

О ПОСТРОЕНИИ ПОЛУЭМПИРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ СЛАБЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ

Н. Г. ВАСЕЦКАЯ, В. А. ИОСЕЛЕВИЧ

(Москва)

Известно, что введение в турбулентный поток жидкости малых количеств некоторых высокомолекулярных соединений приводит к значительному снижению сопротивления [1]. Наиболее эффективными в этом смысле являются хорошо растворимые линейные полимеры с молекулярным весом 10^5 — 10^7 (полиэтиленоксид, полиакриламид, гуаровая смола и др.) [2]. Проведенные в последние годы экспериментальные исследования выявили ряд важных особенностей турбулентного течения слабых растворов таких полимеров. Результаты этих исследований могут служить некоторым основанием для построения феноменологического описания влияния полимерных добавок на турбулентность.

При решении прикладных задач о турбулентном движении жидкости используются уравнения Рейнольдса, содержащие, кроме осредненных скоростей и давлений, тензор дополнительных напряжений $\tau_{ij}' = -\rho \langle u_i' u_j' \rangle$. Для замыкания системы этих уравнений необходимы те или иные предположения о связи между тензором τ_{ij}' и характеристиками осредненного движения. Справедливость этих предположений в конечном счете может быть установлена только опытом. Такой подход является единственно эффективным, ибо он опирается на опытные данные и дает возможность использовать известные представления о механизме турбулентного перемешивания. Он лежит в основе многочисленных полуэмпирических теорий, позволяющих ставить и решать различные практические задачи о течении однородных жидкостей. Естественно использовать этот же подход и для описания турбулентности в слабых растворах полимеров.

Наибольшее число опытных данных относится к течению в трубах. Отметим, что именно в этом случае различные предположения о зависимости между турбулентными напряжениями и параметрами осредненного движения допускают непосредственную экспериментальную проверку.

В данной работе рассматриваются вопросы построения полуэмпирической теории турбулентного течения слабых растворов полимеров в гладких и шероховатых трубах, являющейся прямым обобщением соответствующих представлений о движении однородных жидкостей.

1. Результаты экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что течение в трубах очень слабых водных растворов таких линейных полимеров, как полиэтиленоксид, полиакриламид и некоторые другие, существенно отличаются от течения однородных вязких жидкостей. Важно отметить, что различия наблюдаются лишь при турбулентном режиме течения.

Максимальное снижение гидродинамического сопротивления в трубах с гладкими стенками (до 70%) достигается при весовых концентрациях полимерных добавок от $5 \cdot 10^{-5}$ до $2 \cdot 10^{-4}$ [2]. При таких концентрациях вязкость раствора весьма незначительно отличается от вязкости растворителя. В ламинарном режиме раствор ведет себя как ньютоновская жидкость, наличие в растворе полимерных молекул не вызывает снижения сопротивления [1, 3] и не приводит к затягиванию ламинарного режима. Критическое значение числа Рейнольдса остается таким же, как и при течении чистого растворителя [4, 5]. Более того, и после перехода в турбулентный режим обычно имеется область изменения чисел Рейнольдса, в которой еще нет различий в поведении раствора и растворителя. Эффект снижения сопротивления появляется только тогда, когда касательное напряжение на стенке трубы τ_0 достигает некоторого порогового значения τ_{0s} [4, 6]. При этом молекулы полимера в пристеночной области продефор-

мированы настолько, что уже оказываются способными к гашению высокочастотных турбулентных пульсаций. Наблюдающееся при больших числах Рейнольдса снижение гидродинамического сопротивления связано в конечном счете с деформируемостью отдельных макромолекул. Эксперименты показывают, что максимальная величина этого снижения для гладких труб не зависит от числа Рейнольдса, а определяется только концентрацией c и молекулярным весом M растворенного полимера [4, 6, 7].

Полимерные добавки фактически не меняют законов турбулентного перемешивания в ядре потока, где сохраняется логарифмический профиль скорости [8, 9]. Их действие проявляется в смещении кривой распределения средних скоростей, т. е. в увеличении толщины пристенного слоя, объединяющего ламинарную и переходную области течения [5, 10]. Это подтверждается и данными непосредственных измерений продольных и поперечных пульсаций скорости [8, 9]. Вблизи стенки поперечные компоненты пульсаций скорости заметно уменьшаются, а максимум продольных пульсаций отодвигается от стенки.

Таким образом, молекулы полимера, не оказывая сколько-нибудь существенного влияния на развившуюся турбулентность, меняют режим формирования турбулентных возмущений [11] и перестраивают течение в пристенном слое. Толщина пристенного слоя при этом увеличивается.

Влияние шероховатости на гидродинамическое сопротивление течению полимерных растворов, как и для однородных жидкостей, определяется положением вершин выступов относительно границы пристенного слоя. Известно [12], что тормозящее действие шероховатости возрастает как с увеличением средней высоты выступов h' , так и с ростом числа Рейнольдса. Последнее означает, что при достаточно больших числах Рейнольдса практически любая поверхность является шероховатой. Если выступы шероховатости не выходят за пределы ламинарного подслоя, течение раствора не отличается от течения в гладких трубах. С ростом высоты выступов или с увеличением числа Рейнольдса уменьшается толщина пристенного слоя, т. е. сокращается поле деятельности полимерных молекул. При этом, естественно, уменьшается и эффект снижения сопротивления [13]. Наступление автомодельного режима сопротивления, когда основную и подавляющую роль в турбулизации потока играет шероховатость, характеризуется полным уничтожением пристенного слоя. В связи с этим можно ожидать и прекращения влияния полимерных добавок. В автомодельном режиме средняя высота выступов становится соизмеримой с толщиной пристенного слоя, формирующегося при тчении раствора в гладкой трубе. Полимерные добавки увеличивают толщину пристенного слоя, поэтому при одной и той же относительной шероховатости $h = 2h' / d$ (d — диаметр трубы) началу автомодельного режима сопротивления должно отвечать большее (по сравнению с растворителем) значение числа Рейнольдса. Коэффициенты гидродинамического сопротивления раствора и растворителя в этом режиме должны совпадать. Эти особенности турбулентного течения полимерных растворов в шероховатых трубах были подробно обследованы в опытах, результаты которых приведены ниже.

2. Отмеченные факты могут быть использованы для построения феноменологического описания турбулентного течения слабых растворов полимеров в трубах. Естественно потребовать, чтобы такое описание было обобщением известных представлений о движении однородных вязких жидкостей.

Рассмотрим установившееся течение раствора в бесконечно длинной круглой трубе. Будем предполагать, что среднее движение обладает осевой симметрией, а средние скорости u направлены вдоль оси трубы. Из единственного существенного в данном случае уравнения Рейнольдса с учетом

закона сохранения массы следует [14]

$$\mu \frac{du}{dy} + \tau' = \tau_0 \left(1 - \frac{2y}{d} \right) \quad (2.1)$$

Здесь y — расстояние от стенки, μ — динамический коэффициент вязкости раствора, τ' — турбулентное касательное напряжение. Проинтегрировать уравнение (2.1) можно лишь тогда, когда сделаны те или иные предположения относительно турбулентного касательного напряжения τ' . Традиционными для полуэмпирических теорий являются предположения о турбулентной вязкости μ'

$$\tau' = \mu' \frac{du}{dy} \quad (2.2)$$

и длине пути смещения l

$$\tau' = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (2.3)$$

Формулы (2.2) и (2.3) представляют собой различные формы записи связи τ' с локальной структурой осредненного движения. Константы, входящие в конкретные выражения для μ' или l , находятся из опыта.

Отметим представление турбулентной вязкости, предложенное М. Д. Миллиончиковым. Он ввел выражение для μ' [15], структура которого аналогична формуле для молекулярной вязкости. Построенные им на основе этого выражения расчетные формулы содержат минимальное число опытных констант и хорошо отражают экспериментальные данные, относящиеся к течению однородных жидкостей в гладких трубах. Развитый М. Д. Миллиончиковым подход в случае шероховатых труб позволяет получить согласующиеся с опытом значения коэффициента гидродинамического сопротивления для автомодельного режима течения и некоторой области чисел Рейнольдса, предшествующей наступлению этого режима.

В дальнейших построениях принята гипотеза пути смещения, ибо она более удобна при описании течения в пристенном слое. Неточности в определении связи l с параметрами среднего движения в ядре потока не оказывают существенного влияния на получаемые в результате интегрирования уравнения (2.1) распределения скоростей. Действительно, в области развитой турбулентности производная du/dy мала (она обращается в нуль на оси трубы), а вместе с ней малы и погрешности, обусловленные незнанием детального устройства l в этой области. Среди теорий, пользующихся гипотезой пути смещения, наиболее полно отражает картину турбулентного течения однородной жидкости вблизи гладкой стенки теория, предложенная Ван-Дристом [16]. Используя конструктивные особенности принятого в этой теории выражения для длины пути смещения, при описании турбулентности слабых растворов полимеров будем считать, что

$$l = ky \left(1 - \exp \frac{-AF}{p} \right) \\ p = \frac{\partial U}{\partial \eta}, \quad U = \frac{u}{v_0}, \quad v_0 = \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2}, \quad \eta = \frac{\rho v_0 y}{\mu} \quad (2.4)$$

где k и A — эмпирические константы. Входящий в показатель экспоненты параметр F позволяет на основе соответствующей обработки экспериментальных данных учесть влияние различных факторов на толщину пристенного слоя и структуру потока в нем.

С учетом (2.4) формула (2.1) в безразмерных переменных принимает вид

$$p + p^2 k^2 \eta^2 \left(1 - \exp \frac{-AF}{p}\right)^2 = 1 - \frac{\eta}{R_0}, \quad R_0 = \frac{\rho v_0 d}{2\mu} \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) при произвольных значениях параметра F и граничном условии $U|_{\eta=0} = 0$ допускает квадратуру¹

$$U(p) = p\omega(p) + \int_p^1 \omega(x) dx \quad (2.6)$$

$$\omega(p) \equiv \eta = 2(1-p)R_0 \left\{ 1 + \left[1 + 4k^2 p^2 \left(1 - \exp \frac{-AF}{p}\right)^2 (1-p)R_0^2 \right]^{1/2} \right\}^{-1}$$

Тогда средняя по сечению скорость потока V , коэффициент гидродинамического сопротивления λ и число Рейнольдса R определяются формулами

$$V = \frac{R_0}{3} \left[1 - \int_0^1 \left(1 - \frac{\omega(p)}{R_0}\right)^3 dp \right] \quad (2.7)$$

$$\lambda = 72R_0^{-2} \left[1 - \int_0^1 \left(1 - \frac{\omega(p)}{R_0}\right)^3 dp \right]^{-2} \quad (2.8)$$

$$R \equiv \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{2}{3} R_0^2 \left[1 - \int_0^1 \left(1 - \frac{\omega(p)}{R_0}\right)^3 dp \right] \quad (2.9)$$

Здесь роль параметра играет величина R_0 .

Наилучшее соответствие экспериментальным данным о течении однородных жидкостей в гладких трубах во всем обследованном к настоящему времени диапазоне чисел Рейнольдса получается при

$$k = 0,40, \quad A = 0,168 \quad \text{и} \quad F = (1 - R_0^*/R_0)^{1/2} e (R_0 - R_0^*)^2.$$

Величина R_0^* отвечает началу перехода из ламинарного режима течения в турбулентный. По данным Никурадзе, Стэнтона и Паннэла [14] можно принять $R_0^* = 64$; этому значению соответствует $R^* = 2040$. При $R_0 \leq R_0^*$ уравнение (2.5) описывает течение Пуазейля. Для значений R_0 , отвечающих турбулентному режиму течения, вычисленные по формулам (2.6) профили скорости в ядре потока ($\eta \approx 56$) отличаются от «классического» логарифмического распределения $U = 2,5 \ln \eta + 5,5$, как и следовало ожидать, только вблизи оси трубы. В рамках предложенной схемы расчеты позволили определить положение верхней границы пристенного слоя, которой соответствует значение $\eta = \delta_{v0} \approx 56$. Этот результат хорошо согласуется с известными данными непосредственных измерений средних скоростей [17].

¹ Интегрирование уравнения (2.5) с использованием в качестве основного определяющего параметра для l производной $dU/d\eta = p$ предложено Л. И. Седовым.

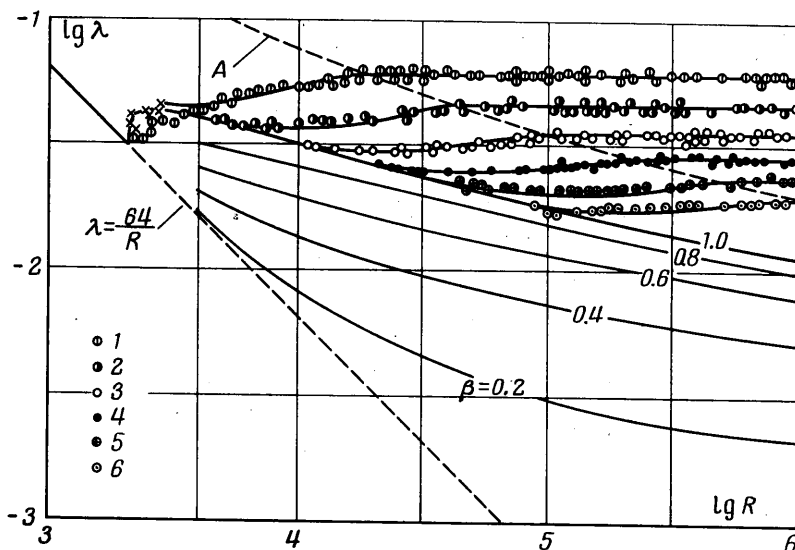
$$e(w) = \begin{cases} 1 & \text{при } w \geq 0 \\ 0 & \text{при } w < 0 \end{cases}$$

Наблюдаемые в опытах особенности течения однородных жидкостей в шероховатых трубах до наступления автомодельного режима сопротивления также могут быть описаны с помощью формулы (2.4). Обработка опытов в трубах с песочной шероховатостью (опыты Никурадзе) приводит к выражению

$$F = (1 - R_0^*/R_0)^{1/2} [9.5 - 8.5(1 - h^2 R_0^2 / \delta_{v0}^2)^{1/2} e(\delta_{v0} - hR_0)] \times e(R_0 - R_0^*) \quad (2.10)$$

в котором R_0^* и δ_{v0} сохраняют те же значения, что и в случае течения в гладких трубах (так же, как и параметры k и A в (2.4)).

На фиг. 1 приведены экспериментальные данные Никурадзе и соответствующие им зависимости $\lambda = \lambda(R)$ для различных значений относитель-



Фиг. 1

ной шероховатости, полученные в результате расчетов по формулам (2.8) — (2.10) (точки 1, 2, 3, 4, 5 и 6 на фиг. 1 соответствуют значениям относительной шероховатости 1/15, 1/30.6, 1/60, 1/126, 1/252 и 1/507; крестиками обозначены данные опытов Стэнтона и Паннэла в гладких трубах, относящиеся к области перехода из ламинарного режима течения в турбулентный). На фиг. 2 показаны расчетные профили скорости для $R_0 = 10^4$ и различных значений h ; видно, что с ростом высоты выступов шероховатости уменьшается толщина пристенного слоя. В ядре потока сохраняется логарифмическое распределение скоростей. Когда величина $hR_0 = \rho v_0 h' / \mu$ становится соизмеримой с безразмерной толщиной δ_{v0} пристенного слоя в гладкой трубе, уравнение (2.5) в силу формулы (2.10) приобретает вид

$$p + p^2 k^2 \eta^2 = 1 - \eta / R_0 \quad (2.11)$$

При этом выражение (2.4) переходит в формулу

$$l = ky = 0.4 y \quad (2.12)$$

т. е. именно на границе автомодельного режима сопротивления, когда турбулизация потока выступами шероховатости приводит к полному истреблению пристенного слоя, оказывается справедливым известное предположение Прандтля о линейной зависимости длины пути смешения от координаты

наты y . Уравнению (2.11) соответствует на фиг. 2 профиль скорости, помеченный значением $hR_0 = 56$, и кривая А на фиг. 1. Выше этой кривой на плоскости λR располагается область автомодельного режима.

Течение однородной жидкости в режиме с полным проявлением шероховатости можно описать, если, следуя Ротта [18], предположить, что в связи с турбулизующим влиянием шероховатости длина пути смешения на стенке уже не обращается в нуль, а имеет конечное значение, зависящее от hR_0 , т. е.

$$l = k(y + y_0), \quad y_0 = y_0(hR_0) \quad (2.13)$$

Как следует из обработки экспериментальных данных

$$\eta_0 \equiv \rho v_0 y_0 / \mu = 0.036 (hR_0 - \delta_{v0}) e^{(hR_0 - \delta_{v0})} \quad (2.14)$$

В этом случае

$$p + p^2 k^2 (\eta + \eta_0)^2 = 1 - \eta / R_0, \quad (k = 0.4) \quad (2.15)$$

$$p_0 = p|_{\eta=0} = 2[(1 + 0.64\eta_0^2)^{1/2} + 1]^{-1} \quad (2.16)$$

а в интегралах, входящих в правые части формул (2.6) — (2.9), верхние пределы интегрирования следует заменить на p_0 . Полученные в результате расчетов профили скорости, отвечающие автомодельному режиму, показаны на фиг. 2.

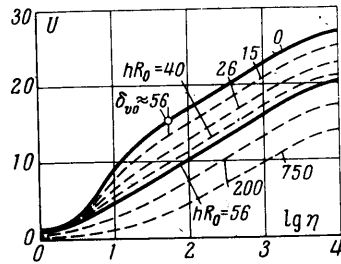
3. Перейдем теперь к описанию течения слабых растворов линейных полимеров в гладких трубах.

Недостаточная изученность физической картины гашения энергии мелкомасштабных возмущений молекулами полимера не позволяет в настоящее время сделать окончательных суждений о механизме этого явления. Наиболее правдоподобной представляется гипотеза об упругом поведении макромолекулы, которое связано либо с собственной упругостью молекулярной цепи, либо с конфигурационно-энтропийной обратимостью системы молекула — растворитель [11, 19]. В первом случае деформация приводит к изменению внутренней энергии, во втором случае молекула предполагается совершенно гибкой, а ее деформация, точнее изменение ее конфигурации, связано с изменением свободной энергии за счет меняющейся энтропии при постоянной внутренней энергии. Часть энергии пульсационного воздействия необратимо тратится на преодоление вязкого сопротивления окружающего молекулу растворителя [19].

Цепи отдельных молекул линейных полимеров в спокойном растворе образуют клубки [20], характерный размер которых L_0 пропорционален \sqrt{M} и для наиболее интересных с точки зрения снижения сопротивления разновидностей полимеров выражается формулой

$$L_0 \approx 1.9 \cdot 10^{-8} \sqrt{M}, \quad [L_0] = \text{см} \quad (3.1)$$

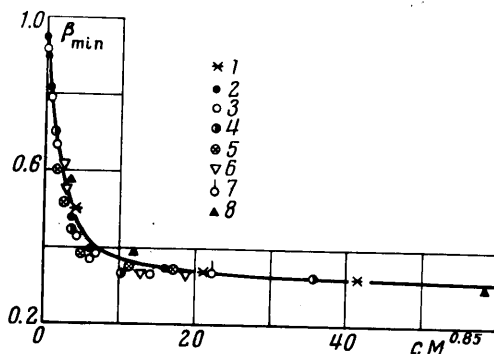
Для слабых растворов полиэтиленоксида, полиакриламида и гуаровой смолы, как это следует из опытных данных [6], появление эффекта снижения сопротивления связано с величиной τ_{0s} , которой для всех этих полимеров отвечает одно и то же значение $R_{LS} \equiv \rho v_0 L_0 / \mu \approx 10^{-2}$, где $v_0 = (\tau_{0s} / \rho)^{1/2}$. Максимальная величина относительного снижения сопротивления наблюдается при значениях $R_L = \rho v_0 L_0 / \mu$, примерно в десять раз



Фиг. 2

превышающих R_{LS} . Результаты опытов Хойта и Вирка [7, 6] позволяют высказать предположение о существовании универсальной зависимости максимального снижения от некоторой комбинации c и M . При построении этой зависимости используем соображения об упругости макромолекул.

При $R_L \leq R_{LS}$ градиент скорости вблизи стенки не вызывает заметной деформации молекулярных клубков. С ростом R_L молекула постепенно вытягивается и располагается вдоль потока. Размер такой вытянутой молекулы $L \sim M^{0.6-0.8}$ (для полностью вытянутых молекул $L \sim M$). Можно предположить, что поглощение энергии высокочастотных пульсаций свя-



Фиг. 3

зано главным образом с аккумуляцией энергии в молекулах. Энергия, накапливаемая при упругой деформации отдельной молекулы, приблизительно пропорциональна размеру молекулы L и квадрату силового воздействия. Последнее тем больше, чем больше размер молекулы. Это означает, что аккумулятивная энергия $\sim L^3$ или M^{3z} (z принимает значение 0.5 для практически недеформированных молекулярных клубков и 0.6 — 0.8 для вытянутых в потоке молекул). Содержащиеся

в единице веса раствора молекулы, число которых равно $n = cN/M$ (N — число Авогадро), будут накапливать энергию, пропорциональную cM^{3z-1} . Из этих соображений следует, что для значений R_L , близких к R_{LS} , величина относительного снижения сопротивления должна быть функцией числа Рейнольдса и $cM^{0.5}$, а при $R_L \approx 10R_{LS}$ она должна зависеть только от $cM^{0.8-1.4}$. Высказанные предположения не противоречат опытным данным. В частности, в растворах полиэтиленоксида, полиакриламида и гуаровой смолы наибольшее при заданной концентрации c снижение сопротивления является функцией $cM^{0.85}$.

Для того чтобы учесть отмеченные обстоятельства при построении полумпирического описания турбулентного течения слабых растворов полимеров, будем считать, что параметр F в формуле (2.4) является функцией R_0 , $\gamma = R_L / R_{LS}$ и cM^{3z-1} вида

$$F = (1 - R_0^*/R_0)^{1/2} \beta \epsilon (R_0 - R_0^*), \quad \beta = \beta(\gamma, cM^{3z-1}) \quad (3.2)$$

Здесь $\beta = 1$ при нулевой концентрации и при $\gamma \leq 1$, а при $\gamma \approx 10$ $\beta = \beta_{\min}(cM^{0.85})$. Принимая во внимание (3.1), будем иметь

$$\gamma \approx 3.8 \cdot 10^{-6} M^{1/2} R_0 / d, \quad [d] = \text{см} \quad (3.3)$$

Изолинии β на плоскости λR , полученные в результате расчетов по приведенным формулам, показаны на фиг. 1. Нетрудно убедиться, что $\beta \approx \lambda / \lambda_0$ для $0.3 \leq \beta \leq 1$, где λ и λ_0 соответствующие одной и той же величине числа Рейнольдса значения коэффициентов сопротивления раствора и растворителя. Это обстоятельство существенно облегчает построение зависимости $\beta = \beta(\gamma, cM^{3z-1})$, так как для этого оказывается достаточно лишь сведений о коэффициенте сопротивления λ . На фиг. 3 представлена зависимость β_{\min} от $cM^{0.85}$, полученная в результате обработки опытов; точки 1 соответствуют экспериментам авторов для значения $M = 4.0 \cdot 10^6$, точки 2, ..., 7 — данным Хойта [7] соответственно для $M = 0.2, 0.5, 3.4,$

5,8, 7,0 и 8,0 ($\cdot 10^6$); точки δ — данным Вирка [6] для значения $M = 6,1 \cdot 10^6$. Эта зависимость удовлетворительно аппроксимируется выражением

$$\beta_{\min} = 1 - 0,44 \operatorname{arc} \operatorname{tg} (cM^{0,85} / 1,8) \quad (3.4)$$

Отход экспериментальных кривых $\lambda = \lambda(\mathbf{R})$, отвечающих различным значениям концентрации раствора и молекулярного веса полимера, от диаграммы сопротивления однородной жидкости определяется значением $\partial\beta / \partial\gamma$ при $\gamma = 1$. Зависимость величины $(\partial\beta / \partial\gamma)_{\gamma=1}$ от $cM^{0,5}$ (по данным опытов для водных растворов двух различных модификаций полиэтиленоксида [4, 6]) описывается эмпирической формулой

$$\begin{aligned} (\partial\beta / \partial\gamma)_{\gamma=1} &= \\ &= -1,5 cM^{0,5} / (cM^{0,5} + 0,135) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Непротиворечащая экспериментальным фактам зависимость β от своих аргументов имеет вид

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_{\min} + \frac{1}{b\gamma^2 + q} \\ b &= \frac{-(\partial\beta / \partial\gamma)_{\gamma=1}}{2(1 - \beta_{\min})^2} \\ q &= \frac{1}{1 - \beta_{\min}} + \frac{(\partial\beta / \partial\gamma)_{\gamma=1}}{2(1 - \beta_{\min})^2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Вычисленные с учетом формул (3.2) и (3.6) профили средней скорости удовлетворительно согласуются с данными опытов [8, 21], как это можно видеть из фиг. 4, где точки 1, 2, 3 соответствуют экспериментам с растворами полиакриламида ($c = 4,0 \cdot 10^{-4}$), ДНК ($c = 1,5 \cdot 10^{-4}$) и гуаровой смолы ($c = 5,0 \cdot 10^{-5}$).

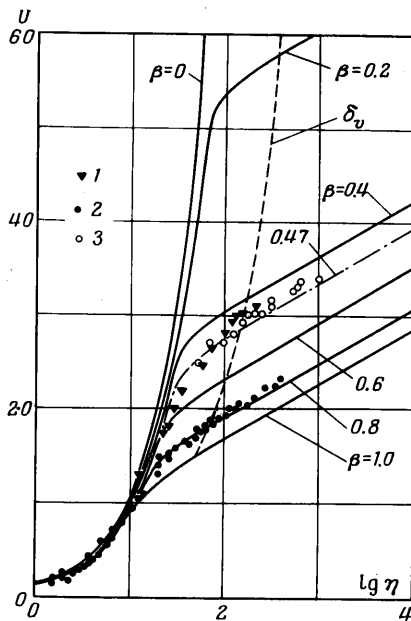
4. Обобщение изложенных выше представлений на случай течения слабых растворов полимеров в трубах с шероховатыми стенками опирается на предположение о существовании трех различных режимов проявления эффекта снижения сопротивления.

В первом из них влияние шероховатости не сказывается (гидравлически гладкая труба), и механическое поведение раствора описывается формулами, приведенными в п. 3.

Второй режим характеризуется одновременным влиянием шероховатости и полимерных добавок. В частности, толщина вязкого подслоя, увеличенного под действием макромолекул, падает с ростом высоты выступов или с увеличением числа Рейнольдса. В первом приближении это совместное влияние молекул полимера и шероховатости на длину пути смешения можно учесть, если (по аналогии с (2.10) и (3.2)) принять

$$\begin{aligned} F &= (1 - R_0^* / R_0)^{1/2} [9,5 - (9,5 - \beta) (1 - h^2 R_0^2 / \delta_v^2)^{1/2} e(\delta_v - hR_0)] \times \\ &\times e(R_0 - R_0^*) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Расчетная зависимость толщины пристенного слоя δ_v от β при течении раствора в гладкой трубе показана на фиг. 5, где экспериментальные



Фиг. 4

точки соответствуют различным комбинациям значений параметров (c, h_g, h_s) , а именно 1 (0, —, —), 2 (10^{-5} , $1/30$, $1/17$), 3 (10^{-4} , $1/30$, $1/17$), 4 (10^{-4} , $1/15$, $1/10$). Однако одной только этой формулы недостаточно, чтобы в рамках представлений о пути смещения учесть более поздний (по числу Рейнольдса) переход раствора в автомодельный режим, когда полностью прекращается влияние полимерных добавок и исчезает эффект снижения сопротивления. В связи с этим требуется коррекция выражения для турбулентного касательного напряжения с помощью параметра η_0 аналогично тому, как это было сделано в (2.15)

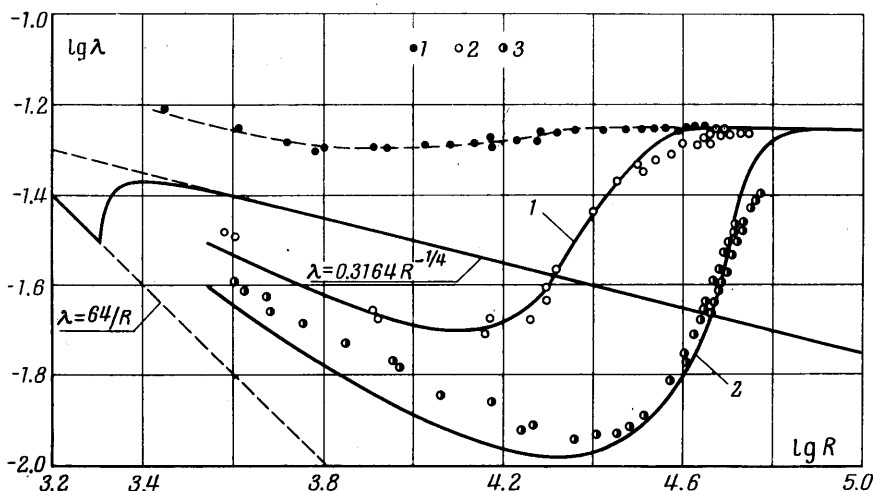
$$p + p^2 k^2 (\eta + \eta_0)^2 \left(1 - \exp \frac{-AF}{p}\right)^2 = 1 - \eta/R_0 \quad (4.2)$$

где k и A — те же константы, что и в формулах (2.5) и (2.15). Опять-таки в первом приближении будем считать, что дополни-

тельное влияние шероховатости вплоть до выхода в автомодельный режим сопротивления, где справедлива формула (2.14), можно описать с помощью выражения

$$\eta_0 = 0.036 (\delta_v - \delta_{v0}) \frac{hR_0}{\delta_v}, \quad hR_0 \leq \delta_v \quad (4.3)$$

Величина p_0 , входящая в формулы для U , V , λ и R (так же, как и p_0 в (2.16)), определяется из уравнения (4.2) при условии $\eta = 0$.



Фиг. 6

В автомодельном режиме (при $hR_0 > \delta_v$) нет различий в механическом поведении раствора и растворителя. Здесь справедливы соответствующие формулы п. 2.

Формулы (4.1) — (4.3) являются в известном смысле формальным обобщением представлений о структуре потока и механизме турбулентного перемешивания, которые для течений однородных жидкостей в шерохова-

тых трубах и слабых растворов полимеров в гладких трубах обоснованы данными многих экспериментов. В связи с этим возникает необходимость непосредственной экспериментальной проверки такого обобщения. Имеющихся сейчас опытных данных недостаточно для количественного описания снижения сопротивления полимерными добавками в шероховатых трубах и оценки наблюдаемых явлений как при малых (появление эффекта), так и при достаточно больших (исчезновение эффекта) числах Рейнольдса.

Экспериментальные исследования, проведенные в НИИ механики МГУ, имели своей целью изучение особенностей течения слабых растворов ($c = 10^{-5}$ и 10^{-4}) полиэтиленоксида ($M = 4 \cdot 10^6$) в трубах с большой относительной шероховатостью в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса вплоть до выхода на автомодельный режим сопротивления. Отметим, что формулы (4.1) — (4.3), по которым проводились сопоставительные расчеты, построены (как и в случае однородных жидкостей) для течения в трубах с однородной (песочной) шероховатостью. В опытах же применялись трубы с искусственной шероховатостью в виде резьбы. Такая шероховатость стенок способствует более интенсивной турбулизации потока. Относительная геометрическая шероховатость стенок в опытах составляла $h_g = 1/15$ и $1/30$, это соответствует (по сопротивлению в автомодельном режиме) относительной песочной шероховатости $h_s = 1/10$ и $1/17$.

Результаты экспериментов приведены на фиг. 6, где точки 1 (0, —, —), 2 (10^{-5} , $1/30$, $1/17$) и 3 (10^{-4} , $1/30$, $1/17$) соответствуют данным опытов с различными комбинациями параметров (c , h_g , h_s). Для сравнения на той же фигуре приведены сплошными линиями 1 и 2 зависимости коэффициента гидродинамического сопротивления λ от числа R , полученные расчетным путем для тех же значений c и h_s . На фиг. 5 показаны опытные точки, соответствующие началу автомодельного режима сопротивления. Экспериментальные данные подтвердили предположение о том, что переход в автомодельный режим происходит тогда, когда высота выступов шероховатости оказывается соизмеримой с толщиной пристенного слоя на гладкой стенке δ_v . Из опытов следует, что в автомодельном режиме вместе с исчезновением пристенного слоя полностью исчезает и влияние полимерных добавок на структуру турбулентного потока. Это означает, что при достаточно больших числах Рейнольдса макромолекулы полимера не будут снижать гидродинамического сопротивления, поскольку любую реальную поверхность можно считать шероховатой.

Удовлетворительное соответствие результатов вычислений данным опытов позволяет утверждать, что предложенная полуэмпирическая теория турбулентности слабых растворов линейных полимеров может быть использована для количественных прогнозов влияния полимерных добавок на сопротивление течению в трубах.

Авторы выражают искреннюю благодарность Л. И. Седову, по инициативе и при постоянном внимании которого была выполнена эта работа.

Поступило 9 XII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Tom s B. A. Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers. Proc. I. Internat. Congress on Rheology, North Holland Publ. Co, 1948, vol. 2, p. 135.
2. Hoyt J. W., Fabula A. G. The effect of additives on fluid friction. 5-th Symposium on Naval Hydrodynamics Bergen, Washington, D. C., Office Naval. Res. Dept. Navy, 1966, p. 947—959.
3. White A. Turbulent drag reduction with polymer additives. J. Mech. Engng. Sci., 1966, vol. 8, p. 452.

4. Virk P. S., Merrill E. W., Mickey H. S., Smith K. A. The critical wall shear stress for reduction of turbulent drag in pipe flow. Modern Development in the Mechanics of Continua. New-York, Acad. Press, 1965, p. 38.
5. Elata C., Lehrer L., Kahanovitz A. Turbulent shear flow of polymer solutions. Israel J. Technol., 1966, vol. 4, p. 87.
6. Virk P. S., Merrill E. W., Mickley H. S., Smith K. A., Mollo-Christensen E. L. The Toms phenomenon: turbulent pipe flow of dilute polymer solutions. Fluid Mech., 1967, vol. 30, p. 305.
7. Hoyt I. W. Friction reduction as estimator of molecular weight. Polymer Letters, 1966, vol. 4, p. 743.
8. Хабахпашева Е. М., Перепелица Б. В. Поля скоростей и турбулентных пульсаций при малых добавках к воде высокомолекулярных веществ. Инж.-физ. ж., 1968, т. 14, стр. 598.
9. Хабахпашева Е. М. Исследование пристенной турбулентности методом стробоскопической визуализации. Пристенная турбулентность. Изд. СО АН СССР, Новосибирск, 1968, стр. 142.
10. Gadd G. E. Reduction of turbulent friction in liquids by dissolved additives. Nature, No. 5065, 1966, vol. 212, p. 874.
11. Walsh M. Theory of drag reduction in dilute high-polymer flows. Internat. Ship-build. Progr., 1967, vol. 14, p. 134.
12. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
13. Lindgren E. R., Hoot T. G. Effect of dilute high molecular weight polymers on turbulent flow of water in very rough pipes. J. Appl. Mech., 1968, vol. 35, p. 417.
14. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, Изд. 2. М., «Наука», 1967.
15. Миллионщиков М. Д. Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. М., «Наука», 1969.
16. Хинце И. О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М., Физматгиз, 1963.
17. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности, т. 1. М., «Наука», 1965.
18. Rotta J. Das in wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen. Ingr. Arch., 1950, Bd 18, S. 277.
19. Rouse P. E., Sittel K. Viscoelastic properties of dilute polymer solutions. J. Appl. Phys., 1953, vol. 24, p. 690.
20. Генфорд Ч. Физическая химия полимеров. М., «Химия», 1965.
21. Lumley J. L. The Toms phenomenon: anomalous effects in turbulent flow of dilute solutions of high molecular weight polymers. Appl. Mech. Rev., 1967, vol. 20, p. 1139.