

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ЗАКРУЧЕННОМ ГАЗОВОМ ПОТОКЕ В КАНАЛЕ

Л. И. КРИВЧИКОВА

(Ленинград)

Известно несколько работ [1-3], в которых решается задача о ламинарном пограничном слое в несжимаемой жидкости на стенках осесимметричного канала при наличии закрутки во внешнем потоке. В работе [3] для решения указанной задачи применен параметрический метод Л. Г. Лойцянского [4, 5], обобщенный на случай трехмерного потока.

В предлагаемой статье параметрический метод интегрирования «универсальных» уравнений распространен на решение задачи о ламинарном пограничном слое на стенках осесимметричного канала в случае закрученного потока газа.

1. Постановка задачи и вывод универсальных уравнений газового потока в пограничном слое. Рассмотрим установившееся ламинарное движение газа в пограничном слое на стенках осесимметричного канала при наличии закрутки во внешнем потоке и теплоотдачи с поверхности.

Предполагаем, что никакие физико-химические процессы в газе не происходят и температура стенки сохраняет постоянное значение. Примем обычную для таких задач систему координат, а именно оси x и y направим в плоскости меридионального сечения вдоль образующей и перпендикулярно к ней. Через u и v обозначим проекции вектора скорости в пограничном слое на оси x и y соответственно, а через w — окружную составляющую скорости в пограничном слое.

При указанном выборе системы координат и при основных упрощающих предположениях теории пограничного слоя уравнения установившегося ламинарного движения газа в пограничном слое для случая, когда связь между коэффициентом динамической вязкости и абсолютной температурой дается формулой Чепмена — Рубезина [6], могут быть представлены в форме (штрих — производная по x)

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{w^2}{r} r' \right) &= - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + uw \frac{r'}{r} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\rho u r'}{r} &= 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\rho \left(u \frac{\partial h_0}{\partial x} + v \frac{\partial h_0}{\partial y} \right) = \frac{1}{P} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial h_0}{\partial y} \right) - \left(\frac{1}{P} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial h}{\partial y} \right)$$

$$p = \frac{k-1}{k} \rho h, \quad \frac{\mu}{\mu_1} = C \frac{h}{h_1},$$

$$C = \left(\frac{T_w}{T_s} \right)^{1/2} \frac{T_w + T_s}{T_s + T_1}, \quad P = \frac{C_p \mu}{\lambda}, \quad k = \frac{C_p}{C_v}$$

$$\begin{aligned} u = v = w = 0, \quad h_0 = h_{0w} \quad \text{при } y = 0 \\ u \rightarrow u_e(x), \quad w \rightarrow w_e(x), \quad h_0 \rightarrow h_1 \quad \text{при } y \rightarrow \infty \\ u = u_0(y), \quad w = w_0(y), \quad h_0 = h_0^0(y) \quad \text{при } x = x_0 \end{aligned}$$

Здесь ρ — плотность газа в пограничном слое, μ — динамический коэффициент вязкости, h — энтальпия, h_0 — полная энтальпия, p — давление, P — число Прандтля, C_p — теплоемкость при постоянном давлении, C_v — теплоемкость при постоянном объеме, λ — коэффициент теплопроводности, $r(x)$ — радиус сечения канала, C — постоянная в законе Чепмена — Рубезина, $x = x_0$ — абсцисса начального сечения слоя, в котором задается профиль скоростей и распределение энтальпии.

Индексы e и 1 соответственно относятся к внешнему потоку и к условиям адiabатически и изентропически заторможенного внешнего потока.

Уравнения Эйлера для внешнего потока имеют вид

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_e \left(u_e u_e' - w_e^2 \frac{r'}{r} \right) \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 = \rho_e \left(u_e w_e' + u_e w_e \frac{r'}{r} \right) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Из второго уравнения следует, что

$$w_e r = \text{const}, \quad \text{или} \quad \frac{r'}{r} = -\frac{w_e'}{w_e} \quad (1.3)$$

Применим к системе (1.1) сначала преобразование Степанова [7]

$$X = \int_0^x r^2(\xi) d\xi, \quad Y = r(x)y, \quad V^0 = \frac{v}{r} + \frac{r'(x)}{r^2} yu \quad (1.4)$$

(при сохранении всех остальных параметров потока), а затем преобразование Дорондицина — Стюартсона [8]

$$\xi = \int_0^X C \chi_e^{\kappa_1} dX, \quad \eta = \chi_e^{\kappa_2} \int_0^Y \frac{\rho}{\rho_e} dY \quad (1.5)$$

$$U = \chi_e^{-1/2} \bar{u}, \quad V = \chi_e^{-1/2} v^*, \quad W = \chi_e^{-1/2} w$$

$$\chi_e = \frac{T_e}{T_1} = \left(\frac{a_e}{a_1} \right)^2 = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_e^2 \right)^{-1}, \quad \kappa_1 = \frac{3k-1}{2(k-1)}$$

$$v^* = \frac{1}{C} \chi_e^{-\kappa_1} \left(u \frac{\partial \eta}{\partial x} + V^0 \chi_e^{\kappa_2} \frac{\rho}{\rho_e} \right), \quad \kappa_2 = \frac{k+1}{2(k-1)}$$

Введя тепловую функцию $S = h_0/h_1 - 1$ и используя соотношения (1.2) и (1.3), придем к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial \xi} + V \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{W^2}{W_e} W_e' = (1+S)(U_e U_e' + W_e W_e') + v_1 \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \\ U \frac{\partial W}{\partial \xi} + V \frac{\partial W}{\partial \eta} - UW \frac{W_e'}{W_e} = v_1 \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2}, \quad \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0 \\ U \frac{\partial S}{\partial \xi} + V \frac{\partial S}{\partial \eta} = \\ = \frac{1}{P} v_1 \left\{ \frac{\partial^2 S}{\partial \eta^2} - (1-P) \frac{M_e^2(k-1)/2}{1+M_e^2(k-1)/2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left[\left(\frac{U}{U_e} \right)^2 + \left(\frac{W}{W_e} \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned}
 U = V = W = 0, \quad S = S_w \quad \text{при } \eta = 0 \\
 U \rightarrow U_e, \quad W \rightarrow W_e, \quad S \rightarrow 0 \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty \\
 U = U_0(\eta), \quad W = W_0(\eta), \quad S = S_0(\eta) \quad \text{при } \xi = \xi_0
 \end{aligned}$$

Для решения полученной системы уравнений применим метод Л. Г. Лойцянского.

Параметрический метод Л. Г. Лойцянского заключается в приведении основных уравнений ламинарного пограничного слоя к виду, не содержащему характерного для отдельных частных задач распределения скорости на внешней границе пограничного слоя. В этом методе путем исключения продольной координаты и замены ее системой последовательных формпараметров, заключающих в себе влияние распределения скорости на внешней границе пограничного слоя, удается преобразовать уравнения пограничного слоя к универсальному виду; универсальность позволяет произвести в том или ином приближении численное интегрирование раз и навсегда с последующим табулированием основных, характерных для пограничного слоя, величин. При наличии такого рода таблиц решение отдельных конкретных задач сводится к необходимости в каждом определенном случае проинтегрировать лишь одно обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка.

Следуя идее метода Л. Г. Лойцянского, используем преобразование

$$x = \xi, \quad y = \frac{B\eta}{\Delta_{11}^{**}}, \quad \Delta_{11}^{**} = \int_0^{\infty} \frac{U}{U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e}\right) d\eta \quad (1.7)$$

где B — некоторый нормирующий множитель, Δ_{11}^{**} — условная толщина пограничного слоя, а профили скоростей в пограничном слое представим следующим образом:

$$U = U_e \partial \Phi(x, y) / \partial y, \quad W = W_e \varphi_2(x, y) \quad (1.8)$$

После подстановки в уравнения системы (1.6) выражений (1.8) в уравнения пограничного слоя войдут некоторые комплексы, зависящие от скоростей внешнего потока и их производных. Эти комплексы положим в основу построения рядов параметров, введение которых позволит рассматриваемую систему уравнений сделать универсальной, т. е. не зависящей от характера внешнего потока. Для данной задачи получим два ряда параметров

$$\begin{aligned}
 f_n = U_e^{n-1} \frac{\partial^n U_e}{\partial x^n} z^{**n} \quad (n=1, 2, \dots) \quad \left(z^{**} = \frac{\Delta_{11}^{**2}}{v_1} \right) \\
 \sigma_n = \left(W_e \frac{dW_e}{dx} \right)^{(n-1)} U_e^{n-2} z^{**n} \quad (n=1, 2, \dots)
 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Параметры f_n , содержащие производные от скорости U_e , характеризуют влияние продольного распределения скорости во внешнем потоке, а параметры σ_n — степень его закрутки.

После введения параметров f_n и σ_n уравнения пограничного слоя принимают вид (для $P = 1$)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^3 \Phi}{\partial y^3} + \frac{f_1}{B^2} \Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \left[1 + \frac{U_e}{U_e'} \Theta \right] + \Theta = \frac{1}{\Delta_{11}^{**}} \frac{d\Delta_{11}^{**}}{dx} \\
 + \frac{f_1}{B^2} \left[1 + S - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\sigma_1}{B^2} [1 + S - \varphi_2^2] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{f_1 U_e}{B^2 U_e'} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right], \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} + \frac{f_1}{B^2} \Phi \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \left[1 + \frac{U_e}{U_e'} \Theta \right] = \\
&= \frac{f_1 U_e}{B^2 U_e'} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right], \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{f_1}{B^2} \Phi \frac{\partial S}{\partial y} \left[1 + \frac{U_e}{U_e'} \Theta \right] = \\
&= \frac{f_1 U_e}{B^2 U_e'} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] \quad (1.10)
\end{aligned}$$

Для определения величины Θ воспользуемся интегральным уравнением импульсов (для продольного течения), представленным в одном из следующих видов:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \xi} = \frac{U_e'}{U_e} F + \frac{U_e''}{U_e'} f_1, \quad \frac{dz^{**}}{d\xi} = \frac{F}{U_e} \quad (1.11)$$

$$F = 2[\zeta_1 - f_1(2 + H_1) - \sigma_1(H_2 + H_{22})]$$

$$\zeta_1 = \left[\frac{\partial U/U_e}{\partial \eta / \Delta_{11}^{**}} \right]_{\eta=0}, \quad H_1 = \frac{\Delta_{11}^*}{\Delta_{11}^{**}} = \frac{1}{B} \int_0^\infty \left(1 + S - \frac{U}{U_e} \right) d\eta \quad (1.12)$$

$$H_2 = \frac{\Delta_{21}^*}{\Delta_{11}^{**}} = \frac{1}{B} \int_0^\infty \left(1 + S - \frac{W}{W_e} \right) d\eta,$$

$$H_{22} = \frac{\Delta_{22}^{**}}{\Delta_{11}^{**}} = \frac{1}{B} \int_0^\infty \frac{W}{W_e} \left(1 - \frac{W}{W_e} \right) d\eta$$

Перейдем в правых частях уравнений (1.10) от производной по x к производным по параметрам f_n , σ_n согласно формуле перехода

$$\frac{\partial}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{df_n}{dx} \frac{\partial}{\partial f_n} + \frac{d\sigma_n}{dx} \frac{\partial}{\partial \sigma_n} \right) = \frac{U_e'}{U_e f_1} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\theta_n \frac{\partial}{\partial f_n} + \vartheta_n \frac{\partial}{\partial \sigma_n} \right)$$

$$\theta_n = \frac{U_e}{U_e'} f_1 \frac{df_n}{dx} = (n-1) f_1 f_n + n F f_n + f_{n+1}$$

$$\vartheta_n = \frac{U_e}{U_e'} f_1 \frac{d\sigma_n}{dx} = (n-2) f_1 \sigma_n + n F \sigma_n + \sigma_{n+1}$$

Тогда, используя еще соотношение (1.11), получаем универсальные уравнения пограничного слоя

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^3 \Phi}{\partial y^3} + \frac{F + 2f_1}{2B^2} \Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{f_1}{B^2} \left[1 + S - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] + \\
&+ \frac{\sigma_1}{B^2} [1 + S - \varphi_2^2] = \frac{1}{B^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\theta_n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial f_n \partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial f_n} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + \right. \\
&\left. + \vartheta_n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial \sigma_n} - \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_n} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) \right], \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} + \frac{F + 2f_1}{2B^2} \Phi \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} =
\end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{B^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\theta_n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \varphi_2}{\partial f_n} - \frac{\partial \Phi}{\partial f_n} \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right) + \vartheta_n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \sigma_n} - \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_n} \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right) \right] \\
&\frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{F + 2f_1}{2B^2} \Phi \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{B^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\theta_n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial f_n} - \frac{\partial \Phi}{\partial f_n} \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \vartheta_n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial \sigma_n} - \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_n} \frac{\partial S}{\partial y} \right) \right]
\end{aligned}$$

с граничными условиями

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad S = S_w \quad \text{при } y = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \rightarrow 1, \quad \varphi_2 \rightarrow 1, \quad S \rightarrow 0 \quad \text{при } y \rightarrow \infty$$

$$\Phi = \Phi^{(0)}(y, \sigma_1, \dots, \sigma_n), \quad \varphi_2 = \varphi_2^{(0)}(y, \sigma_1, \dots, \sigma_n), \quad S = S^{(0)}(y, \sigma_1, \dots, \sigma_n) \\ \text{при } f_1 = f_2 = \dots = f_n = 0$$

Система (1.13) может быть численно проинтегрирована раз и навсегда для заданного параметра S_w . Тогда для решения конкретной задачи необходимо определить величину Δ_{11}^{**} , используя уравнение (1.11).

2. Метод численного интегрирования универсальных уравнений. При интегрировании универсальных уравнений (1.13) ограничились случаем $n = 1$ и предположили, что $\partial(\dots) / \partial \sigma_1 = 0$. Уравнения пограничного слоя в этом случае принимают вид

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^3 \Phi}{\partial y^3} + \frac{F + 2f_1}{2B^2} \Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{f_1}{B^2} \left[1 + S - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\sigma_1}{B^2} [1 + S - \varphi_2^2] = \\
= \frac{F f_1}{B^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial f_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial f_1} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) \tag{2.1} \\
\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} + \frac{F + 2f_1}{2B^2} \Phi \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = \frac{F f_1}{B^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \varphi_2}{\partial f_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial f_1} \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right) \\
\frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{F + 2f_1}{2B^2} \Phi \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{F f_1}{B^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial f_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial f_1} \frac{\partial S}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

граничные условия

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad S = S_w \quad \text{при } y = 0$$

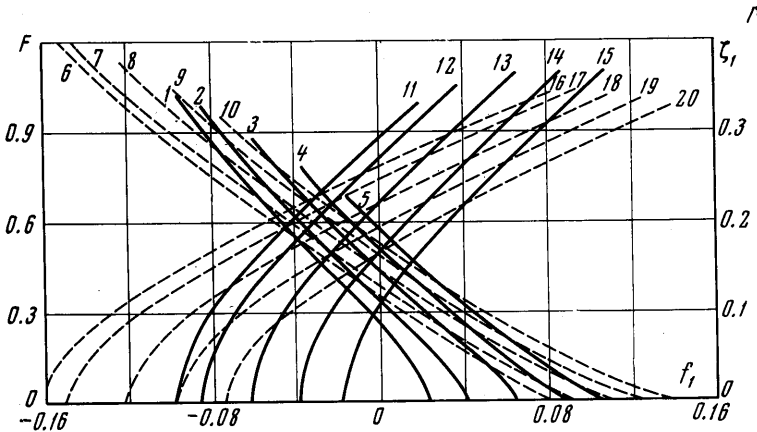
$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \rightarrow 1, \quad \varphi_2 \rightarrow 1, \quad S \rightarrow 0 \quad \text{при } y \rightarrow \infty$$

$$\Phi = \Phi^{(0)}(y, \sigma_1), \quad \varphi_2 = \varphi_2^{(0)}(y, \sigma_1), \quad S = S^{(0)}(y, \sigma_1) \quad \text{при } f_1 = 0$$

При этом $\Phi^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$, $S^{(0)}$ удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^3 \Phi^{(0)}}{\partial y^3} + \frac{F^{(0)}}{2B^2} \Phi^{(0)} \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial y^2} + \frac{\sigma_1}{B^2} [1 + S^{(0)} - \varphi_2^{(0)2}] = 0 \\
\frac{\partial^2 \varphi_2^{(0)}}{\partial y^2} + \frac{F^{(0)}}{2B^2} \Phi^{(0)} \frac{\partial \varphi_2^{(0)}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 S^{(0)}}{\partial y^2} + \frac{F^{(0)}}{2B^2} \Phi^{(0)} \frac{\partial S^{(0)}}{\partial y} = 0 \\
F^{(0)} = 2\xi_1^{(0)} - 2\sigma_1 [H_{21}^{(0)} + H_{22}^{(0)}]
\end{aligned}$$

При решении системы (2.1) был использован разностный метод. На каждом шаге по параметру f_1 уравнения решались методом прогонки с итерациями. Шаг по переменной y был выбран постоянным и равным 0.05. Шаг по параметру f_1 , как правило, был равен 0.005. В областях вблизи точки отрыва ($\zeta_1 = 0$) и в области, где функция F близка к нулю, шаг по параметру f_1 уменьшался. Процесс итераций прекращался после того как максимальная разность значений искомых функций в двух последовательных приближениях становилась меньше $0.1 \cdot 10^{-5}$. Все расчеты были произведены на электронно-вычислительной машине БЭСМ-2 для случаев $S_w = 0.4, 0.0, -0.4$ при значениях параметра закрутки σ_1 , равных 0.03, 0.02, 0.00, $-0.02, -0.04$.



Фиг. 1

3. Результаты расчетов. В результате численного интегрирования системы универсальных уравнений (2.1) были определены основные характеристики пограничного слоя, поля скоростей и тепловой функции S .

Расчет характерных для пограничного слоя величин $F, \zeta_1, H_1, H_2, H_{22}$ производился по формулам (1.12), кроме того, были определены еще следующие характеристики:

$$H_{12} = \frac{\Delta_{12}^{**}}{\Delta_{11}^{**}} = \frac{1}{B} \int_0^{\infty} \frac{U}{U_e} \left(1 - \frac{W}{W_e} \right) d\eta, \quad \zeta_2 = B\Phi_2'(0, f_1, \sigma_1), \quad \zeta^* = B \frac{\partial S}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

Здесь H_{12} — безразмерная условная толщина пограничного слоя, ζ_2 — коэффициент трения (поперечный поток), ζ^* — приведенный коэффициент теплоотдачи.

В том случае, когда $S_w = 0.0$ преобразованные уравнения пограничного слоя в газовом потоке, совпадают с уравнениями для несжимаемой жидкости. Результаты расчета функции F, ζ_1 для этого случая можно найти в работе [3]. На фиг. 1 представлены эти же функции для $S_w = 0.4$ (сплошные линии) и $S_w = -0.4$ (штриховые линии) (кривые 1, ..., 10 — функции $F = F(f_1)$; кривые 11, ..., 20 — функции $\zeta_1 = \zeta_1(f_1)$; при этом кривые 1, 6, 11, 16 при $\sigma_1 = 0.03$; кривые 2, 7, 12, 17 при $\sigma_1 = 0.02$; кривые 3, 8, 13, 18 при $\sigma_1 = 0.00$; кривые 4, 9, 14, 19 при $\sigma_1 = -0.02$; кривые 5, 10, 15, 20 при $\sigma_1 = -0.04$).

Определяя характер влияния закрутки на положение точки отрыва, можно отметить, что отрыв перемещается к точке $f_1 = 0$ при уменьшении закрутки. Влияние теплоотдачи сказывается в том, что отрыв либо затягивается (случай $S_w = -0.4$), либо ускоряется ($S_w = 0.4$). В области положительных значений формпараметра f_1 теплоотдача вызывает увеличение значений ζ_1 при $S_w = 0.4$ и уменьшение при $S_w = -0.4$.

Относительно функции F можно заметить, что почти во всей области пограничного слоя она монотонно изменяется, не слишком отклоняясь от прямой линии.

На фиг. 2 представлен график зависимости «приведенного» коэффициента теплоотдачи ζ^* от формпараметра f_1 (значения параметра σ_1 указаны на кривых). Видно, что с увеличением закрутки абсолютное значение этого коэффициента уменьшается, наибольшие изменения эта функция претерпевает в области отрыва пограничного слоя.

Наряду с указанными функциями в ходе интегрирования универсальной системы уравнений определялись формпараметр f_{1T} и приведенный коэффициент теплоотда-

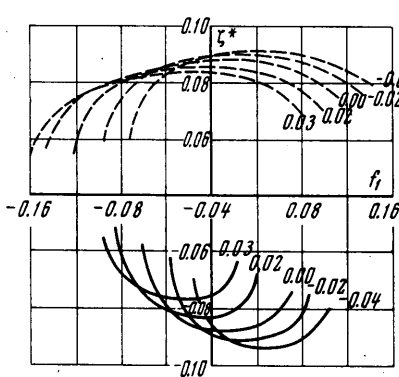
чи ζ_T^*

$$f_{1T} = \frac{U_e' \Delta_T^{**2}}{\nu_1}, \quad \zeta_T^* = \left[\frac{\partial S}{\partial \eta / \Delta_T^{**}} \right]_{\eta=0}$$

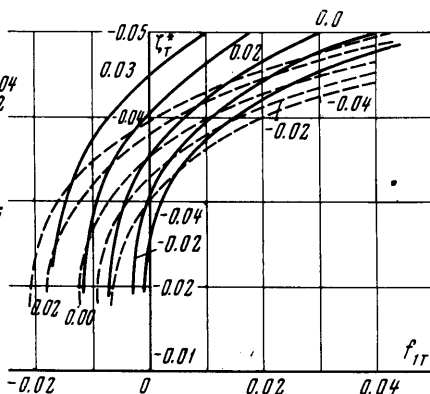
отличающиеся от ранее введенных величин f_1 и ζ^* заменой условной толщины пограничного слоя Δ_{11}^{**} на толщину потери энергии

$$\Delta_T^{**} = \int_0^{\infty} \frac{U}{U_e} S d\eta$$

характеризующей тепловой пограничный слой.



Фиг. 2



Фиг. 3

На фиг. 3 для значений параметра σ (указаны на кривых) и значений S_w , равных 0.4 (сплошные линии) и -0.4 (штриховые линии) представлены зависимости ζ_T^* от f_{1T} . Видно, что абсолютные значения коэффициента теплоотдачи с увеличением закрутки увеличиваются.

Изменение характеристик пограничного слоя в зависимости от теплоотдачи объясняется влиянием температуры поверхности на плотность газа внутри пограничного слоя.

Поступило 10 VII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданова В. В. Осесимметричный ламинарный пограничный слой в закрученном потоке. Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1965, № 248.
2. Богданова В. В. Приближенный метод расчета ламинарного пограничного слоя в осесимметричном потоке с закруткой. Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1966, № 265.
3. Богданова В. В. Универсальные уравнения теории пространственного пограничного слоя. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6.
4. Лойцянский Л. Г. Универсальные уравнения и параметрические приближения в теории ламинарного пограничного слоя. ПММ, 1965, т. 29, вып. 1.
5. Лойцянский Л. Г. Универсальные уравнения теории ламинарного пограничного слоя. Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1967, № 280.
6. Chapman D. R., Rubesin M. W. Temperature and velocity profiles in the compressible laminar boundary layer with arbitrary distribution of surface temperature. J. Aeronaut. Sci., 1949, vol. 16, No. 9.
7. Степанов Е. И. Об интегрировании уравнений ламинарного пограничного слоя для движения с осевой симметрией. ПММ, 1947, т. 11, вып. 1.
8. Stewartson K. Correlated incompressible and compressible boundary layers. Proc. Roy. Soc., London, 1949, A-200, No. 1060.