты выполнены для перепада давлений на диафрагме, равном 100, и одинаковых начальных температур. Область течения по оси абсцисс разбивалась на $N = 30$ слоев. Каждый слой содержал одинаковое количество $K = 4$ ячеек (общее количество расчетных ячеек равно 120).

На фиг. 3 показано распределение давления по стенке ударной трубы для различных моментов времени; здесь и в дальнейшем t -й кривой на фигурах соответствует t_i в тексте. После разрыва диафрагмы по газу низкого давления распространяются вправо скачок уплотнения и контактная поверхность. По газу высокого давления идет веер волн разрежения. Скачок уплотнения частично проходит через сопло, а частично отражается от его сужающейся части ($t_1 \approx 1.2$, $t_2 \approx 2.2$). Отраженный скачок уплотнения распространяется влево и одновременно к оси симметрии сопла, взаимодействуя с контактной поверхностью и волной разрежения. После частичного отражения от контактной поверхности ударная волна вторично взаимодействует со стенкой сопла, вызывая на ней дополнительное повышение давления. При $t_3 \approx 3.7$ передний фронт волны разрежения достигает левой торцевой стенки ударной трубы и отражается от нее. Волна сжатия сходится к оси симметрии и после преломления вновь достигает стенки сопла. Пик давления у линий 4 и 5 ($t_4 \approx 6.1$, $t_5 \approx 8.2$) при $x \approx 7.5$ является следствием взаимодействия волны сжатия

со стенкой. Линии, соответствующие моментам времени $t_6 \approx 12.3$, $t_7 \approx 16.6$, $t_8 \approx 19.7$, $t_9 \approx 22.9$ и $t_{10} \approx 27.3$, показывают, как волна сжатия, взаимодействуя с волной разрежения, распространяется к левому концу ударной трубы и отражается от него. Сверхзвуковое течение в расширяющейся части сопла в интервале времени между $t_4 \approx 6.1$ и $t_9 \approx 22.9$ слабо зависит от процессов, происходящих в остальной части ударной трубы.

На фиг. 4 сплошными линиями показаны распределения давления по сечению трубы при $x = 7.4$ в различные моменты времени (в этом сечении $Y \approx 1.1$). Для сравнения штриховыми линиями нанесены результаты «одномерного» расчета, который проводился по той же программе и по тем же разностным формулам, но при одной ячейке по оси y , т. е. при $N = 30$, $K = 1$. При $t = 0$ газ покоится, давление равно единице. Для значений времени в интервале между $t = 1.5$ и $t = 10$ течение существенно двумерное ($t_1 \approx 1.8$, $t_2 \approx 3.3$, $t_3 \approx 5.1$). К моменту времени $t_4 \approx 14.2$, нестационарные волны, распространяющиеся в поперечном направлении в области сужения сопла, затухают и распределение давления по сечению трубы приближается к одномерному.

Распределение давления по длине сопла, полученное из одномерного расчета при $t \approx 6.1$ приведено на фиг. 5 штриховой линией. Представление о двумерном характере течения в тот же момент времени дают кривые распределения p на стенке и на оси сопла (сплошная и штрих-пунктирная линия соответственно). В отличие от локальных характеристик течения его суммарные характеристики, определенные в двумерном и одномерном приближении, отличаются менее значительно. Иллюстрацией этого может служить фиг. 6, на которой дано изменение по времени массы m газа, находящегося в трубе (m отнесено к своему начальному значению при $t = 0$). На фигуре сплошная кривая — результат двумерного расчета ($N = 30$, $K = 4$), а штриховая — результат аналогичного одномерного расчета ($N = 30$, $K = 1$).

Вычисление одного временного слоя при $N = 30$ и $K = 4$ требует 20 сек машинного времени на ЭВМ «М-220». При этом, как показали проведенные расчеты, применение рассмотренного разностного метода возможно и для значительно больших значений перепада давлений на диафрагме.

Автор выражает благодарность А. Н. Крайко за полезные обсуждения и постоянное внимание к работе.

Поступило 9 XII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Ударные трубы. Сб статей, М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Tamaki F. A. A divergent shock tube for obtaining supersonic flows. J. Phys. Soc. Japan, 1956, IV, vol. 11, No. 4.
3. Безменов В. Я. Нестационарные течения в ударной трубе переменного сечения. Тр. ЦАГИ, 1959, вып. 737.
4. Ridinger G. Passage of shock waves through duct of variable cross section. Phys. Fluids, 1960, vol. 3, No. 3, p. 449—455.
5. Wilcox P. L. Effect of a continuous area convergence on the motion of a shock wave. Aeronaut. Quart., 1969, vol. 20, pt. 3, p. 248—258.
6. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отходящей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6, стр. 1020—1050.
7. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5, стр. 77—83.
8. Иванов М. Я. Применение метода установления к анализу нерасчетных режимов течения в осесимметричных соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6, стр. 137—139.
9. Förster von K. Numerische Untersuchung des Lax-Verfahrens. Ingr.—Arch., 1968. Bd 37, S. 45—55.

О ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ

В. Е. ГУБИН, Н. Н. ХАЗИЕВ

(Уфа)

Приведены результаты оптических наблюдений термоконцентрационной конвекции в замкнутых объемах различной геометрической формы. Показано, что под влиянием полей концентрации и температуры в растворах происходит многоконтурное слоистое конвективное движение.

Конвективная устойчивость неоднородной по плотности жидкости исследовалась в работах [1, 2]. Установлено, что наличие начального градиента плотности, направленного вертикально вниз, повышает устойчивость состояния покоя жидкости при появлении вертикального градиента температуры в том же направлении.