

## ИЗЛУЧЕНИЕ УДАРНОГО СЛОЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ВОЗДУХОМ

В. П. СТУЛОВ, Е. Г. ШАПИРО

(Москва)

Решена задача о течении излучающего воздуха в ударном слое, образующемся при гиперзвуковом обтекании затупленных тел. Выход излучения сильно изменяет поле температуры и плотности газа и практически не влияет на давление и скорость. Показано, что учет излучения в спектральных линиях весьма важен при решении задачи об излучающем течении. Распределения лучистого потока по контуру сферы, отнесенного к лучистому потоку в критической точке, при различных значениях скорости набегающего потока  $v_\infty$  и размера тела  $R$  аппроксимируются однопараметрическим семейством функций, причем параметр зависит только от  $v_\infty$ . При удалении от критической точки радиационный поток уменьшается значительно быстрее конвективного.

В последнее время был опубликован обзор работ по лучистому теплообмену при гиперзвуковом обтекании, выполненных до 1967 г. [1].

Авторы в качестве первостепенных задач выдвигают необходимость учета спектральности, высвечивания, а также поглощения в ударном слое и в пограничном слое, содержащем продукты разрушения обтекаемого тела. В последние два с половиной года эти вопросы изучались в ряде работ [2-9]. В работах [3, 5, 8, 9] рассматривалась окрестность критической точки; двумерная задача обтекания решалась в [4, 5, 7]. Наиболее близкий к реальному спектр излучающего воздуха учитывался в [2, 3, 9], где использовалась модель, разработанная под руководством Л. М. Бибермана. Поглощение в пограничном слое учитывалось в работах [6-9]. В [6, 7] сделан вывод о слабом взаимодействии конвективного и лучистого теплообмена. В работе [8] показана возможность заметного снижения лучистого потока к телу за счет поглощения продуктами разрушения теплозащитного покрытия. Здесь решена двумерная задача обтекания с использованием модели излучающего воздуха из работы [2].

**1. Постановка задачи.** При формулировке задачи движения тела в земной атмосфере с большой скоростью приходится учитывать целый ряд физических процессов, существенно влияющих на обтекание. Среди главных обычно рассматривают: 1) неравновесные физико-химические превращения, связанные с молекулярной структурой газа, 2) явление молекулярного переноса и эффекты разреженности, 3) излучение. На фиг. 1 на диаграмме скорость  $v_\infty$  км/сек и высота  $H$  км по результатам ряда работ проведена оценка влияния всех трех групп процессов на обтекание сферы радиусом 2 м. Кривые 1 и 2 [10] отмечают влияние разреженности и вязкости; для условий полета, соответствующих кривой 1, ударная волна и пограничный слой сливаются в сплошную зону вязкого течения; для кривой 2 толщина ударной волны  $\Delta \sim 0.1 \epsilon$ , толщина пограничного слоя  $\delta \sim 0.2 \epsilon$ , при этом  $\epsilon$  — толщина ударного слоя. Ниже кривой 2 обтекание следует рассматривать в рамках идеальной газовой динамики. Кривые 3 и 4 учитывают влияние неравновесности возбуждения колебательных степеней свободы [11] ( $v_\infty = 4$  км/сек), диссоциации [12] ( $v_\infty \leq 8-9$  км/сек)

и ионизации [2] ( $v_\infty > 10$  км/сек). Для кривых 3 и 4 длины зоны релаксации на оси течения соответственно будут  $l_p \sim \epsilon$ ,  $l_p \sim 0.1 \epsilon$ . Ниже кривой 4 течение равносесное. Для условий полета, соответствующих точкам кривой 5, имеем  $q_c = q_r$  (конвективный поток тепла в критическую точку равен лучистому). Ниже этой кривой  $q_r > q_c$ , выше неравенство имеет обратный смысл.

Здесь рассматривается обтекание тела с радиусом затупления  $\sim 0.5-4$  м потоком газа со скоростями  $v_\infty = 10 \div 16$  км/сек на высоте  $H \leq 75$  км. Из фиг. 1 следует, что в большей части этой области  $q_r > q_c$ , пограничный слой на теле достаточно тонок, а течение в ударном слое можно считать равновесным.

Ранее высказывалась мысль о возможности утолщения пограничного слоя за счет выхода излучения. Ниже с помощью численного решения будет показано, что градиенты температуры, связанные с выходом излучения, значительно меньше изменений температуры в пограничном слое.

По-видимому, существенное увеличение толщины пограничного слоя в излучающем течении возможно лишь вследствие интенсивного разрушения поверхности обтекаемого тела.

Итак, рассматривается гиперзвуковое обтекание затупленных тел потоком воздуха при наличии излучения в ударном слое. Вязкостью, теплопроводностью и диффузией пренебрегается. Предполагается, что воздух находится в термическом равновесии. Система уравнений движения имеет вид

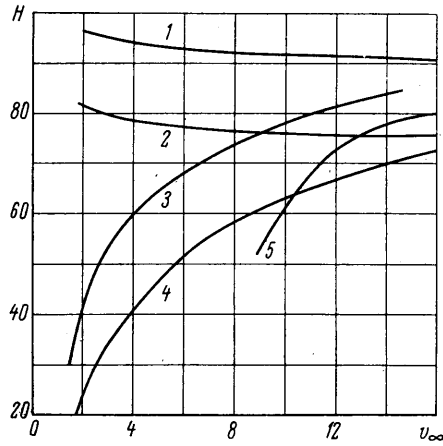
$$\begin{aligned} \nabla \cdot \rho \mathbf{v} &= 0 & (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \rho^{-1} \nabla p &= 0 \\ \rho \mathbf{v} \cdot \nabla (h + \frac{1}{2} v^2) + Q &= 0, & h &= h(p, T), \quad \rho = \rho(p, T) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $Q$  — дивергенция интегрального по спектру лучистого потока. Функции  $h$  и  $\rho$  вычислялись по аппроксимациям работы [13]. Модель излучающего воздуха полностью заимствована из [2]. Там же приведены выражения для  $Q$ , имеющие вид кратных интегралов от некоторых функций температуры.

В качестве граничных условий, как обычно, рассматриваются условия Гюгонио на ударной волне и условия непроницаемости на поверхности тела. Предполагается далее [2], что среда вне ударного слоя не излучает, так что интенсивность излучения на границах для направлений, идущих внутрь ударного слоя, равна нулю. Вообще говоря, в данной задаче необходимо поставить граничные условия для излучения на некоторых поверхностях внутри ударного слоя, ограничивающих его снизу по потоку. Однако аппроксимация излучающего объема локально плоским слоем, использованная в данной работе, исключает эту необходимость.

Система (1.1) записывается в сферической системе координат  $r, \theta, \psi$ , ось которой совпадает с осью течения. В качестве искоемых функций выбираются радиальная и окружная компоненты скорости, давление и температура. Безразмерные переменные вводятся по формулам

$$u^* = v_\infty u, \quad v^* = v_\infty v, \quad p^* = \rho_\infty v_\infty^2 p, \quad T^* = T_\infty T, \quad r^* = Rr \quad (1.2)$$



Фиг. 1

Для решения задач использовался метод итераций. В  $k$ -й итерации величина  $Q$  считается известной. Решается задача об обтекании тела при наличии заданного распределенного стока тепла  $Q$  методом Г. Ф. Теленина, описанным, например, в работе [12] для класса задач с переменной вдоль линии тока энтропией. В преобразованных координатах  $\xi, \theta$ , где  $\xi = (r - r_b) / (r_s - r_b)$  система уравнений (1.1), разрешенная относительно производной по  $\xi$ , имеет вид

при  $\theta = 0$  (на оси симметрии)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} &= -\frac{a}{1 - u^2 c^{-2}} \left[ 2(u + V_0) - \frac{\rho_T \varepsilon}{\rho^2 a h_T} \Gamma Q \right] \\ \frac{\partial V_0}{\partial \xi} &= -\frac{r_b'' + \xi e''}{r} \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{a}{u} \left[ \frac{p''}{\rho} + V_0(V_0 + u) \right] \\ \frac{\partial P}{\partial \xi} &= \frac{a\rho}{1 - u^2 c^{-2}} \left[ 2u(u + V_0) - \frac{u\rho_T \varepsilon}{\rho^2 a h_T} \Gamma Q \right], \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = T_p \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\varepsilon}{\rho u h_T} \Gamma Q \end{aligned} \quad (1.3)$$

при  $\theta > 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} &= \frac{1}{A} \left[ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi} + av^2 - avu' \right] \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} &= \frac{1}{A} \left[ -\frac{a}{\rho} p' + \frac{b}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi} - av(v' + u) \right] \\ \frac{\partial p}{\partial \xi} &= \frac{a\rho}{1 + b^2 - A^2 c^{-2}} \left[ v(v - u') + u(v' + 2u + v \operatorname{ctg} \theta) - \right. \\ &\quad \left. - b(uv + v^2 \operatorname{ctg} \theta - \frac{p'}{\rho}) + \frac{A}{\rho} c^{-2} v p' - \frac{A\rho_T \varepsilon}{\rho^2 a h_T} \Gamma Q \right] \\ \frac{\partial T}{\partial \xi} &= T_p \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{A} \left[ av(T_p p' - T') - \frac{\varepsilon}{\rho h_T} \Gamma Q \right] \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь

$$\varepsilon = r_s - r_b, \quad a = \varepsilon / r, \quad b = (r_b' + \xi e') / r, \quad A = u - bv, \quad V_0 = v'(\xi, 0)$$

$$T_p = \frac{1}{h_T} \left( \frac{1}{\rho} - h_p \right), \quad c^{-2} = \rho_p + T_p \rho_T, \quad \Gamma = \frac{R}{\rho_\infty v_\infty^3}$$

Штрихи означают производную по  $\theta$ , индексы  $T, p$  означают частные производные по температуре и давлению.

В соответствии с методом итераций при вычислении  $Q$  распределение газодинамических параметров считается известным. Поскольку рассматривается гиперзвуковое обтекание, толщина ударного слоя во всей области мала по сравнению с радиусом кривизны любой из его границ. Поэтому в каждом сечении  $\theta = \operatorname{const}$  ударный слой можно рассматривать как плоский. Такое предположение существенно упрощает запись  $Q$ ; оно использовалось в ряде работ [4, 7].

Предположение о плоском слое несправедливо либо в окрестности излома, либо резкого искривления образующей контура тела. В таких областях, где газ расширяется и охлаждается, взаимодействие переноса излуче-

ния с течением носит второстепенный характер. Излучение в таких областях можно вычислить после решения задачи обтекания с предположением о плоском слое по известному распределению температуры и плотности.

Из уравнений (1.3), (1.4) следует, что в критической точке и на контуре обтекаемого тела имеет место особенность. Она связана с бесконечным временем движения частицы газа от ударной волны до критической точки при стационарном обтекании тела идеальным газом. В работе [3] сформулировано условие конечности температуры частицы газа в критической точке: излучаемая этой частицей энергия должна быть равна поглощаемой доли энергии, приходящей из всего излучающего объема, т. е. должно быть  $Q = 0$ . Там же исследовано асимптотическое поведение  $T$  вблизи критической точки. Очевидно, в каждой итерации используемого здесь метода условие  $Q^{(k)} = 0$  не выполняется и значение  $T$  и других параметров при  $\xi = 0$  находится путем экстраполяции. С целью выяснения влияния особой точки на решение в ее окрестности проводилось интегрирование при малых  $\xi$  с различными значениями шага  $\Delta\xi$ . Уменьшение  $\Delta\xi$  в пять раз привело к незначительному изменению  $T(\xi)$  при  $\xi \leq 0.05$ . Разумеется, такой алгоритм вычислений не дает точного значения «равновесной» температуры на поверхности тела, соответствующей условию  $Q = 0$ . Поэтому при формулировке условий на внешней границе пограничного слоя следует рассматривать полученное здесь решение идеальной задачи при значениях  $\xi$ , соответствующих толщине пограничного слоя, а не при  $\xi = 0$ , как это обычно делается в задачах обтекания с постоянной вдоль линий тока энтропией. Ситуация здесь полностью аналогична случаю химической релаксации [11, 12].

Отличное от нуля значение  $Q$  в критической точке не влияет на положение ударной волны (и профиль радиальной скорости), поскольку в первом уравнении (1.3) второе слагаемое при малых  $\xi$  всегда меньше первого.

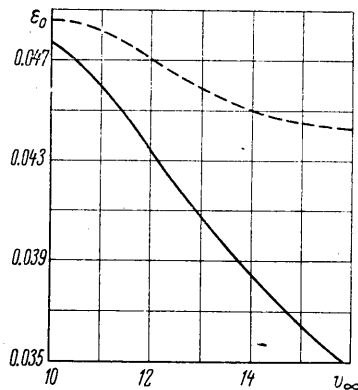
**2. Влияние излучения на течение в ударном слое.** Расчеты течения в ударном слое были проведены для сферы радиуса  $R$  от 0.1 до 4 м при скоростях набегающего потока в диапазоне  $10 \leq V_\infty \leq 16$  км/сек. Во всех расчетах принималось  $p_\infty = 10^{-4}$  атм.

Потери энергии за счет выхода излучения из ударного слоя приводят к значительному охлаждению и увеличению плотности газа; толщина ударного слоя при этом уменьшается. На фиг. 2 представлены зависимости отхода ударной волны на оси течения  $\varepsilon_0$  от скорости  $v_\infty$  для сферы радиуса  $R = 2$  м. Сплошная линия показывает  $\varepsilon_0(v_\infty)$  с учетом излучения, штриховая линия — без излучения. При  $v_\infty = 16$  км/сек толщина ударного слоя уменьшается примерно на одну треть.

Охлаждение излучением практически не влияет на поле скорости и давления. Сильнее всего излучение сказывается на распределении касательной составляющей скорости вблизи поверхности тела (см. фиг. 3). Это связано со значительным изменением плотности, так как при малых  $\xi$

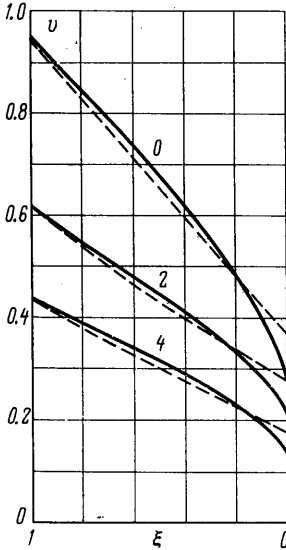
$$v(bv_\xi + av') \sim \rho^{-1}(bp_\xi - ap') \quad (2.1)$$

а распределение давления почти не зависит от излучения. На фиг. 3 при-

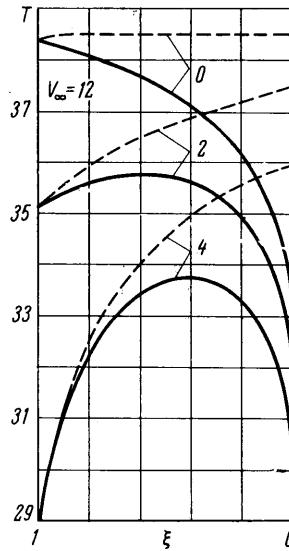


Фиг. 2

ведено распределение  $v$  для варианта с  $v_\infty = 14$  км/сек,  $R = 2$  м. Кривые 0, 2, 4 дают распределения вдоль лучей  $\theta = 0$  (0),  $\theta = 0.49$  (2),  $\theta = 0.75$  (4). Сплошные линии соответствуют учету излучения, штриховые — случаю без излучения.



Фиг. 3



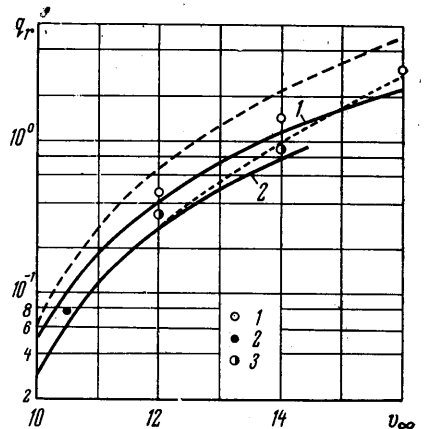
Фиг. 4

Распределение температуры в ударном слое для варианта с  $v_\infty = 12$  км/сек,  $R = 2$  м приведено на фиг. 4 (значения  $T$  отнесены к  $T_\infty = 300^\circ \text{K}$ ). Система обозначений аналогична фиг. 3. Выход излучения приводит к образованию неизоэнтальной области в ударном слое вблизи поверхности тела, так как частица газа находится здесь достаточно долго и успевает потерять значительное количество тепловой энергии. Абсолютное

значение падения температуры, например, вдоль оси симметрии составляет около  $4000^\circ \text{K}$  при  $v_\infty = 16$  км/сек. Однако следует отметить, что изменения  $T$ , вызванные выходом излучения, все же много меньше соответствующих изменений температуры в пограничном слое. Принимая градиент температуры в ударном слое вблизи тела (например, при  $0.05 \leq \xi \leq 0.15$ ) за единицу, для представленного на фиг. 4 примера получим, что в пограничном слое  $\Delta T / \Delta \xi \sim 20$ , если считать, что  $T_b \sim 2000^\circ \text{K}$ , а толщина пограничного слоя  $\delta \sim 0.1$  ед.

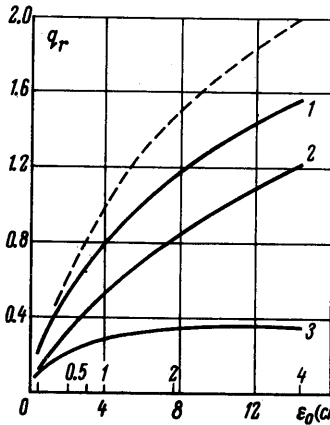
**3. Излучение ударного слоя.** Для анализа теплообмена в рассматриваемом диапазоне параметров необходимо достаточно точное знание величины радиационного потока на тело, поскольку лучистый теплообмен становится преобладающим. На фиг. 5 приведена зависимость лучистого потока в критическую точку  $q_{r0}$  кет/см<sup>2</sup> от  $v_\infty$  км/сек для  $R = 2$  м (кривая 1) и  $R = 1$  м (кривая 2). Штрихами показано распределение  $q_{r0}$  без учета радиационного охлаждения. Вследствие охлаждения ударного слоя излучением  $q_{r0}$  существенно уменьшается.

Сделана попытка сравнить результаты данных расчетов с другими работами. Точками 1 показаны данные работ [2, 3] по изучению слоя за прямой ударной волной. Толщина слоя соответствует обтеканию сферы радиусом 2 м. Учет торможения частицы газа несколько снижает  $q_{r0}$ , однако даже при  $V_\infty = 16$  км/сек расхождение не превышает 25%.

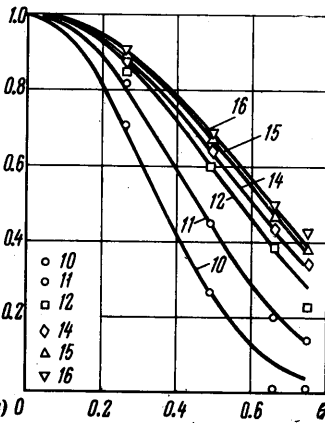


Фиг. 5

Точка 2 показывает результаты работы [4] для  $v_\infty = 10,5$  км/сек,  $H = 65$  км,  $R = 1$  м. Излучение в линиях в работе [4] явно не учитыва-



Фиг. 6



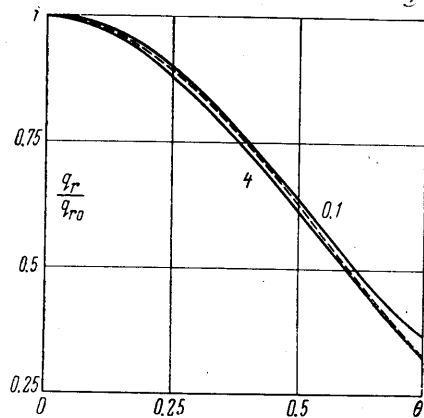
Фиг. 7

лось. Небольшое превышение над результатами данной работы частично может иметь место за счет большего давления в набегающем потоке.

Точки 3 взяты из работы [9], где использовалась та же самая модель излучающего воздуха, что и в данной работе, и учитывался пограничный слой. Расчеты [9] сделаны для  $v_\infty = 12$  и  $14$  км/сек,  $R = 1$  м,  $p_\infty = 10^{-4}$  атм. Небольшое превышение результатов свидетельствует, во всяком случае, о слабом влиянии пограничного слоя. Наконец, пунктиром показаны расчеты по формуле (6.3) работы [1] для  $p_\infty = 10^{-4}$  атм,  $R = 2$  м.

Вклады линейчатого и непрерывного спектров изменяются со скоростью  $v_\infty$  аналогично полному потоку  $q_{r0}$ .

С увеличением радиуса сферы лучистый поток в критическую точку увеличивается, причем за счет поглощения это увеличение медленнее линейного закона. Качественно это изменение повторяет результаты [3] для слоя за прямой ударной волной. Расчеты проводились для  $v_\infty = 14$  км/сек; данные представлены на фиг. 6. Нижняя шкала по оси абсцисс показывает толщину ударного слоя  $\epsilon_0$ , верхняя — радиус сферы  $R$ . С ростом  $R$  различие  $q_{r0}$  для плоского (штриховая линия) и ударного слоев (кривая 1) монотонно возрастает и при  $R = 4$  м составляет около 20%. Интересно отметить, что вклад непрерывного спектра (кривая 3) для  $R > 1$  м почти не изменяется.



Фиг. 8

Рассмотрим далее распределение безразмерного лучистого потока  $q_r/q_{r0}$  вдоль образующей сферы. Данные для различных  $v_\infty$  при  $R = 2$  м представлены на фиг. 7. Номера кривых и значков соответствуют значению скорости набегающего потока для данного варианта. Значками показаны значения  $q_r/q_{r0}$  из численного решения при  $\theta_1 = 0.26$ ,  $\theta_2 = 0.49$ ,  $\theta_3 = 0.66$ ,  $\theta_4 = 0.75$ . Оказалось, что результаты расчетов хорошо аппрокси-

мируются аналитическими зависимостями

$$q_r / q_{r0} = \cos^n \theta \quad (3.1)$$

которые на фиг. 7 показаны сплошными линиями. Величина  $n$  зависит от скорости  $v_\infty$  и для  $v_\infty = 10, 11, 12, 14, 15, 16$  км/сек имеет значения 10.7, 6.5, 4.1, 3.6, 3.2, 3.05 соответственно.

Зависимость  $q_r / q_{r0}$  оказалась практически одной и той же для различных значений радиуса обтекаемого тела. Проводились расчеты для  $v_\infty = 14$  км/сек,  $R = 0.1, 0.5, 1, 2, 4$  м. Величина  $q_r / q_{r0}$  представлена на фиг. 8 для  $R = 0.1$  м (верхняя кривая) и  $R = 4$  м (нижняя кривая). Зависимости для других  $R$  лежат между этими кривыми. Штрихами показана аппроксимация

$$q_r / q_{r0} = \cos^{3.6} \theta \quad (3.2)$$

Сравнение распределений лучистого и конвективного потока тепла по сфере показывает, что лучистый поток с удалением от критической точки уменьшается значительно быстрее конвективного. Распределение безразмерного конвективного потока удовлетворительно описывается формулой [14]

$$q_c / q_{c0} = \cos^2 \theta \quad (3.3)$$

Отсюда следует важный вывод, что область поверхности тела, в которой радиационный нагрев превышает конвективный, сосредоточена в передней части обтекаемого тела. Например, при  $v_\infty = 14$  км/сек,  $R = 2$  м условие  $q_r = q_c$  выполняется при  $\theta = 0.98$ .

Институт механики МГУ

Поступило 10 VII 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коньков А. А., Нейланд В. Я., Николаев В. М., Пластинин Ю. А. Проблемы лучистого теплообмена в гиперзвуковой аэродинамике. *Теплофизика высоких температур*, 1969, т. 7, вып. 1.
2. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Лагарьков А. Н., Стулов В. П., Теленин Г. Ф., Шапиро Е. Г., Якубов И. Т. Течение воздуха за фронтом сильной ударной волны с учетом неравновесной ионизации и излучения. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1967, № 6.
3. Стулов В. П., Шапиро Е. Г. Влияние излучения на теплообмен в критической точке затупленного тела. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1969, № 2.
4. Боголепов В. В., Елькин Ю. Г., Нейланд В. Я. Расчет течения вязкого излучающего газа около тупоносого тела. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1968, № 4.
5. Белоцерковский О. М., Фомин В. Н. Расчет течений излучающего газа в ударном слое. *Ж. вычислит. матем. и матем. физ.*, 1969, т. 9, № 2.
6. Анфимов Н. А., Шари В. П. Решение системы уравнений движения селективно излучающего газа в ударном слое. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1968, № 3.
7. Хошизаки, Уилсон. Конвективный и лучистый теплообмен при входе со сверхорбитальной скоростью. *Ракетная техника и космонавтика*, 1967, т. 5, № 1.
8. Хошизаки, Лэшер. Конвективный и лучистый теплообмен на поверхности тела с уносом массы. *Ракетная техника и космонавтика*, 1968, т. 6, № 8.
9. Биберман Л. М., Бронин С. Я. К теории нагрева при гиперзвуковом обтекании. *Докл. АН СССР*, 1968, т. 482, № 3.
10. Авдучевский В. С., Иванов А. В. Течение разреженного газа вблизи передней критической точки затупленного тела при гиперзвуковых скоростях. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1968, № 3.
11. Стулов А. П., Турчак Л. И. Обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха с учетом колебательной релаксации. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1966, № 5.
12. Стулов В. П., Теленин Г. Ф. Неравновесное обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1965, № 1.
13. Крайко А. Н. Аналитическое представление термодинамических функций воздуха. *Ижж. ж.*, 1964, т. 4, вып. 3.
14. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равномерно диссоциирующего воздуха. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1966, № 2.