

## ОБТЕКАНИЕ КОНУСА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА ПОД УГЛОМ АТАКИ

М. М. ВАСИЛЬЕВ

(Москва)

Получено решение задачи о сверхзвуковом обтекании бесконечного кругового конуса с учетом членов  $O(\epsilon^2)$ , где  $\epsilon$  — отношение угла атаки к углу полураствора конуса. В отличие от известного решения Стоуна в уравнении сохранения энтропии удерживались члены более высокого порядка малости, чем основные члены, что позволило обеспечить правильное поведение энтропии и некоторых связанных с ней функций во всем потоке, включая вихревой слой.

Результаты численных расчетов сравнивались с решением Стоуна [1, 2] и решением методом сеток [3].

1. Решение рассматриваемой задачи было получено Стоуном в виде отрезка степенного ряда по углу атаки  $\alpha$  с учетом членов  $O(\alpha^2)$ . Результаты расчетов по формулам Стоуна опубликованы в виде таблиц Копадом [4, 5]<sup>1</sup>.

Ферри [7] показал, что решение Стоуна будет неверным в малой окрестности поверхности обтекаемого конуса (в вихревом слое) и, сделав некоторые предположения, дал формулы для вычисления поправок к компонентам скорости на поверхности конуса с точностью  $O(\alpha)$ . Виллетт [8] уточнил формулы Ферри, учитывая члены  $O(\alpha^2)$ .

Структура вихревого слоя в первом приближении была исследована в работах Вудса [9, 10], Ченга [11] и Б. М. Булаха [12]. Применяя метод сращиваемых асимптотических разложений, Мансон [13] и Вудс [14] получили решение рассматриваемой задачи с точностью  $O(\alpha^2)$ .

Решение в виде отрезка двойного ряда для случая гиперзвукового обтекания получено в работах Ченга [15] и Я. Г. Сапункова [16].

2. Рассмотрим стационарное обтекание под углом атаки бесконечного кругового конуса сверхзвуковым потоком невязкого газа.

Введем цилиндрическую систему координат  $(z, r, \varphi)$ , ось  $Oz$  которой направлена вдоль оси конуса (фиг. 1).

Пусть  $\omega = r/z$ ,  $\beta$  — угол полураствора конуса,  $\omega = f(\varphi)$  — уравнение поверхности присоединенной ударной волны.

В переменных

$$\xi = \frac{\omega - \operatorname{tg} \beta}{f(\varphi) - \operatorname{tg} \beta}, \quad \vartheta = \varphi \quad (2.1)$$

уравнения конического течения можно привести к виду

$$\Omega \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi} = B \left[ w^2 - \omega \Omega u - w \sqrt{1 + \omega^2} \left( \frac{\partial v}{\partial \vartheta} + \frac{\xi f' u}{1 + \omega^2} \right) \right] \quad (2.2)$$

$$\gamma p \frac{\partial v}{\partial \xi} + \Omega \frac{\partial p}{\partial \xi} = -B \left\{ \gamma p \left[ v + 2\omega u + \sqrt{1 + \omega^2} \left( \frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \frac{\xi f'}{f - \operatorname{tg} \beta} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) \right] + w \sqrt{1 + \omega^2} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right\} \quad (2.3)$$

<sup>1</sup> В этих таблицах, как отмечено в работе [9], была допущена систематическая ошибка.

$$\Omega \frac{\partial w}{\partial \xi} = -B \left[ w \left( v + \omega u + \sqrt{1 + \omega^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{\sqrt{1 + \omega^2}}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{\xi f'}{f - \operatorname{tg} \beta} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) \right] \quad (2.4)$$

$$\Omega \frac{\partial S}{\partial \xi} + B w \sqrt{1 + \omega^2} \frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad \left( S = \frac{p}{\rho^\gamma} \right) \quad (2.5)$$

$$\frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} \quad (\text{интеграл Бернулли}) \quad (2.6)$$

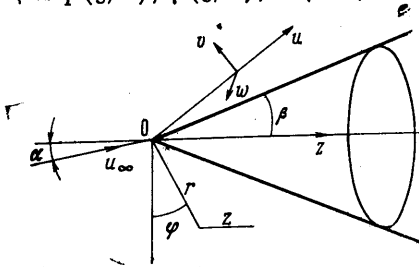
Здесь  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей,  $S$  — функция энтропии, которую для краткости будем называть просто энтропией,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  — компоненты скорости в сферических координатах (фиг. 1)

$$\omega = \operatorname{tg} \beta + (f - \operatorname{tg} \beta) \xi, \quad f' = \frac{df}{d\theta}, \quad \Omega = v - \frac{\xi w f'}{\omega \sqrt{1 + \omega^2}}, \quad B = \frac{f - \operatorname{tg} \beta}{\omega (1 + \omega^2)}$$

скорость отнесена к критической скорости  $c_*$ , плотность — к плотности набегающего потока  $\rho_\infty$ , давление — к  $\rho_\infty c_*^2$ .

Граничными условиями на ударной волне (при  $\xi = 1$ ) являются условия сохранения массы, энергии и трех компонент потока импульса; на теле (при  $\xi = 0$ )  $v = 0$ .

Рассматриваемая задача состоит в приближенном определении функций  $p(\xi, \theta)$ ,  $\rho(\xi, \theta)$ ,  $u(\xi, \theta)$ ,  $v(\xi, \theta)$ ,  $w(\xi, \theta)$  и  $f(\theta)$ , удовлетворяющих уравнениям (2.2)–(2.6) и граничным условиям при  $\xi = 0$  и  $\xi = 1$ .



Фиг. 1

3. Примем в качестве малого параметра, по степеням которого будет делаться разложение, не угол атаки  $\alpha$ , как в работе Стоуна, а отношение угла атаки к углу полураствора конуса  $\epsilon = \alpha / \beta$ . Такой выбор малого параметра является более правильным, так как в случае тонкого конуса угол атаки, равный, например, углу полураствора, малым считать нельзя.

Рассмотрим сначала решение, аналогичное решению Стоуна. Представим искомые функции в виде

$$\begin{aligned} p &= p_0(\xi) + \epsilon p_{1c}(\xi) \cos \theta + \epsilon^2 [p_{2c}(\xi) + p_{3c}(\xi) \cos 2\theta] \\ \rho &= \rho_0(\xi) + \epsilon \rho_{1c}(\xi) \cos \theta + \epsilon^2 [\rho_{2c}(\xi) + \rho_{3c}(\xi) \cos 2\theta] \\ u &= u_0(\xi) + \epsilon u_{1c}(\xi) \cos \theta + \epsilon^2 [u_{2c}(\xi) + u_{3c}(\xi) \cos 2\theta] \\ v &= v_0(\xi) + \epsilon v_{1c}(\xi) \cos \theta + \epsilon^2 [v_{2c}(\xi) + v_{3c}(\xi) \cos 2\theta] \\ w &= \epsilon w_{1c}(\xi) \sin \theta + \epsilon^2 w_{3c}(\xi) \sin 2\theta \\ f &= f_0 + \epsilon f_{1c} \cos \theta + \epsilon^2 (f_{2c} + f_{3c} \cos 2\theta) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Подставляя эти выражения в уравнения (2.2)–(2.6) и в граничные условия и удерживая члены одинакового порядка по  $\epsilon$ , можно получить три краевых задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Для величин с индексом 0 получится нелинейная краевая задача, решение которой представляет собой известное решение Тейлора — Макколла [17] (конус под нулевым углом атаки). Для величин с индексом 1С получится линейная краевая задача — аналог краевой задачи для первого приближения Стоуна. Аналог второго приближения Стоуна получится для величин с индексами 2С и 3С.

Стоун пользовался сферическими координатами, связанными с набегающим потоком; в результате области определения коэффициентов различных приближений у него получились различными. Решение же, аналогичное решению Стоуна, но полученное в координатах  $\xi, \theta$ , этим недостатком не обладает, так как в этих координатах границы возмущенного течения не зависят от номера приближения. Это решение будем в дальнейшем называть решением Стоуна.

Однако это решение, как и решение, полученное Стоуном, дает неправильное поведение энтропии и связанных с ней функций в вихревом слое. Известно, что энтропия на конусе должна быть постоянной, но в первом приближении Стоуна она получается переменной, а во втором — бесконечной.

Как впервые заметил Ферри [7], неправильное поведение энтропии в решении Стоуна объясняется тем, что в первом приближении Стоуна, учитываемом формально только члены  $O(\varepsilon)$ , второе слагаемое левой части уравнения (2.5) не учитывается. Но при  $\xi \rightarrow 0$  первое слагаемое стремится к нулю, так как  $\Omega \rightarrow 0$ , а второе слагаемое, имеющее порядок  $\varepsilon^2$ , к нулю не стремится и становится главным при малых значениях  $\xi$ .

4. Пусть  $w = \varepsilon W$ . Обозначая только в этом выражении параметр  $\varepsilon$  временно другой буквой, перепишем уравнение (2.5) в виде

$$\Omega \frac{\partial S}{\partial \xi} + \delta BW \sqrt{1 + \omega^2} \frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad (4.1)$$

Уравнение  $n$ -го приближения получаем, удерживая формально в уравнении (4.1) члены  $O(\varepsilon^n)$  и полагая затем  $\delta = \varepsilon$ . В частности, в первом приближении, принимая  $W = w_{1c} \sin \theta^1$ , получаем следующее линейное уравнение:

$$g(\xi) \frac{\partial S_1}{\partial \xi} + \varepsilon \sin \theta \frac{\partial S_1}{\partial \theta} = 0 \quad (4.2)$$

где

$$g(\xi) = \frac{v_0}{B_0 w_{1c} \sqrt{1 + \omega_0^2}}, \quad B_0 = \frac{f_0 - \text{tg} \beta}{\omega_0 (1 + \omega_0^2)}, \quad \omega_0 = \text{tg} \beta + (f_0 - \text{tg} \beta) \xi$$

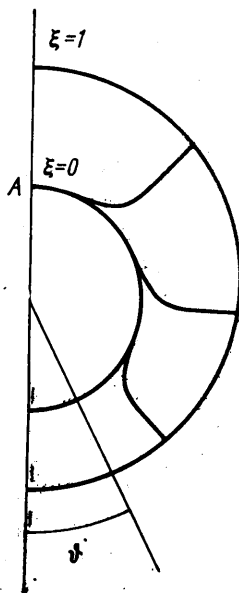
индекс 1 означает первое приближение.

Представим приближенно граничное условие для уравнения (4.2) в виде

$$S_1(1, \theta) = \sum_{k=0}^N \sigma_{1k} \cos k\theta = \sum_{k=0}^N \tau_{1k} \cos^k \theta \quad (4.3)$$

Коэффициенты  $\sigma_{1k}$  (или  $\tau_{1k}$ ) с помощью граничных условий на ударной волне можно выразить через коэффициенты Фурье функции  $f_1(\theta)$ , определяющей форму ударной волны.

<sup>1</sup> Б. М. Булах [12] показал, что функция  $w$  в решении Стоуна является правильной всюду, включая вихревой слой по крайней мере в членах  $O(\alpha)$ .



Фиг. 2

Решение уравнения (4.2), удовлетворяющее граничному условию (4.3), имеет следующий вид:

$$S_1(\xi, \vartheta) = \sum_{k=0}^N \tau_{1k} F^k(\xi, \vartheta) \quad (4.4)$$

где

$$F(\xi, \vartheta) = \frac{1 - b^2(\xi) \operatorname{tg}^2(\vartheta/2)}{1 + b^2(\xi) \operatorname{tg}^2(\vartheta/2)}, \quad b(\xi) = \exp \left[ \varepsilon \int_{\xi}^1 \frac{d\zeta}{g(\zeta)} \right]$$

Поведение линий постоянной энтропии на плоскости  $z = \text{const}$  определяется функцией  $F(\xi, \vartheta)$  (вдоль линий  $F = \text{const}$  энтропия постоянна).

При достаточно малых значениях  $\varepsilon$  функция  $b(\xi)$  близка к единице на большей части отрезка  $[0, 1]$ , прилегающей к ударной волне, и, следовательно, линии постоянной энтропии близки к лучам  $\vartheta = \text{const}$  (в первом приближении Стоуна линии постоянной энтропии совпадают с лучами  $\vartheta = \text{const}$ ). При  $\xi \rightarrow 0$  функция  $b(\xi)$  резко убывает до нуля, а линии постоянной энтропии поворачивают к особой точке  $A$  (фиг. 2).

5. При выводе уравнения первого приближения для энтропии учитывался член  $O(\varepsilon^2)$ . Остальные уравнения и граничные условия можно получить, представляя искомые функции в виде отрезков степенных рядов по  $\varepsilon$  и удерживая члены  $O(\varepsilon)$ .

Таким образом, в первом приближении получается система, состоящая из трех дифференциальных уравнений, интеграла Бернулли и выражения для энтропии (4.4), где

$$S_1 = S_0 \left( \frac{p_1}{p_0} - \gamma \frac{\rho_1}{\rho_0} \right), \quad S_0 = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \quad (5.1)$$

Интеграл Бернулли и выражение для энтропии (4.4) используются для определения функций  $\rho_1$  и  $u_1$ .

Исключив из дифференциальных уравнений  $\rho_1$  и  $u_1$ , ищем остальные неизвестные функции первого приближения в виде<sup>1</sup>

$$p_1(\xi, \vartheta) = \sum_{k=0}^N p_{1k}(\xi) \cos k\vartheta, \quad v_1(\xi, \vartheta) = \sum_{k=0}^N v_{1k}(\xi) \cos k\vartheta$$

$$w_1(\xi, \vartheta) = \sum_{k=1}^N w_{1k}(\xi) \sin k\vartheta, \quad f_1(\vartheta) = \sum_{k=0}^N f_{1k} \cos k\vartheta$$

Чтобы получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений для  $p_{1k}(\xi)$ ,  $v_{1k}(\xi)$  и  $w_{1k}(\xi)$ , нужно представить в виде отрезков рядов Фурье правые части дифференциальных уравнений первого приближения, в которые входит функция  $F(\xi, \vartheta)$ .

Коэффициенты Фурье этой функции вычисляются по формулам

$$F_0(\xi) = \frac{1 - b(\xi)}{1 + b(\xi)}, \quad F_k(\xi) = (-1)^{k+1} 4b(\xi) \frac{[1 - b(\xi)]^{k-1}}{[1 + b(\xi)]^{k+1}} \quad (k \geq 1) \quad (5.2)$$

Максимум модулей коэффициентов  $F_k(\xi)$  убывает с ростом  $k$  довольно медленно:  $\max |F_k(\xi)| = O(1/k)$ , хотя при фиксированном  $\xi$   $|F_k(\xi)|$  убывает как геометрическая прогрессия. Поэтому  $\rho_1$  и  $u_1$  вычисляются не

<sup>1</sup> В численных расчетах принималось  $N = 3$ .

с помощью отрезков рядов Фурье, а по формулам

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{\gamma} \left( \frac{p_1}{p_0} - \frac{S_1}{S_0} \right), \quad u_1 = -\frac{1}{u_0} \left[ v_0 v_1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_0}{\rho_0} \frac{p_1}{p_0} - \frac{\rho_1}{\rho_0} \right] \quad (5.3)$$

где  $S_1$  определяется по формуле (4.4).

При решении же системы дифференциальных уравнений применяется разложение

$$F(\xi, \theta) = \sum_{k=0}^N F_{1k}(\xi) \cos k\theta \quad (5.4)$$

так как функция  $F(\xi, \theta)$  умножается на величины  $O(\xi)$  при  $\xi \rightarrow 0$ , а  $\max |F_k(\xi)|$  достигается при  $\xi = O(k^{-1/\epsilon})$ .

Уравнение (2.4) имеет особенность при  $\xi = 0$ , и, для того чтобы величины  $w_{1k}(0)$  были конечными, необходимо, чтобы  $w_{1k}(0)$  и  $p_{1k}(0)$  были связаны соотношением

$$w_{1k}(0) = \frac{kp_{1k}(0)}{\rho_0(0)u_0(0)\sin \beta} \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (5.5)$$

Если выполнены условия (5.5), то при малых  $\xi$  получаем

$$w_{1k}(\xi) = w_{1k}(0) + C_{1k}\sqrt{\xi} \quad (5.6)$$

где  $C_{1k}$  — произвольные постоянные.

Решение рассматриваемой системы дифференциальных уравнений ищется в виде суммы линейной комбинации линейно независимых решений, удовлетворяющих граничным условиям при  $\xi = 0$  и соответствующих различным значениям параметров  $p_{1k}(0)$ ,  $f_{1k}(k = 0, 1, \dots, N)$  и  $C_{1k}(k = 1, 2, \dots, N)$ , и решения неоднородной системы, удовлетворяющего граничным условиям при  $\xi = 0$  и соответствующего нулевым значениям параметров  $p_{1k}(0)$ ,  $f_{1k}$  и  $C_{1k}$ .

Эти параметры выбираются так, чтобы на ударной волне (при  $\xi = 1$ ) удовлетворялось  $3N + 2$  граничных условия.

Из остальных  $2(N + 1)$  граничных условий при  $\xi = 1$   $N + 1$  условие удовлетворяется автоматически в силу интеграла Бернулли и  $N + 1$  условие используется для выражения  $\tau_{1k}$  через  $f_{1k}$ .

Не рассматривая здесь подробно второе приближение, отметим лишь, что все коэффициенты дифференциальных уравнений вычислялись с использованием решения Стоуна; в выражениях же для  $\rho_2$  и  $u_2$ , полученных из интеграла Бернулли и формулы для энтропии, использовались  $\rho_1$  и  $u_1$ , а не  $\rho_{1c}$  и  $u_{1c}$ .

6. Численные расчеты проводились для различных случаев обтекания конуса с углом полураствора  $\beta = 20^\circ$ , а также для одного варианта при  $\beta = 30^\circ$ .

Как и следовало ожидать, отличие полученного решения от решения Стоуна в основном сосредоточено в вихревом слое.

Для сравнения с решением методом сеток [3] в табл. 1 и 2 приводятся значения плотности  $\rho$  и компоненты скорости  $u$ , вычисленные при  $\gamma = 1.4$  и различных числах Маха набегающего потока  $M_\infty$ , углах атаки  $\alpha$  и углах полураствора конуса  $\beta$ .

Индекс в таблицах означает номер приближения; без индекса приводятся величины, полученные методом сеток.

В табл. 1 даются  $\rho$  и  $u$  при  $\theta = 90^\circ$ , в табл. 2 те же величины приводятся в особой точке  $A$  (фиг. 2). Из приведенных функций наиболее за-

Таблица 1

$\xi$	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho$	$u_1$	$u_2$	$u$
$M_\infty = 3, \alpha = 5^\circ, \beta = 20^\circ (\varepsilon = 0.25) \phi = 90^\circ$						
0	2.010	1.979	1.980	1.739	1.731	1.731
0.05	2.030	2.007	2.008	1.748	1.741	1.742
0.10	2.030	2.011	2.011	1.748	1.742	1.742
0.20	2.025	2.010	2.010	1.748	1.741	1.741
0.60	1.957	1.958	1.959	1.734	1.726	1.726
1.00	1.833	1.850	1.851	1.707	1.698	1.699
$M_\infty = 3, \alpha = 10^\circ, \beta = 20^\circ (\varepsilon = 0.5) \phi = 90^\circ$						
0	1.979	1.856	1.869	1.726	1.693	1.691
0.05	2.001	1.905	1.916	1.735	1.707	1.708
0.10	2.007	1.925	1.933	1.738	1.710	1.714
0.20	2.009	1.948	1.953	1.741	1.712	1.712
0.60	1.954	1.958	1.962	1.732	1.699	1.699
1.00	1.834	1.906	1.906	1.707	1.672	1.672
$M_\infty = 5, \alpha = 5^\circ, \beta = 20^\circ (\varepsilon = 0.25) \phi = 90^\circ$						
0	2.820	2.763	2.773	2.010	2.003	2.003
0.05	2.966	2.922	2.925	2.032	2.027	2.027
0.10	2.979	2.937	2.939	2.034	2.029	2.029
0.20	2.988	2.951	2.952	2.035	2.030	2.030
0.60	2.945	2.931	2.932	2.035	2.026	2.026
1.00	2.825	2.841	2.841	2.027	2.017	2.017
$M_\infty = 7, \alpha = 5^\circ, \beta = 30^\circ (\varepsilon = 1/6) \phi = 90^\circ$						
0	4.157	4.165	4.168	1.862	1.859	1.859
0.001	4.508	4.472	—	1.905	1.906	—
0.01	4.569	4.529	—	1.912	1.913	—
0.05	4.620	4.578	4.579	1.919	1.918	1.918
0.10	4.644	4.602	4.602	1.922	1.921	1.921
0.20	4.667	4.626	4.626	1.925	1.922	1.922
0.60	4.652	4.626	4.626	1.928	1.921	1.921
1.00	4.549	4.545	4.545	1.924	1.914	1.914

Таблица 2

	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho$	$u_1$	$u_2$	$u$
$M_\infty = 3, \alpha = 5^\circ, \beta = 20^\circ (\varepsilon = 0.25)$						
$\xi = 0, \phi \rightarrow 180^\circ$	1.657	1.677	1.680	1.797	1.793	1.793
$\phi = 180^\circ, \xi \rightarrow 0$	1.722	1.731	1.735	1.824	1.817	1.817
$M_\infty = 3, \alpha = 10^\circ, \beta = 20^\circ (\varepsilon = 0.5)$						
$\xi = 0, \phi \rightarrow 180^\circ$	1.272	1.351	1.376	1.841	1.828	1.824
$\phi = 180^\circ, \xi \rightarrow 0$	1.403	1.437	1.468	1.894	1.868	1.869
$M_\infty = 5, \alpha = 5^\circ, \beta = 20^\circ (\varepsilon = 0.25)$						
$\xi = 0, \phi \rightarrow 180^\circ$	2.065	2.140	2.152	2.054	2.054	2.054
$\phi = 180^\circ, \xi \rightarrow 0$	2.500	2.467	2.475	2.119	2.110	2.110
$M_\infty = 7, \alpha = 5^\circ, \beta = 30^\circ (\varepsilon = 1/6)$						
$\xi = 0, \phi \rightarrow 180^\circ$	3.240	3.425	3.414	1.907	1.913	1.914
$\phi = 180^\circ, \xi \rightarrow 0$	4.448	4.401	4.396	2.054	2.046	2.046

метное отличие от результатов расчетов методом сеток имеет плотность. При  $M_\infty = 3$ ,  $\alpha = 5^\circ$ ,  $\beta = 20^\circ$ ,  $\phi = 90^\circ$  максимальное отличие  $\rho_2$  от  $\rho$  составляет примерно 0.05%, а в особой точке  $A$  0,23%. С увеличением угла атаки  $\alpha$  до  $10^\circ$ , что соответствует уже довольно большому значению  $\varepsilon = 0.5$ , это отличие возрастает при  $\phi = 90^\circ$  примерно до 0.7%, а в особой точке  $A$  — до 2.2%.

Увеличение числа Маха набегающего потока при фиксированных значениях прочих параметров приводит к возрастанию градиентов  $\rho$  и  $u$  в вихревом слое. При этом отличие полученных значений этих функций от результатов расчетов методом сеток возрастает. Например, при увеличении  $M_\infty$  от 3 до 5 ( $\alpha = 5^\circ$ ,  $\beta = 20^\circ$ ) максимальное отличие  $\rho_2$  от  $\rho$  возрастает при  $\phi = 90^\circ$  примерно от 0.05 до 0.36%, а в особой точке — от 0.23 до 0.55%.

В таблицах приводятся также данные для случая  $M_\infty = 7$ ,  $\alpha = 5^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ . В этом варианте функции  $\rho$  и  $u$  имеют еще более резкие изменения в вихревом слое, но максимальное отличие предлагаемого решения от решения методом сеток все же невелико (при  $\phi = 90^\circ$  оно составляет менее 0.1%, а в особой точке  $A$  не превышает 0.4%). Для этого варианта  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $u_1$  и  $u_2$  приводятся не только при тех значениях  $\xi$ , которые имеются в работе [3], но и при  $\xi = 0.001$  и  $\xi = 0.01$ .

В заключение автор выражает признательность К. И. Бабенко за руководство работой.

Поступило 4 VIII 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Stone A. H. On supersonic flow past a slightly yawing cone. J. Math. Phys., 1948, vol. 27, No. 1.
2. Stone A. H. On supersonic flow past a slightly yawing cone II. J. Math. Phys., 1952, vol. 30, No. 4.
3. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.
4. Kopal Z. Tables of supersonic flow around cones. Cambridge, Mass., 1947, No. 3.
5. Kopal Z. Tables of supersonic flow around cones of large yaw. Cambridge, Mass., 1949, No. 5.
6. Ferri A., Ness N., Kaplita T. Supersonic flow over conical bodies without axial symmetry. J. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20, No. 8.
7. Ferri A. Supersonic flow around circular cones at angles of attack. NASA, Rept., 1951, No. 1045.
8. Willett J. E. Supersonic flow at the surface of a circular cone at angle of attack. J. Aero Space Sci., 1960, vol. 27, No. 12.
9. Woods B. A. The flow close to the surface of a yawed cone in a supersonic stream. Appl. Mech. Amsterdam — New York, Elsevier Publ. CO., 1962, pp. 209—210.
10. Woods B. A. The flow close to the surface of a circular cone at incidence to a supersonic stream. Aeronaut. Quart., 1962, vol. 13, No. 2.
11. Cheng H. K. On the structure of vortical layers in supersonic and hypersonic flows. J. Aero Space Sci., 1960, vol. 27, No. 2.
12. Будах Б. М. Сверхзвуковой поток около наклоненного кругового конуса. ПММ, 1962, т. 26, вып. 2.
13. Munson A. G. The vortical layer on an inclined cone. J. Fluid Mech., 1964, vol. 20, No. 4.
14. Woods B. A. The supersonic flow past a circular cone at incidence, Aeronaut. Res. Council, Repts and Mem., 1965, No. 3413.
15. Cheng H. K. Hypersonic flows past a yawed circular cone and other pointed bodies. J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, No. 2.
16. Сапунков Я. Г. Круговой конус под углом атаки в гиперзвуковой полосе. В сб.: «Трансзвуковые течения газа», Саратов, Саратовский ун-т, 1964.
17. Taylor G. J. Air pressure on a cone moving at high speeds. Proc. Roy. Soc. A, 1933, vol. 139, pp. 278—311.