

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ ПРИ НАГРЕВЕ СВЕРХУ

Б. М. БЕРКОВСКИЙ, Е. Ф. НОГотов

(Минск)

Исследования по тепловой гравитационной конвекции жидкостей (газов) в полостях, выполненные до настоящего времени, посвящены в основном изучению конвекции при нагреве снизу и сбоку [1-15]. В работе [16] обращается внимание на проблеме возбуждения конвекции нагревом сверху. Выяснению закономерностей конвективного движения и теплообмена в замкнутой полости, нагреваемой сверху, посвящена данная работа. Приводятся также результаты по структуре течения и теплообмену с комбинированным подогревом сверху — сбоку и сверху — сбоку — снизу.

1. Рассматривается двумерная задача свободной конвекции в квадратной области, ограниченной твердыми непроницаемыми стенками. Введена декартова система координат  $x, y$  с началом в левом нижнем углу квадрата. Жидкость считается несжимаемой, а физические параметры среды постоянными. Тогда безразмерные уравнения движения и энергии, как известно, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \Delta \varphi + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + G \frac{\partial T}{\partial x} & \left( G = \frac{g\beta\theta a^3}{\nu} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\Delta T}{P} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} & \left( P = \frac{\nu}{\kappa} \right) \\ \Delta \psi &= -\varphi & (\partial \psi / \partial y = v_x, \quad \partial \psi / \partial x = -v_y) \end{aligned} \quad (1.1)$$

В качестве единиц функции тока, температуры, расстояния и времени  $t$  выбраны кинематическая вязкость  $\nu$ , характерная разность температур на границе области  $\theta$ , длина стороны квадрата  $a$  и соотношение  $a^2 / \nu$  соответственно;  $G$  и  $P$  — числа Грасгофа и Прандтля.

На границах области  $x=0, x=1, y=0, y=1$  составляющие скорости  $v_x, v_y$  и функция тока  $\psi(x, y, t)$  полагались равными нулю.

Для температуры рассматривались несколько типов граничных условий.

*Нагрев сверху.* Возбуждение конвекции нагревом сверху в области квадратной (прямоугольной) формы с основанием, перпендикулярным гравитационному полю, возможно лишь при неравномерном распределении температуры верхней границы. В этом случае даже при сколь угодно малом отклонении температуры верхнего основания от постоянного значения механическое равновесие невозможно. Для изучения свободной конвекции, возбуждаемой неравномерным нагревом сверху, нижнюю и обе боковые границы области нужно поддерживать при постоянной температуре  $T_0$ , не превышающей температуры любой точки верхней границы. Из соображений удобства счета и простоты были выбраны следующие, записанные в безразмерном виде, распределения температур верхней границы:

$$\begin{aligned} T &= \sin \pi x, & T &= \delta(x - 0.5) \\ T &= 1 - (2x - 1)^n, & T &= \sqrt{1 - (2x - 1)^2} \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$T = \sin m\pi x \quad (0 \leq x < 1/m), \quad T = 0 \quad (1/m \leq x \leq 1) \quad (1.3)$$

( $m = 2.4$ )

Температура на боковых и нижней границах при этом полагалась равной нулю.

*Совместный нагрев сверху — сбоку.* Нижняя и одна из боковых сторон поддерживались при постоянной температуре  $T_0 = 0$ , а на верхней и второй боковой границе задавалось линейное распределение температуры

$$T = x \text{ при } y = 1, \quad T = y \text{ при } x = 1 \quad (1.4)$$

*Нагрев сверху — сбоку — снизу* реализовался следующей схемой распределения температур. Нижняя и обе боковых границы поддерживались при постоянной температуре  $T_0 = 0$ , а на верхней задавалось распределение

$$T = \sin 2\pi x \quad (1.5)$$

2. Уравнения (1.1) с граничными условиями (1.2) решались численно методом сеток. Для решения системы (1.1) первоначально была выбрана явная разностная схема, в которой все пространственные производные заменялись центральными разностями, а производные по времени аппроксимировались разностями вперед [7]. Однако расчеты показали, что при краевых условиях с отличными от нуля и сильно меняющимися вдоль границы вторыми производными эта схема мало пригодна, так как невязка в интегральном балансе тепла на стационарном режиме даже в режиме теплопроводности составляет на сетке  $28 \times 28$  порядка 6% и с ростом числа Грасгофа сильно увеличивается. В дальнейшем для расчетов применялся аналог схемы, предложенной Дюфортом и Франкелом [17]. Все первые производные, в том числе и производные по времени, заменялись разностями. Для аппроксимации второй производной по  $x$  использовалось

$$0.5[u(x+h, y, t) - u(x, y, t+\tau) - u(x, y, t-\tau) + u(x-h, y, t)]$$

Иными словами, член  $2u(x, y, t)$ , соответствующий в простейшей аппроксимации производной  $\partial^2 u / \partial x^2$ , заменен суммой значений  $u(x, y, t)$  в двух узлах, один из которых лежит над, а другой под узлом  $(x, y, t)$ . Аналогично аппроксимировалась и вторая производная по  $y$ . При сравнительной простоте, свойственной всем явным методам, эта схема абсолютно устойчива и, как показали расчеты, при  $\tau \sim h^2$  аппроксимирует систему (1.1) с порядком точности  $o(h^2 + \tau)$ .

В разностной форме система (1.1) — записывается в виде

$$\begin{aligned} \varphi_{i,k}^{n+1} = & \frac{\lambda}{1+4\lambda} \{2(\varphi_{i+1,k}^n + \varphi_{i-1,k}^n + \varphi_{i,k+1}^n + \varphi_{i,k-1}^n) + \\ & + Gh(T_{i+1,k}^n - T_{i-1,k}^n) + 1/2[(\psi_{i+1,k}^n - \psi_{i-1,k}^n)(\varphi_{i,k+1}^n - \varphi_{i,k-1}^n) - \\ & - (\psi_{i,k+1}^n - \psi_{i,k-1}^n)(\varphi_{i+1,k}^n - \varphi_{i-1,k}^n)]\} + \frac{1-4\lambda}{1+4\lambda} \varphi_{i,k}^{n-1} \quad (2.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{i,k}^{n+1} = & \frac{\lambda}{P+4\lambda} \left\{ 2(T_{i+1,k}^n + T_{i-1,k}^n + T_{i,k+1}^n + T_{i,k-1}^n) + \right. \\ & + \frac{P}{2} [(\psi_{i+1,k}^{n+1} - \psi_{i-1,k}^{n+1})(T_{i,k+1}^n - T_{i,k-1}^n) - \\ & \left. - (\psi_{i,k+1}^{n+1} - \psi_{i,k-1}^{n+1})(T_{i+1,k}^n - T_{i-1,k}^n)] \right\} + \frac{P-4\lambda}{P+4\lambda} T_{i,k}^{n-1} \quad (2.2) \end{aligned}$$

$$\Delta \psi_{i,k}^{n+1} = -\varphi_{i,k}^{n+1} \quad (2.3)$$

Здесь введена пространственно-временная сетка с координатами узлов  $x_i = ih_x$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, 1$ ),  $y_k = kh_y$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ),  $t_n = n\tau$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ), где  $h_x$  и  $h_y$  — соответственно шаги сетки по координатам  $x$  и  $y$ , а  $\tau$  — шаг по времени. Функция в узлах сетки обозначалась  $u_{i,k}^n = u(x_i, y_k, t_n)$ . Сетка выбиралась равномерной по пространству, так что  $h_x = h_y = h$ , а  $\lambda = \tau / h^2$ . Граничные условия для функции тока  $\psi(x, y, t)$  в разностной форме имели вид

$$\psi_{0,k}^n = \psi_{I,k}^n = \psi_{i,0}^n = \psi_{i,K}^n = 0 \quad (2.4)$$

Для вихря скорости  $\varphi(x, y, t)$  граничные значения получались путем разложения  $\psi(x, y, t)$  в ряд Тейлора в приграничной точке и выбирались равными

$$\begin{aligned} \varphi_{0,k}^n &= -\frac{2}{h^2} \psi_{1,k}^n, & \varphi_{I,k}^n &= -\frac{2}{h^2} \psi_{I-1,k}^n \\ \varphi_{i,0}^n &= -\frac{2}{h^2} \psi_{i,1}^n, & \varphi_{i,K}^n &= -\frac{2}{h^2} \psi_{i,K-1}^n \end{aligned} \quad (2.5)$$

Граничные условия для температуры в разностной форме имели вид

$$T_{0,k}^n = T_{I,k}^n = T_{i,0}^n = 0 \quad (2.6)$$

На верхней же границе  $T_{i,k}^n$  выбирались соответственно условиям (1.2) — (1.5).

В начальный момент времени  $t = \tau$  полагались

$$\varphi_{i,k}^0 = \varphi_{i,k}^1 = \psi_{i,k}^0 = \psi_{i,k}^1 = 0, \quad T_{i,k}^0 = T_{i,k}^1 = khT_{i,k}^n$$

или же за начальное состояние принималось решение, полученное для другого числа Грасгофа.

Разностная схема (2.1) — (2.3) с граничными условиями (2.4) — (2.6) решалась следующим образом. Величины

$$\varphi_{i,k}^{n-1}, \varphi_{i,k}^n, T_{i,k}^{n-1}, T_{i,k}^n, \psi_{i,k}^n$$

предполагались в момент времени  $t_n$  известными для всех  $x_i, y_k$ . По формуле (2.1) находились значения  $\varphi_{i,k}^{n+1}$  во всех внутренних узлах пространственной сетки. Решая далее уравнение Пуассона (2.3), находились  $\psi_{i,k}^{n+1}$  и из уравнения (2.2) определялись значения  $T_{i,k}^{n+1}$ . После этого по формулам (2.5) определялись новые граничные условия для  $\varphi_{i,k}^{n+1}$  и вся процедура повторялась для следующего момента времени.

Уравнение Пуассона (2.3) на каждом шаге по времени интегрировалось по формуле

$$\psi_{i,k}^{n,s+1} = 1/4\omega (\psi_{i+1,k}^{n,s} + \psi_{i-1,k}^{n,s+1} + \psi_{i,k+1}^{n,s} + \psi_{i,k-1}^{n,s+1} + h^2\varphi_{i,k}^{n+1}) + (1 - \omega)\psi_{i,k}^{n,s} \quad (2.7)$$

где  $s$  — номер интеграции, а  $\omega$  — параметр релаксации, определяемый выражением

$$\omega = \frac{2}{1 + \sin \pi h} \quad (2.8)$$

Стационарное решение системы (2.1) — (2.3) получалось в результате установления при  $t \rightarrow \infty$ . Численная проверка показала, что установившееся решение при выполнении условия  $\tau < h^2$  не зависит от шага по времени и имеет порядок аппроксимации  $o(h^2)$ .

Все расчеты выполнялись на ЭВМ М-220. Вычисления проводились на квадратной сетке  $28 \times 28$  ( $h = 1/27$ ). Проверочные вычисления были проведены на сетке  $46 \times 46$ . При этом расхождение результатов оказалось не более 3%. Получены стационарные решения для значений числа Грасгофа в интервале  $0 \leq G \leq 8 \cdot 10^5$  при  $P = 0.707$ . Стационарные решения устанавливались после ряда сравнительно быстро затухающих колебаний всех характеристик движения и теплообмена жидкости. За начальное состояние системы при новом значении параметра  $G$  обычно принималось состояние, полученное на предыдущем значении этого параметра. Это приводило к большой экономии машинного времени. О структуре и интенсивности установившегося конвективного движения в рассматриваемой области можно было судить по выводимым во всех узлах сетки температуре, функциям тока, составляющим скорости, величине модуля скорости.

Теплообмен через полость характеризовался локальным числом Нуссельта

$$N^0 = -\frac{1}{\theta} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_\Gamma \quad (2.9)$$

Производная по нормали к границе области аппроксимировалась по трехточечной формуле второго порядка

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{3T_{i,0} - 4T_{i,1} + T_{i,2}}{2h} \quad (y=0, 0 \leq x \leq 1) \quad (2.10)$$

Для других участков границы  $\partial T / \partial n$  аппроксимировалась аналогично (2.10). Подсчитывался также полный тепловой поток через область, который удобно характеризовать интегральным числом Нуссельта

$$N = -\frac{1}{\theta} \int_\Gamma \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_\Gamma dl \quad (2.11)$$

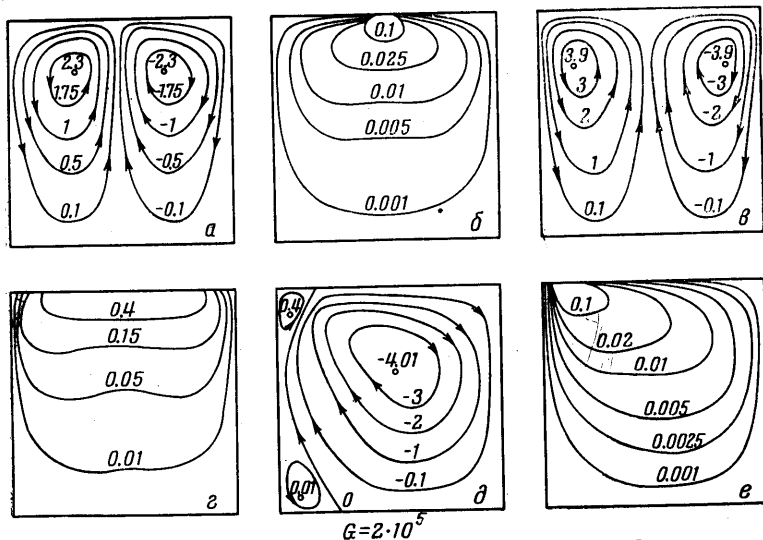
Интегрирование в (2.11) производилось по участкам границы, где производная  $\partial T / \partial n$  имела один знак, а интеграл аппроксимировался по формуле трапеций.

Интегральное число Нуссельта (2.11) характеризует вклад в теплопередачу как теплопроводностью, так и конвекцией. Для того чтобы выделить вклад, вносимый только конвекцией, необходимо из числа Нуссельта  $N$ , подсчитанного при определенном числе Грасгофа, вычесть число Нуссельта в режиме теплопроводности  $N(G=0)$ . Влияние конвекции на теплопередачу можно характеризовать отношением  $N^* = N(G) / N(G=0)$ . В задачах о боковом подогреве относительное число Нуссельта  $N^*$  совпадает с  $N$ , поскольку интегральное число Нуссельта  $N$  в режиме теплопроводности равно единице  $N(G=0) = 1$ . В задачах же с произвольным распределением температуры границ  $N(G=0) \neq 1$ , поэтому для оценки роли конвекции на теплообмен необходимо пользоваться величиной  $N^*$ .

3. Результаты расчетов характерных профилей функций тока и изотерм для нескольких законов неравномерного нагрева сверху показаны на фиг. 1, 2. На фиг. 1, а, б приведено распределение функций тока и изотерм соответственно при нагреве точечным источником, расположенным в центре верхней стороны квадрата (1.2.2). Фиг. 1, в, г иллюстрирует картину течения и распределение температур, когда на границе  $y=1$  задано симметричное относительно центра распределение температур по закону  $T = \sin \pi x$ . Фиг. 1, д, е соответствует нагреву четверти длины верхней границы (1.3,  $m=4$ ).

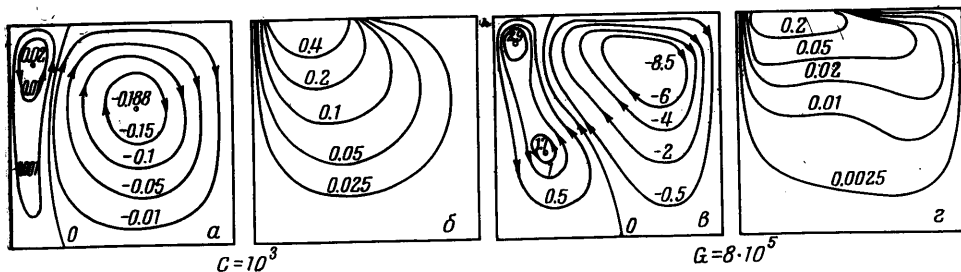
Анализ результатов численного счета позволяет выявить основные особенности структуры течения, температурного поля и теплообмена при нагреве сверху. Конвекция имеет ячеистую структуру и захватывает всю область. С увеличением числа Грасгофа интенсивность циркуляции в ячейках возрастает, а центры ячеек смеща-

ются в направлении максимального градиента температур. Скорость движения жидкости у верхней стенки направлена против градиента температуры. Форма ячеек существенно зависит от закона распределения температуры, а форма границы, разделяющей ячейки, — от градиента температур на верхней стенке вблизи экстремума. У верхней границы ячейки повернуты своей вытянутой стороной в направлении максимального градиента температур. Количество ячеек и эволюция формы ячеек



Фиг. 1

с ростом числа Грасгофа существенно зависят от свойств симметрии возбуждающего конвекцию температурного профиля. Если распределение температуры симметрично относительно середины верхней границы квадрата, то каждый максимум дает две ячейки и их форма в целом с ростом  $G$  меняется слабо.



Фиг. 2

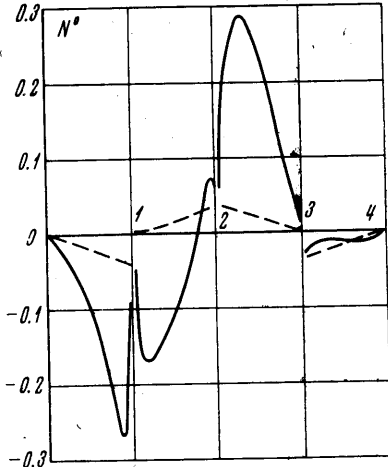
Более сложная структура течения возникает при несимметричном нагреве. Основное отличие от симметричного случая состоит в том, что количество и форма ячеек сильно зависят не только от закона нагрева, но и от числа Грасгофа.

Например, в случае распределения температуры вида (1.3,  $m = 4$ ) появляются три ячейки: одна крупная, занимающая основную часть полости, и две маленькие в углах, прилегающих к стороне  $x = 0$ . С ростом числа Грасгофа область, занимаемая маленькими ячейками увеличивается, а сами ячейки приближаются. При этом в них значительно быстрее, чем в центральной ячейке, возрастает скорость конвекции. В случае нагрева половины верхней стенки (1.3,  $m = 2$ ) (фиг. 2). Вначале возникают две разные по величине и скорости циркуляции ячейки. При числах Грасгофа  $\sim 10^4$  намечается тенденция к увеличению размера малой ячейки, затем к появлению шейки в области  $0.5 < y < 0.7$  и, наконец, к образованию внутренней структуры этой ячейки в виде вторичных течений. Скорость в большой ячейке при этом растет относительно слабо, центр ее смещается в правый верхний угол, а форма из почти круглой переходит в почти треугольную.



$G > 10^4$  через нагреваемую боковую сторону квадрата.

Функции тока и изотермы при совместном нагреве сверху — сбоку — снизу (1.5) представлены на фиг. 6. При небольших числах Грасгофа (до  $10^4$ ) в области существуют три ячейки (фиг. 6, а). На основании полученных при исследовании нагрева сверху сведений можно объяснить основные особенности течения в этом случае. Нулевые линии тока, разделяющие ячейки, начинаются на верхней границе вблизи экстремумов температуры. Большая ячейка обязана своим происхождением тому, что в центральной области  $0.25 < X < 0.75$  градиент температуры направлен в одну сторону. А две угловые ячейки имеют форму и направление движения, соответствующие градиентам температур на верхней стенке в областях  $0 < X < 0.25$  и  $0.75 < X < 1$ . Расположение положительных и отрицательных изотерм, как видно из фиг. 6, б, почти симметрично. С ростом числа Грасгофа структура течения в целом меняется несущественно. Наибольшие изменения происходят в углах квадрата. В углах, прилегающих к верхней стороне, ячейки уменьшаются в размерах, однако скорость циркуляции в них возрастает. Кроме того, начиная с  $G = 5 \cdot 10^3$ , появляется быстро развивающееся вторичное течение в нижнем правом углу. Что касается эволюции температурного поля, то там наблюдается обратная картина. Начиная с  $G = 5 \cdot 10^3$ , температурное поле энергично перестраивается. Область, где сказывается влияние нагрева сверху, как видно из фиг. 6, б, г, быстро сокращается, при этом почти везде в полости температура меньше температуры стенок  $T_0 = 0$ . В центре квадрата образуется почти изотермическое ядро. Аналогично можно предсказать структуру течения и при других законах распределения температур.



Фиг. 5

На фиг. 7 приведена зависимость логарифма среднего относительного числа Нуссельта

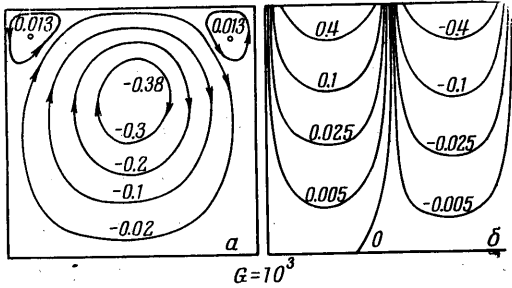
от логарифма числа Грасгофа для разных законов нагрева границ квадратной области для числа Прандтля  $P = 0.707$ . Нижние кривые 5, 6, 7 соответствуют нагреву сверху: 5 — для вида (1.2.1), 6 — для вида (1.2.3) и (1.3,  $m = 2$ ) и 7 — для вида (1.2.2) и (1.3,  $m = 4$ ). Из графиков видно, что влияние конвективного теплообмена при нагреве сверху начинает сказываться лишь с числа Грасгофа  $\sim 5 \cdot 10^4$ . При больших значениях  $G$  зависимость числа Нуссельта  $N$  от Грасгофа  $G$  становится, как и в пограничном слое, степенной, правда, с меньшими показателями степени

$$N = \frac{N^+(G) + N^-(G)}{N^+(G=0) + N^-(G=0)}$$

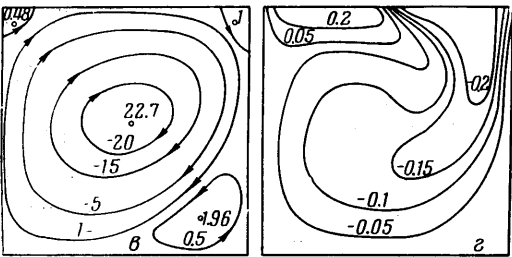
5  $N = 0.165G^{0.16}$  при  $G > 10^5$       6  $N = 0.184G^{0.15}$  при  $G > 2 \cdot 10^5$   
 7  $N = 0.35G^{0.08}$  при  $G > 3 \cdot 10^5$

Кривая 4 соответствует комбинированному нагреву типа (1.5). Линия 3 отвечает линейному нагреву сверху — сбоку (1.4). Угловые коэффициенты предельных прямых равны соответственно 0.2 и 0.32.

Линии 2 и 1 заимствованы из работ [10, 12] и имеют место в случае бокового подогрева: 2 — когда горизонтальные границы теплоизолированы, 1 — когда температура



$G = 10^3$

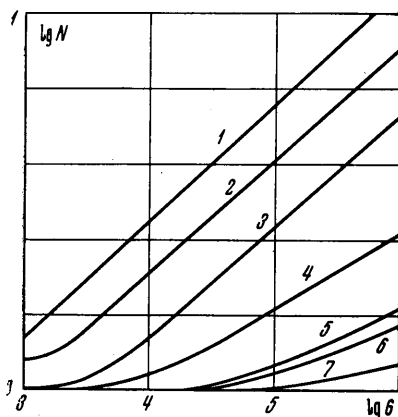


$G = 2 \cdot 10^5$

Фиг. 6

Линии 2 и 1 заимствованы из работ [10, 12] и имеют место в случае бокового подогрева: 2 — когда горизонтальные границы теплоизолированы, 1 — когда температура

горизонтальных пластин меняется линейно. Линия 2 соответствует числу Прандтля  $P = 0.71$ , а линия 1 —  $P = 1$ . Сравнение приведенных кривых показывает, что влияние конвекции на полный тепловой



Фиг. 7

ность А. В. Лыкову за руководство работой, Г. И. Петрову, В. С. Авдудевскому и В. И. Полежаеву за внимание к работе и ценные советы.

ожидать, меньше, чем в случае нагрева боку. Следует отметить, что с ростом числа Грасгофа  $G$  на стационарном режиме невязка в интегральном балансе тепла  $N^+ + N^-$ , вызванная конечной величиной шага сетки, растет и достигает для некоторых законов нагрева 16% при  $G = 8 \cdot 10^5$ . Такие большие расхождения характерны для случая нагрева небольших участков границы. В случае нагрева всей верхней границы такая невязка достигает всего лишь 7%. Проверочные расчеты на сетке  $46 \times 46$  для нагрева вида (1.2.1) показали, что невязки безразмерных балансов тепла уменьшаются почти вдвое. При этом средний относительный поток тепла меняется слабо и, как правило, в сторону увеличения. Как это уже отмечалось в работе [10], увеличение шага сетки приводит к систематическому занижению средней теплопередачи. Процесс установления среднего теплового потока аналогичен описанному в работе [15].

Авторы выражают глубокую благодарность

Поступило 4 IV 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред, изд. 2. М., Гостехиздат, 1953.
2. Сорокин В. С. О стационарных движениях жидкости, подогреваемой снизу. ПММ, 1954, т. 18, вып. 2.
3. Горьков Л. П. Стационарная конвекция в плоском слое жидкости вблизи критического режима теплопередачи. ЖЭТФ, 1957, т. 33, № 2 (8).
4. Malkus W., Veronis G. Finite amplitude cellular convection. J. Fluid Mech., 1958, vol. 4, p. 3.
5. Dreardorff I. W. A numerical study of twodimensional parallel plate convection. J. Atoms. Sci., 1964, vol. 21, No. 4.
6. Fromm J. E. Numerical solutions of the nonlinear equations for a heated fluid lauer. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 10.
7. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Численное исследование конвективного движения в замкнутой полости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 5.
8. Полежаев В. И. Численное решение системы одномерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
9. Полежаев В. И. Численное решение системы двумерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа в замкнутой области. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.
10. Полежаев В. И. Численное решение двумерных нестационарных уравнений Навье — Стокса сжимаемого газа в замкнутой области. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1967, № 13, вып. 3.
11. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Численное исследование конвекции жидкости, подогреваемой снизу. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
12. Тарунин Е. Л. Численное исследование свободной конвекции. Уч. зап. Перм. гос. ун-та, 1968, вып. 1, № 184.
13. Полежаев В. И. О влиянии сжимаемости газа на течение и перенос тепла при естественной конвекции. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6.
14. Тарунин Е. Л. Нестационарная конвекция жидкости в замкнутой полости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6.
15. Полежаев В. И. Течение и теплообмен при естественной конвекции газа в замкнутой области после потери устойчивости гидростатического равновесия. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.
16. Лыков А. В., Берковский Б. М. О возникновении конвекции в полостях с переменной температурой стенок. Инж.-физ. ж., 1968, т. 15, № 6.
17. Du Fort E. C., Frankel S. P. Stability conditions in the numerical treatment of parabolic differential equations. Math. Tables. 1953, vol. 7, No. 43, pp. 135—152.