К МОДЕЛИ СНИЖЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ВВЕДЕНИИ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОТОК ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Ю. А. БУЕВИЧ

(*Москва*)

Предложена простейшая качественная модель снижения гидравлического сопротивления турбулентных течений жидкости при введении в них малых концентраций взвешенной примеси. Модель основана на представлении, что примесь способствует главным образом селективному гащению турбулентных вихрей, характерный масштаб которых меньше размеров частиц.

Эффект снижения сопротивления в турбулентных течениях разреженных суспензий по сравнению с сопротивлением в потоках однородной дисперсионной среды впервые, по-видимому, был обнаружен в 1906 г. Норой Блетч. Достаточно подробное описание ее опытов, проведенных на водных суспензиях песка, содержится в [1]. В дальнейшем в связи с важностью этого явления для ряда технологических приложений оно интенсивно исследовалось для дисперсных систем самых различных типов (см., например, [2–6] и некоторые ссылки в этих работах). Позднее, в 1946 г., был открыт также родственный «эффект Томса» — снижение гидравлического сопротивления малыми полимерными добавками (см., например, [7]). Согласно современным воззрениям снижение сопротивления и в этом случае обусловлено воздействием на турбулентность некоторых частиц-ассоциатов, образующихся при иммобилизации растворителя обрывками высокомолекулярной сетки [8].

Литература, посвященная этим явлениям, весьма обширна, однако единая точка зрения на их природу отсутствует. Обычно считают, что взвешенная примесь способствует ослаблению интенсивности турбулентности, вызывая тем самым снижение гидравлического сопротивления [1–5]. Такое объяснение само по себе во многом неудовлетворительно, ибо наблюдения показывают, что частицы или полимерные добавки в малых концентрациях либо совсем незначительно влияют на энергию турбулентности [1–3, 5], либо даже увеличивают ее [4, 7, 8] при заметном снижении сопротивления. К выводу о незначительном влиянии малых количеств взвешенных частиц на крупные турбулентные вихри приводит также теоретический анализ [9].

Создание какой-либо развернутой полуколичественной теории снижения сопротивления в настоящее время вряд ли возможно. Это связано даже не столько с известными трудностями описания взаимодействия частиц с турбулентным полем, сколько с отсутствием достаточно представительной статистической теории однородной и тем более неоднородной пристеночной турбулентности. По-видимому, основную задачу нужно усматривать сейчас в построении хотя бы простейшей качественной модели обсуждаемых явлений, которая позволила бы приблизиться к пониманию их природы и основных особенностей. Модель такого типа и обсуждается ниже.

1. При расчете гидравлических характеристик турбулентных течений в каналах и в пограничном слое используют обычно различные полуэмпирические теории, обзор которых можно найти в [10]. В рамках этих теорий вычисление касательного напряжения τ в течении сводится к выбору той или иной эмпирической зависимости для эффективного коэффициента турбулентной вязкости A, зависящего от расстояния от стенки y

$$\tau=\rho(\nu+A)\frac{\partial U}{\partial y} \tag{1.1}$$

где ρ, ν — плотность и молекулярная кинематическая вязкость жидкости, а U — средняя скорость ее движения.

При анализе процессов взаимодействия турбулентных вихрей со взвешенными частицами такие теории весьма неудобны, ибо они не содержат явной информации о спектральном составе турбулентности. Поэтому ниже используется метод описания пристеночной турбулентности, предложенный в [11].

Согласно модели [11] величину A в пределах вязкого и переходного слоев можно представить в виде

$$A(y) \approx A_0(y)\Omega_1^2(y), \qquad A_0(y) \approx \varkappa^2 y^2 \left|\frac{\partial U}{\partial y}\right| \tag{1.2}$$

$$\Omega_1(y) = \int\limits_0^{T_{\max}(y)} R(t)\,dt \left(\int\limits_0^{\infty} R(t)\,dt\right)^{-1}$$

Здесь $\varkappa$ — постоянная Кармана, $R(t)$ — лагранжев коэффицент корреляции поперечной компоненты пульсационной скорости в логарифмическом слое, а $T_{\max}(y)$ — предельный временной масштаб турбулентных вихрей, такой, что вихри с масштабами $T > T_{\max}(y)$ не могут подойти к стенке на расстояния, меньшие y. Из соображений размерности можно получить

$$T_{\max}(y) = \frac{C'y}{u}, \qquad T_0 = \frac{C\Delta}{u}, \qquad \Delta = m\delta \tag{1.3}$$

где u — некая характерная скорость турбулентных пульсаций, C и C' — постоянные, T_0 — лагранжев временной масштаб, определенный по коэффициенту корреляции $R(t)$; Δ — характерный линейный масштаб, пропорциональный толщине пограничного слоя δ. При $y \to 0$ для гладкой стенки имеем $T_{\max} \to 0$ и $\Omega_1 \to 0$. Для шероховатой стенки величины $T_{\max}$ и Ω_1 стремятся при $y \to 0$ к некоторым значениям, отличным от нуля и зависящим от высоты шероховатости.

Подчеркнем, что представление (1.2) не имеет, вообще говоря, какихлибо принципиальных преимуществ по сравнению с полуэмпирическими теориями [10], так как вид функции $R(t)$ неизвестен. Используя различные разумные представления для $R(t)$, можно получить разные варианты зависимостей $A(y)$, что будет соответствовать методу полуэмпирических теорий (см. также обсуждение в [11]). Однако для целей этой работы представление (1.2) оказывается весьма удобным.

Если аппроксимировать (весьма грубо) $R(t)$ экспоненциальной функцией

$$R(t) \approx \exp\frac{-t}{T_0} \tag{1.4}$$

то из (1.2) и (1.3) получим

$$A(y) \approx \varkappa^2 y^2 \left(1 - \exp\frac{-y}{m_1\delta}\right)^2 \left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|, \qquad m_1 = \frac{Cm}{C'} \tag{1.5}$$

что совпадает с формулой феноменологической модели Ван-Дриста [12], удовлетворительно описывающей распределение скорости в вязком и переходном слоях.

Для внешнего турбулентного подслоя пограничного слоя соотношения, аналогичные (1.2), (1.3), имеют вид [11]

$$A(y) \approx A_0(y)\Omega_2^2(y), \qquad T_{\min}(y) = Cy/u$$

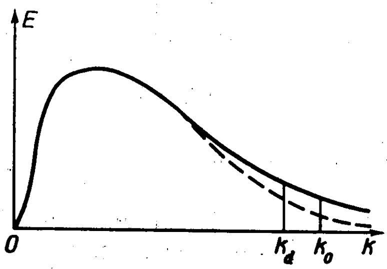
$$\Omega_2(y) = \int\limits_{T_{\min}(y)}^{\infty} R(t)\,dt \left(\int\limits_0^{\infty} R(t)\,dt\right)^{-1} \tag{1.6}$$

При использовании здесь аппроксимации (1.4) получим основную формулу модели Шаблевского, также хорошо согласующейся с экспериментом [13]

$$A(y) \approx \varkappa^2 y^2 \exp\left(\frac{-2y}{m\delta}\right)\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right| \tag{1.7}$$

Как показано в [11], в этом случае удается даже оценить постоянную m, используя для этого независимые наблюдения перемежаемости турбулентности на границе турбулентного пограничного слоя со свободным потоком.

2. Обсудим теперь взаимодействие частиц с турбулентными пульсациями различных масштабов. Согласно рассмотрению в [9] влияние частиц на вихри, масштаб которых существенно превосходит размеры частиц, крайне незначительно, если только весовая концентрация взвеси достаточно мала. При этом в зависимости от соотношения плотностей фаз и прочих параметров частицы могут в принципе как ослаблять, так и усиливать турбулентное перемешивание жидкости. Эти выводы находятся в согласии с цитированными выше экспериментальными результатами.



Фиг. 1

Однако даже при столь малых концентрациях взвешенных частиц все же наблюдается заметное снижение гидравлического сопротивления. Поэтому основную причину этого снижения нужно искать, в первую очередь, в воздействии частиц на вихри, размеры которых сравнимы или меньше диаметра частиц.

Насколько известно автору, влияние частиц на малые высокочастотные пульсации никем не рассматривалось. Однако сила взаимодействия частицы с пульсацией произвольного масштаба была приближенно вычислена в [14]. Эта сила возрастает пропорционально частоте ω пульсации и квадрату отношения диаметра частицы к характерной длине волны d/λ. Таким образом, какой бы малой ни была концентрация c, влияние частиц на достаточно мелкие вихри все равно оказывается значительным.

Качественное влияние частиц на энергетический спектр турбулентности $E(k)$ при малых c проиллюстрировано на фиг. 1, где спектр, относящийся к однородной жидкости, изображен сплошной кривой. Согласно сказанному выше, добавление частиц практически не изменяет спектра в области $k \ll k_d \sim d^{-1}$, но способствует эффективному гашению вихрей в области $k \gg k_d$. Энергетический спектр турбулентности во взвеси изображен на фиг. 1 пунктиром. Для упрощения можно считать, что влияние частиц сводится к обрыву коротковолновой области $E(k)$, начиная с некоторого характерного волнового числа k_0, причем в области $k < k_0$ спектр $E(k)$ вообще не изменяется при добавлении частиц. В состоянии «насыщения», когда c достаточно велика для почти полного гашения вихрей с размерами, меньшими диаметра частиц, $k_0 \sim k_d$. При уменьшении c пунктирная кривая на фиг. 1 приближается к сплошной, что эквивалентно увеличению эффективного значения k_0 или, что то же самое, уменьшению критического минимального размера вихрей, имеющихся в течении.

Рассмотренная выше картина согласуется качественно с известными экспериментальными данными. Например, в [7] отмечалось отсутствие мелких турбулентных вихрей, начиная уже с вихрей инерционного интервала, хотя полная интенсивность турбулентности в растворе была даже несколько выше, чем в однородном растворителе.

При лагранжевом описании турбулентности обрыв энергетического спектра в области больших волновых чисел эквивалентен, очевидно, замене функции $R(t)$ из (1.2), специфичной для турбулентности в однородной жидкости, на функцию

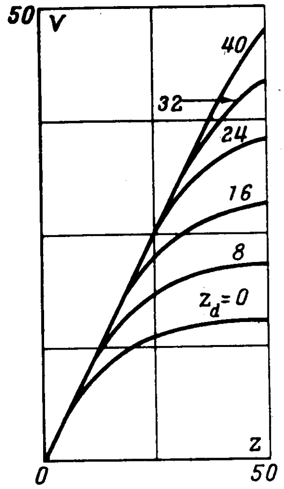
$$R'(t) = R(t)Y(t-T') \qquad (2.1)$$

$$T' = \frac{C'y_0}{u}, \quad y_0 \sim k_0^{-1}, \quad Y(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

где y_0 — некоторый характерный масштаб, пропорциональный d и возрастающий с увеличением c в области достаточно малых c, в которой справедливы сделанные выше допущения и, в частности, можно пренебрегать влиянием примеси на энергосодержащие вихри и на полную интенсивность турбулентности.

Удобно перейти далее к безразмерным переменным

$$V = \frac{U}{u^*}, \qquad z = \frac{u^* y}{\nu}, \qquad u^* = \frac{\tau_0}{\rho} \qquad (2.2)$$



Фиг. 2

где u^* — динамическая скорость трения, выраженная через касательное напряжение τ_0 на стенке.

Интерес здесь представляют лишь качественные особенности явления, поэтому используем ниже простую аппроксимацию (1.4). В этом случае, используя (1.1) в уравнениях движения, получаем следующее представление для профиля безразмерной скорости у стенки:

$$V(z) = z, \quad z < zi, \qquad \alpha = m_1 \delta (u^* / \nu) \qquad (2.3)$$

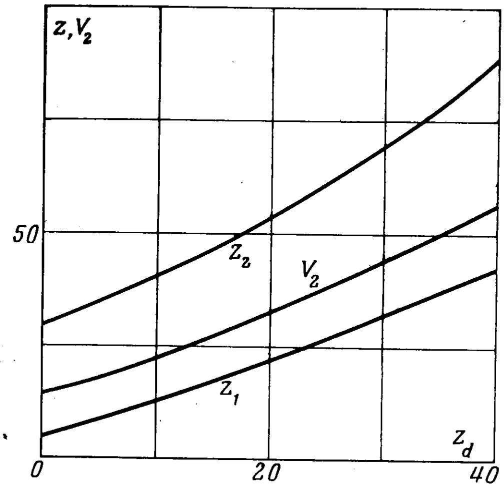
$$V(z) = 2\int_0^z \left\{ 1 + \left[1 + 4\varkappa^2 z^2 \left(\exp\frac{-z_0}{\alpha} - \exp\frac{-z}{\alpha} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} dz, \qquad z > z_0$$

Видно, что увеличение z_0 способствует появлению более крутого профиля скорости у стенки.

В конкретных расчетах было принято $\varkappa = 0.40$, $\alpha = 30.4$ (основания для такого выбора α приводятся ниже). Профили скорости вблизи гладкой стенки, вычисленные согласно (2.3), показаны на фиг. 2, где цифры у кривых отмечают соответствующее значение z_0. Видно, что с увеличением параметра z_0 градиент скорости в пристеночной области увеличивается, что соответствует расширению слоя почти ламинарного течения у стенки. В дальнейшем при $z \gg z_0$ различие между профилями скорости, отвечающими разным z_0, сглаживается, так как все они имеют обычный логарифмический характер и идут почти эквидистантно. Это обстоятельство также согласуется с большинством опытных данных. Однако поскольку увеличение скорости потока вблизи стенки составляет, несмотря на очень малую толщину переходного слоя, весьма значительную долю от максимальной скорости потока, ясно, что увеличение скорости в этом слое будет в сильной степени воздействовать на гидравлические характеристики течения в целом.

При отсутствии частиц ($z_0 = 0$ в (2.3)) границы вязкого подслоя z_1 и переходного слоя z_2 определяются условно из равенств $z_1 = 5$, $z_2 = 30$. При $z_0 \neq 0$ определим эти границы так, чтобы член с $\varkappa^2$ в (2.3), рассматриваемый как функция z_1 или z_2, был равен его значениям при $z_0 = 0$ и $z_1 = 5$ или $z_2 = 30$ соответственно. Зависимости z_1 и z_2 от z_0 приведены на фиг. 3. На этой же фигуре показана зависимость от z_0 скорости V_2 на границе переходного слоя с логарифмическим. Видно, что увеличение z_0 приводит к росту z_2 и еще более значительному возрастанию толщины вязкого подслоя z_1.

Идея о преимущественном влиянии частиц именно на пристеночную турбулентность высказывалась и ранее (см., например, [1] и обсуждение в [4]). В экспериментах увеличение скорости V_2 в переходном слое должно восприниматься как появление некоего эффективного «скольжения» жидкости у стенки. Объяснение эффекта снижения сопротивления при помощи такого скачка скорости у стенки было предложено еще Олдройдом в 1948 г. и подтверждено, например, опытами в [7].



Фиг. 3

Отметим, что указанные расчеты были проведены для режима постоянного перепада давления в течении, т. е. при постоянном τ_0. Нетрудно видеть, что легко рассмотреть таким же путем и какой-либо другой режим, например режим постоянного расхода жидкости Q.

3. Рассмотрим теперь подробнее влияние отмеченного выше утолщения вязкого и переходного слоев на гидравлические характеристики турбулентного течения. Для определенности исследуем установившийся поток в круглой гладкой трубе при постоянном напряжении τ_0. Кроме того, для простоты пренебрегаем дефектом скорости в ядре течения.

Согласно (2.3) профиль скорости вне вязкого и переходного слоев можно приближенно представить в виде

$$V(r') \approx D \ln (R' - r') + B, \quad R' = \frac{u^* R}{\nu}, \quad r' = \frac{u^* r}{\nu} \tag{3.1}$$

где R — радиус трубы, D и B — постоянные. Имеются различные рекомендации для выбора D и B при течении однородной жидкости; ниже используем значения $D = 2.5$ и $B = 5.5$, первоначально предложенные Никурадзе для течения в трубе с гладкими стенками. Из (2.3) и обсуждения в п. 2 явствует, что при малых c величина D не зависит от факта присутствия частиц в жидкости и может быть приравнена своему значению для потока однородной жидкости. Постоянная B должна, очевидно, определяться из условия совпадения $V(z_2)$ из (3.1) со скоростью на границе переходного слоя V_2, определенной в п. 2. Таким образом, имеем уравнение

$$B \approx V_2 - \ln z_2 \tag{3.2}$$

Решение этого уравнения относительно α в частном случае $z_0 = 0$, $D = 2.5$, $B = 5.5$ дает $\alpha = 30.4$, что и использовано в расчетах.

Пренебрегая жидкостью, протекающей через малое сечение тонкого переходного слоя, для полного расхода жидкости Q запишем на основании (3.1) соотношение

$$\frac{Q}{\pi R^2 u^*} \sim D\left(\ln R' - \frac{3}{2}\right) + B \approx D \ln \frac{R'}{z_2} + V_2 - \frac{3}{2} D \tag{3.3}$$

Используя (3.2) и (3.3), для приращения ΔQ потока, обусловленного добавлением частиц, получаем при условии неизменности перепада давления в трубе следующее выражение:

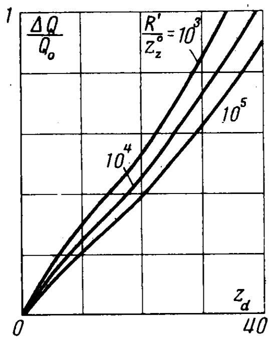
$$\frac{\Delta Q}{\pi R^2 u^*} \sim \Delta V_2 - D \ln \frac{z_2}{z_2^\circ}, \quad \Delta V_2 = V_2 - V_2^\circ, \quad \Delta Q = Q - Q^\circ \tag{3.4}$$

где градус сверху обозначает величины, относящиеся к однородному течению без частиц.

Из (3.3) и (3.4) имеем также выражение для относительного увеличения потока

$$\frac{\Delta Q}{Q^\circ} \approx \frac{\Delta V_2 - D\ln(z_2/z_2^\circ)}{V_2 + D[\ln(R'/z_2^\circ) - {}^3/_2]} \qquad (3.5)$$

Отсюда нетрудно получить зависимости $\Delta Q / Q^\circ$ от различных параметров, а также провести качественное рассмотрение и режима постоянного расхода $Q = \mathrm{const}$.



Фиг. 4

Зависимости $\Delta Q / Q^\circ$ от z_0 при различных значениях параметра R' / z_2° (цифры у кривых) приведены на фиг. 4. Входящие в (3.4) величины z_2 и V_2 определялись по результатам п. 2. Относительное увеличение потока при добавлении частиц быстро возрастает с z_0, т. е. с увеличением размера и концентрации частиц в смеси. Разумеется, это заключение справедливо только в рамках сделанного предположения о незначительном влиянии частиц на энергосодержащие вихри. При значительном увеличении и c, и d существенную роль могут играть различные неучтенные здесь явления — влияние частиц на крупные вихри, увеличение эффективной вязкости смеси, удары частиц о стенки и т. п. Поэтому при чрезмерном увеличении c и d можно ожидать резкого понижения $\Delta Q / Q^\circ$, что и наблюдалось, например, в [6] на системе вода — резиновая крошка.

В области малых концентраций увеличение $\Delta Q / Q^\circ$ соответствует наблюдаемому снижению коэффициента гидравлического сопротивления в режиме постоянного расхода. Усиление эффекта с возрастанием c и d в этой области наблюдалось во всех цитированных опытах [1–6].

Из предложенной модели следует также, что частицы не будут влиять на турбулентность, если их размеры меньше внутреннего колмогоровского масштаба турбулентности, что соответствует $z_d \ll 1$ в (3.4). Это согласуется с точкой зрения, высказанной в [8], результатами [9] и экспериментом в [3]. В этих опытах частицы с диаметром около 1 *мк* не оказывали заметного влияния на течение даже при довольно высоких концентрациях их. Существенное снижение сопротивления появлялось лишь с дальнейшим увеличением концентрации, когда имела место агломерация частиц с образованием сравнительно крупных агрегатов.

Согласно (3.4) и кривым на фиг. 4, величина $\Delta Q / Q^\circ$ убывает с ростом радиуса трубы R, т. е. с возрастанием числа Рейнольдса при условии постоянства τ_0. Это связано, конечно, с общим ослаблением влияния скачка скорости у стенки на полный поток жидкости при увеличении поперечного сечения трубы, а следовательно, и увеличении максимальной скорости в течении.

Рассмотрим теперь зависимость $\Delta Q / Q^\circ$ от Re при фиксированном радиусе трубы. Учитывая, что $\mathrm{Re} \sim u^*$, видим, что z_0 линейно возрастает с увеличением Re. Последнее влечет за собой возрастание числителя выражения (3.4) приблизительно по линейному закону, в то время как знаменатель этого выражения растет примерно как $\ln \mathrm{Re}$. Поэтому увеличение Re способствует возрастанию $\Delta Q / Q^\circ$ или при $Q = \mathrm{const}$ снижению гидравлического сопротивления. Такая закономерность отмечена, в частности, в [6].

Пусть теперь течение осуществляется в шероховатой трубе с высотой шероховатости z'. Ясно, что в этом случае структура переходного слоя определяется в основном вихрями, размеры которых больше z'. Поэтому частицы с такими размерами, что $z_0 < z'$, не будут оказывать заметного влияния на поток, каким бы сильным ни было их влияние на снижение сопротивления при течении в гладкой трубе. Иными словами, при оценке воздействия частиц на течение величина z' заменяет в этом случае колмогоровский масштаб турбулентности. Если $z_0 > z'$, то частицы по-прежнему будут приводить к ламинаризации течения в пристеночной области и снижению эффективного сопротивления. При этом должно, очевидно, наблюдаться уменьшение кажущейся величины шероховатости. Последнее подтверждается прямыми лабораторными опытами [2], а также наблюдениями в натурных условиях, например, исследованием скорости течения в придонной области реки Нил при различной степени заиленности воды [15].

В целом предложенная модель влияния частиц на турбулентность проста до примитивности. Но как цитированные, так и другие известные эксперименты качественно подтверждают или по крайней мере не противоречат этой модели, хотя в ряде случаев непосредственное суждение о согласованности ее с опытными данными затруднено ввиду нерегулярности формы использованных частиц, их структуры, упругих свойств и т. п. Из прямых подтверждений модели можно указать на опыты, в которых добавки, снижающие гидравлическое сопротивление, непосредственно впрыскивали либо в пристенную, либо в центральную области течения. В первом случае обычно наблюдали немедленное снижение сопротивления, во втором снижение сопротивления наступало лишь после того, как добавки диффундировали в пристенную область (см., например, [16]). Все это позволяет заключить, что обсуждаемая модель качественно верно отражает существо явления снижения гидравлического сопротивления в турбулентных потоках.

Примечание при корректуре. Недавно были проведены эксперименты по снижению сопротивления в растворах полиакрилатида, где профиль скорости в вязком и переходном слоях измерялся непосредственно [17]. Последнее стало возможным в связи с использованием лазерного измерителя скорости [18], обладающего очень высокой разрешающей способностью. Измеренные профили имеют в точности ту же форму, что и профили на фиг. 2, и полностью подтверждают точку зрения, излагаемую в этой работе. Автор благодарен М. Радду за информацию об этих опытах, проведенных в Кавэндишской лаборатории (Кембридж, Англия).

ЛИТЕРАТУРА

1. Wilson W. E. Mechanics of flow with noncolloidal inert solids. Trans. Amer. Soc. Civil Engrs, 1942, vol. 107, p. 1576.
2. Vanoni V. A. Transportation of suspended sediment by water. Trans. Amer. Soc. Civil Engrs, 1946, vol. 111, p. 67.
3. Eissenberg D. M., Bogue D. C. Velocity profiles of thoria suspensions in turbulent pipe flow. Amer. Inst. Chem. Engrs J., 1964, vol. 10, p. 723.
4. Bobkowicz A. J., Gauvin W. H. The effects of turbulence on the flow characteristics of modal fibre suspensions. Chem. Engng Sci., 1967, vol. 22, p. 229.
5. McCarty H. E., Olson J. H. Turbulent flow of gas-solid suspensions. Industr. Engng Chem. Fundament., 1968, vol. 7, p. 471.
6. Аскеров Б. А., Буевич Ю. А., Расизаде Я. М. Об изменении режимов движения и снижении сопротивления при введении частиц в поток вязкой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.
7. Virk P. S., Merrill E. W., Mickley H. S., Smith K. A., Mollo-Christensen E. L. The Toms phenomenon: turbulent pipe flow of dilute polymer solutions. J. Fluid Mech., 1967, vol. 30, p. 305.
8. Баренблатт Г. И., Калашников В. Н. О влиянии надмолекулярных образований в разбавленных растворах полимеров на турбулентность. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.
9. Буевич Ю. А. О диффузии взвешенных частиц в поле изотропной турбулентности. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.
10. Лойцянский Л. Г. Полуэмпирические теории взаимодействия молекулярного и молярного обмена в турбулентном движении жидкости. Тр. Всес. съезда теор. прикл. механ., Изд-во АН СССР, 1962.
11. Bujewitsch J. A. Bemerkung über die Konstruktion von Modellen für wandnahe Turbulentz. Z. angew. Math. Mech., 1969, Bd 49, S. 372.
12. Van Driest E. R. On turbulent flow near a wall. J. Aeronaut. Sci., 1956, vol. 23, p. 1007.
13. Szablewski W. Über turbulente Scherströmunger. Mber. Dt. Acad. Wiss., 1967, Bd 9, S. 557.
14. Буевич Ю. А. О взаимодействии стоксовой частицы со случайным турбулентным полем несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
15. Buckley A. B. The influence of silt on the velocity of flowing water in open channels. Minutes Proc. Inst. Civil Engrs., 1922, vol. 216, p. 183.
16. Wells C. S., Spangler J. G. Injection of drug-reducing fluid into turbulent pipe flow of a Newtonian fluid. 1967, vol. 10, p. 1890.
17. Rudd M. J. Measurements made on a drag reducing solution with laser velocimeter. Nature, 1969, vol. 224, No. 5219, p. 587.
18. Rudd M. J. The laser dopplermeter — a practical instrument. Optics Technology, vol. 1, November, 1969, p. 85.