

коэффициент, учитывающий влияние гидродинамической реакции стенок на отклонение отходящей струи.

Коэффициент  $K$  является функцией трех безразмерных параметров:  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , поскольку последний из них однозначно связан с величиной  $b$ . Значения коэффициента  $K$  были вычислены при различных значениях параметров. Результаты вычислений приведены в таблице.

Полученное решение является первым приближением и может быть улучшено методом последовательных приближений. Для этого необходимо вычислить линию разрыва  $CD$ , а затем, рассматривая течение в области  $BCDGB$ , найти уточненное распределение давления. После этого величина  $\Phi_D$  может быть вычислена с помощью формулы (2.6). При этом необходимо уточнить соотношения (2.8) и (2.10). Второе приближение задачи можно получить также, воспользовавшись ее решением при  $\epsilon = 1$ , для которого в работе [9] приведены формулы в явном виде.

В заключение автор благодарит М. И. Гуревича, просмотревшего первый вариант рукописи и сделавшего ряд ценных замечаний.

Поступило 16 VI 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Залманзон Л. А. Пневматика. М., «Наука», 1964.
2. Струйная пневмогидроавтоматика. Сб. статей, М., «Мир», 1966.
3. Comparin R. A., Glaetli H. N., Mitchell A. E., Mueller H. R. On the limitations and special effects in fluid jet amplifiers. Repts ASME Sympos. on Fluid Jet Control Devices, November 1962. (Рус. перев. в сб.: «Струйная пневмогидроавтоматика», М., «Мир», 1966.)
4. Reilly R. Y., Moynihan F. A. Notes on proportional fluid amplifiers. Proc. ASME Sympos. on Fluid Jet Control Devices, N. Y., 1962. (Рус. перев.: В сб. «Струйная пневмогидроавтоматика», М., «Мир», 1966.)
5. Иванов Н. Н. Теоретическое исследование взаимодействия двух струй, вытекающих из каналов с прямолинейными стенками. В сб.: «Кибернетика и управление», М., «Наука», 1967.
6. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного, Изд-во М., «Наука», 1965.
7. Тумашев Г. Г., Нужиин М. Т. Обратные краевые задачи и их приложения, Изд. 2. Казань, Изд-во Казанск. ун-та, 1965.
8. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М., Физматгиз, 1961.
9. Владимиров Ф. С. Соударение струй, вытекающих из каналов с параллельными стенками. ПММ, 1969, т. 33, вып. 1.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ В ЗОНЕ ОТРЫВА

Л. В. СМОРНОВ

(Москва)

Рассмотрено резко неравномерное, отрывное течение воды на начальном участке напорной трубы, прямоугольного сечения, обусловленное отрывным обтеканием плоской стенки. В точках твердой, неподвижной границы над зоной вальца при существенно разных абсолютных давлениях в потоке экспериментально определены средне-квадратичные отклонения  $p'$ , одномерные частотные спектры  $S(\omega)$ , пространственные корреляции  $r(x)$  и функции распределения  $F(p)$  пульсации давления. Замечены изменения в структуре гидродинамического воздействия на границу, вызванные фазовыми переходами в жидкости, — появлением воздушных и паровоздушных включений. Материалы измерений сопоставлены с результатами теоретического расчета.

1. Постановка задачи. Пульсация давления на твердой границе в схемах отрывного течения изучена довольно подробно [1-4]. Показано [2], что если жидкость может рассматриваться несжимаемой, а границы потока жесткими, амплитудно-частотные характеристики пульсации давления полностью определяются кинематикой течения. Однако на практике встречаются случаи, когда сжимаемостью жидкости пренебречь нельзя.

Известно [2, 5], что сжимаемость жидкости, характеризуемая скоростью распространения упругих волн, сильно зависит от количества воздуха в потоке. Согласно [2] для длинных волн

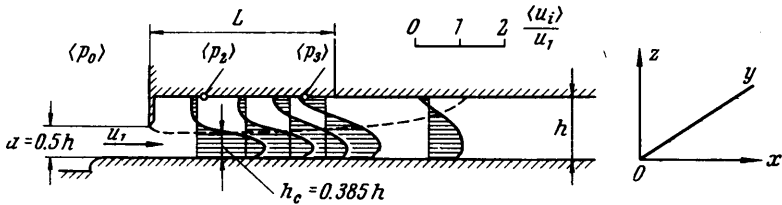
$$c = \left[ \frac{\gamma}{\rho_0} \left( \frac{1}{E} + \frac{s}{p_1} \right) \right]^{-1/2}, \quad \rho_0 = (1-s)\rho + s\rho_1 \dots \quad (1)$$

Здесь  $c$  — скорость распространения упругих волн в смеси воды с воздухом,  $\rho_0, \rho, \rho_1$  — плотность смеси, воды и воздуха,  $s$  — объемная концентрация воздуха в воде,  $E$  — модуль упругости воды,  $p_1$  — давление воздуха в пузырьках.

Из (1) следует, что уже при концентрации воздуха  $\sim 0.01$  и атмосферном давлении величина  $c$  уменьшается по сравнению с «чистой» водой ( $c \cong 1450$  м/сек) приблизительно в 10 раз. При некоторых сочетаниях  $s$  и  $p_1$  скорость распространения упругих волн может стать одного порядка со скоростью течения воды, а соответствующая длина волн сжатия  $\lambda = cT/2\pi$  ( $T$  — период упругих волн) сопоставима с характерными масштабами турбулентности.

Ярким примером течения, в котором эффекты сжимаемости проявляются в полной мере, служит течение с кавитацией, но возможны и другие случаи.

Обычная вода почти всегда содержит растворенный воздух. Это снижает динамическую прочность воды [6, 7] и приводит к появлению воздушных пузырьков в по-



Фиг. 1

токе значительно раньше достижения флуктуирующим давлением порога кавитации. Выделения пузырьков из насыщенного раствора можно ожидать и просто за счет понижения давления.

Влияние внутренней аэрации на структуру гидродинамического воздействия потока на границу впервые, по-видимому, было замечено В. М. Лятчером и автором [8] и несколько позднее Ф. А. Лохером и Э. Наудашером [9].

Данная работа поставлена с целью получения более полного экспериментального материала об амплитудно-частотных характеристиках поля давлений в условиях внутренней аэрации и кавитации в потоке.

**2. Экспериментальная установка и методика измерений.** Исследования выполнялись на высоконапорном стенде, смонтированном в донном водосбросе действующей гидроэлектростанции. Рабочая часть стенда (фиг. 1) представляла собой прямоугольную камеру сечением  $b \times h = 0.4 \times 0.28$  м<sup>2</sup>. На входе в камеру был установлен плоский затвор, позволявший изменять относительное стеснение сечения. Стенки камеры и затвор имели надежную жесткость. (Их вибрация под нагрузкой не превышала  $\pm 3 \cdot 10^{-3}$  мм). Максимальный расход через установку достигал 1.5 м<sup>3</sup>/сек при напоре до 19 м вод. ст. Большой объем водохранилища гарантировал постоянство напора во время испытаний с точностью  $\pm 5$  см (0.2–0.5% перепада давлений на стенде). Забор воды из нижних слоев обуславливал неизменность температуры воды и количества растворенного в ней воздуха.

Измерение пульсации давления осуществлялось в точках границы, указанных на фиг. 1, датчиками давления индуктивного типа. Приемный элемент датчиков — круглая, заземленная по контуру пластинка, имел диаметр 16 мм. «Эффективный» рабочий диаметр равномерно нагруженного круга  $2a$  при регистрации случайных колебаний давления таким датчиком составлял  $\sim 13$  мм. Частота первого тона свободных колебаний пластинки наиболее деформативного датчика в воде была выше  $8 \cdot 10^4$  гц. Сигнал с датчика через усилитель постоянного тока и согласующую приставку подавался на вход электронного коррелятора или на гальванометр третьего типа шлейфового осциллографа Н-700. Тарировка схемы велась путем статических нагружений. Частотная полоса пропускания схемы определялась разрешающей способностью датчика, связанной с заменой действительного спектра пульсаций в точке спектром, осредненным по площади приемной пластинки. Для условий конкретного эксперимента влияние осреднения оценивалось по формуле [2]

$$\Pi(\omega) = \frac{S(\omega)}{S^0(\omega)} = \frac{\sin^4(\omega a/U_h)}{(\omega a/U_h)^4} \quad (2)$$

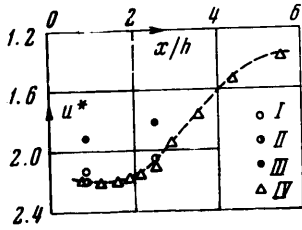
Здесь  $S(\omega)$  и  $S^0(\omega)$  — замеренное и действительное значение спектральной плотности процесса,  $\omega$  — круговая частота пульсаций,  $a$  — эффективный радиус приемной пластинки датчика,  $U_h$  — скорость сноса возмущений.

Следует отметить, что приведенная формула справедлива для квадратной площадки. В случае круглого приемного элемента согласно [10] в измеренных спектрах можно ожидать несколько меньших искажений.

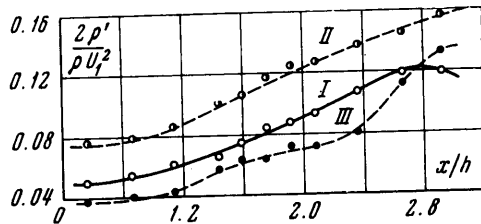
Точность определения изучаемой характеристики процесса с заданной ошибкой  $\pm 2\%$ , 95%-ной обеспеченности достигалась назначением подходящего времени осреднения  $T/\langle \tau_0 \rangle$ , рассчитываемого в предположении квазистационарности и эргодичности процесса [14] ( $T$  — продолжительность реализации,  $\langle \tau_0 \rangle$  — средний интервал между нулями функции).

Стабильность работы измерительной схемы контролировалась повторными замерами одной и той же величины несколько раз. Замеченный разброс результатов не превышал  $\pm 3\%$ .

**3. Обсуждение результатов.** Исследование поля давлений на верхней стенке рабочей камеры (фиг. 1) было выполнено для широкого диапазона относительных стеснений входного сечения  $a/h = 0.8 \div 0.2$ . Изучение влияния фазовых переходов



Фиг. 2



Фиг. 3

в основном осуществлялось при  $a/h = 0.5$ . Выбор именно этого режима движения объяснялся специфической особенностью стенда — одновременным изменением осредненного давления в области отрыва и расхода воды через установку. Схема течения, распределение средних скоростей  $\langle u_i \rangle / U_1$  по длине и коэффициентов давления  $\langle p_0 \rangle - \langle p_i \rangle / 0.5\rho U_1^2$  по потолку камеры показаны на фиг. 2<sup>1</sup>. Индекс  $j$  обозначает номер вертикали,  $i$  — точку на вертикали, угловые скобки  $\langle \rangle$  символизируют осреднение по времени,  $U_1$  — средняя скорость в сечении под затвором,  $L$  — участок, на котором изучалось поле пульсаций давлений.

	$\langle p_0 \rangle$	$\rho u^2/2$	$\langle p_2 \rangle$	$p'$	$R$	$E$	$\sigma$
I	26.0	5.7	13.9	—	$2.3 \cdot 10^6$	2.12	2.42
II	25.4	9.0	5.6	—	$2.8 \cdot 10^6$	2.20	0.60
III	25.1	11.2	3.4	—	$3.2 \cdot 10^6$	1.94	0.30
IV	27.7	7.0	12.1	0.59	$2.5 \cdot 10^6$	2.23	1.72
V	27.2	11.5	4.8	1.28	$3.2 \cdot 10^6$	1.95	0.42
VI	26.8	14.6	2.5	1.03	$3.6 \cdot 10^6$	1.65	0.17

Численные величины, характеризующие условия выполнявшихся экспериментов, приведены в таблице. Здесь помимо сведений, дополняющих данные фиг. 2, имеются значения чисел Рейнольдса  $R$ , Эйлера  $E$  и чисел кавитации  $\sigma$

$$R = \frac{U_1 h}{\nu}, \quad E = \frac{\langle p_0 \rangle - \langle p_2 \rangle}{0.5\rho U_1^2}, \quad \sigma = \frac{\langle p_2 \rangle - p^\circ}{0.5\rho U_1^2}$$

$\nu$  — кинематический коэффициент вязкости для воды,  $p^\circ$  — значение давления водяных паров,  $\langle p_0 \rangle$ ,  $\langle p_2 \rangle$  — осредненное давление до и после затвора, измеренное в абсолютных единицах.

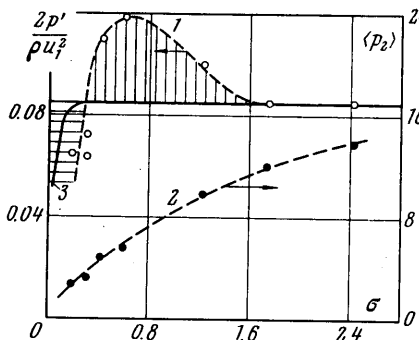
Из фиг. 2 и таблицы видно, что в пределах участка границы потока, где изучалась пульсация давления, осредненное давление оставалось почти постоянным. В режимах I и 2 распределение коэффициентов давления практически не изменилось. В режиме 3 давление в вальце оказалось относительно выше.

На фиг. 3 даны распределения интенсивностей пульсаций давления  $2p' / \rho U_1^2$  вдоль оси верхней стенки рабочей камеры. Обозначения точек на этой фигуре те же, что на фиг. 2 и в таблице. Если пульсацию давления связывать только с турбулентными пульсациями скорости, а жидкость рассматривать несжимаемой [2], то при выполненной нормировке все точки фиг. 3 должны были бы составить одну

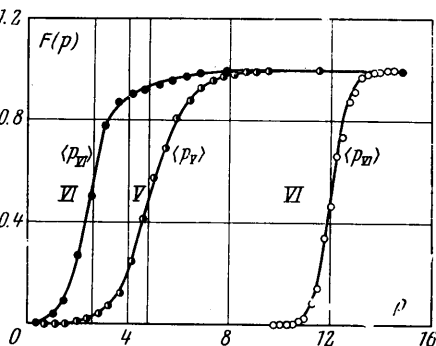
<sup>1</sup> Распределение скоростей и давлений (точки IV) получены на воздушно-напорной модели стенда.

кривую, близкую к кривой 1. Однако в опытах II кривая идет выше, а в опытах III ниже распределения  $2p'/\rho U_1^2$ , зафиксированного в опыте 1. Более подробные измерения, выполненные датчиком 6 (фиг. 1,  $6x/h = 1.75$ ), показали, что в зависимости от числа кавитации величина  $2p'/\rho U_1^2$  может оказаться весьма различной (фиг. 4). Изменения в относительных интенсивностях пульсаций наблюдаются, начиная с числа кавитации  $\sigma < 1.6$ .

Функции распределения давлений  $F(p) = \{p(t) \leq P_i\}$  для режимов с разными числами кавитации (таблица) даны на фиг. 5. Кривая IV этой фигуры соответствует нормальному закону. Оценка с помощью критерия  $\chi^2$  свидетельствует о том, что

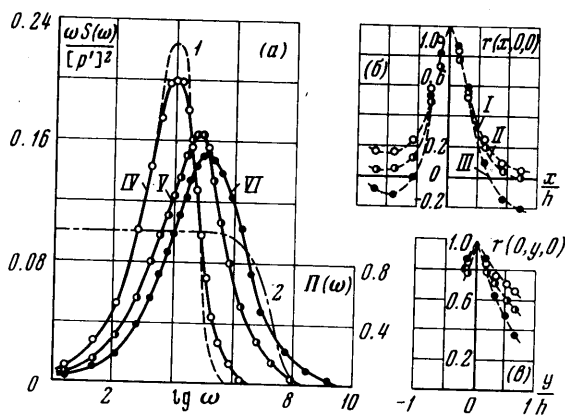


Фиг. 4



Фиг. 5

разброс опытных точек в режиме IV ( $\sigma = 1.72$ ), от теоретической кривой укладывается в однопроцентный доверительный интервал. С уменьшением  $\sigma$  появляются редкие, высокие выбросы. Кривые распределений вытягиваются в сторону положительных давлений. В режиме VI ( $\sigma = 0.17$ ) при сравнительно короткой продолжительности реализации  $T/\langle \tau_0 \rangle = 800$  наблюдался выброс до давления 14.8 м вод. ст.



Фиг. 6

абс., что при среднеквадратичном отклонении пульсаций  $p' = 1.08$  м вод. ст. и осредненном давлении  $\langle p \rangle = 2.5$  м вод. ст. абс. соответствовало превышению уровня  $\sim 11 p'$ . Экстремальные понижения давлений ограничены упругостью водяных паров. Здесь напрашивается аналогия с действием на случайный процесс детектора в системах автоматики. Расчеты, выполненные с использованием рекомендаций [12] и предположения о нормальности исходного распределения, показали, что влияние ограничения сказывается как на характеристиках распределения (математическое ожидание  $\langle p \rangle$  и среднеквадратичное отклонение  $p'$ ), так и на частотных свойствах процесса. Результаты расчета изменения  $p'$  в зависимости от числа кавитации даны на фиг. 4 (кривая 3). Однако, как следует из фиг. 4, ход кривой 3 мало соответствует эксперименту. Изменение осредненного давления  $\langle p \rangle$  уже отмечалось в режиме III (фиг. 2). В опыте VI коэффициент давления снизился до величины 1.65 (при  $\sigma > 1.6$  наблюдались  $\langle p_0 \rangle - \langle p_2 \rangle / 0.5 \rho U_1^2 \approx 2.2$ ). Замеченное в экспериментах увеличение

осредненного давления также значительнее, чем по расчету. В действительности процесс более сложен. Его нелинейность проявляется не только в действии «кавитационного порога».

Сведения об энергетических спектрах и пространственных корреляциях процесса представлены на фиг. 6 (обозначения на фиг. 6 соответствуют данным таблицы). Нормировка энергетических спектров выполнена таким образом, что ординаты графиков соответствуют вкладу колебаний давления в диапазоне частот  $\Delta\omega$  в общую дисперсию процесса [4]. Значения  $\ln \omega$ , отложенные по оси абсцисс, позволяют легко сравнивать графики спектров, измеренные в условиях разных скоростей течения. Например, для приведения всех графиков фиг. 6 к одной скорости течения ( $U_1 = 11.7$  м/сек), имевшей место в режиме IV, кривую V необходимо сдвинуть влево на величину  $\Delta \ln \omega = 0.26$ , а кривую VI — на  $\Delta \ln \omega = 0.37$  не меняя формы графиков. Прделав указанную операцию, нетрудно заметить, что кривые V и VI ( $\sigma = 0.42$  и  $\sigma = 0.17$ ) более распластаны, чем кривая IV, а максимумы спектров смещены в сторону более высоких частот. Характерно, что заметная дисперсия колебаний давления зарегистрирована на частотах выше 200 гц ( $\ln \omega > 7$ ), где велико влияние осреднения, вносимого площадкой датчика (кривая 2 в опыте VI).

В работах [2, 4] для условий резко неравномерного течения несжимаемой жидкости теоретически получено спектральное представление низкочастотных компонент пульсации давления в точках границы

$$S(\kappa) = \rho^2 \frac{8}{\pi} U_{zm}^2 \frac{b^5}{h^3} (v')^2 \frac{(\kappa h)^2}{(\kappa^2 b^2 + 1)^2} \frac{ch^2 \kappa h_T^\circ}{sh^2 \kappa h} \quad (3)$$

$$\kappa = \frac{\omega}{U_R}, \quad U_z = \frac{\partial U}{\partial z}, \quad b = \frac{1}{U_{zm}^2} \int_0^h U_z^2 dz$$

Здесь  $\kappa$  — волновое число,  $\omega$  — частота, индексом  $m$  обозначено максимальное значение градиента осредненных скоростей в слое смешения,  $b$  — ширина слоя смешения,  $v_0'$  — интенсивность вертикальных пульсаций скорости,  $h_T$  — толщина транзитной струи,  $h$  — глубина потока.

Из (3) видно, что пульсация давления на границе может быть вычислена, если известны осредненные характеристики течения  $U_z$ ,  $b$ ,  $v'$  и  $h_T^\circ$ . Особенность решения (3) состоит в том, что поскольку

$$2 \int_0^\infty S(\kappa) d\kappa = [p']^2$$

безразмерная форма спектра пульсаций  $S(\kappa) / [p']^2$  связана только с шириной слоя смешения и положением границы раздела.

На фиг. 6 пунктирной линией 1 нанесен спектр пульсаций давления, рассчитанный с использованием зависимости 3. Согласно данным фиг. 2 ширина слоя смешения принята равной  $0.2 h$ , а величина  $h_T^\circ = 0.4 h$ . Переход от волновых чисел  $\kappa$  к частотам колебаний  $\omega$  осуществлен так, чтобы максимумы теоретического и экспериментального (кривая IV) спектров совпали. Скорость сноса возмущений  $U_R$  при этом составила  $0.74 U_1$ , что не противоречит результатам прямых измерений турбулентности в свободных струях [13]. Соответствие измеренного и рассчитанного спектров очевидно.

В работе В. С. Нищука [14] указывается на значительное изменение градиентов осредненных скоростей  $\partial U / \partial z$  и уменьшение ширины зоны смешения при возникновении кавитации. Аналогичное явление в режимах V и VI могло стать причиной смещения максимумов спектров. Расчет по (3) при  $b = 0.05 h$  дает сдвигку максимума спектра для условий опыта IV на  $\Delta \ln \omega = 0.1$  по сравнению с результатами при  $b = 0.2 h$ . Если принять, что в опыте VI скорость сноса возмущений  $U_R$  сохранилась относительно такой же, как в опыте IV, и повторить расчет для условий опыта VI, то сдвигка максимума могла составить  $\Delta \ln \omega \sim 0.18$ . Зарегистрированные в экспериментах смещения спектров значительно большие (фиг. 6).

Существенные перестроения в спектрах пульсаций вследствие изменения положения линии раздела, по-видимому, произойти не могли. Оценки по формулам Р. Мизеса и Е. Марки [15], пригодным для крайних значений чисел Эйлера  $E = \infty$  и  $E = 0$ , показали, что разница в коэффициентах сжатия струи за счет изменения осредненного давления не превышала 1%.

Таким образом, оставаясь на позициях теории пульсации давления в несжимаемой жидкости, описать замеченные изменения в структуре гидродинамического воз-

действия на границу не удастся. Правильное объяснение рассмотренных экспериментальных фактов возможно только на основе решения уравнений движения, учитывающих сжимаемость жидкости.

Автор признателен В. М. Лятхеру за внимание к данной работе и ценные советы.

Поступило 26 I 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hajek K. Flow characteristic in the two-dimensional wake of a flat plate. A thesis for the degree of Master Sci., Univ. of Iowa, USA, 1961.
2. Лятхер В. М. Турбулентность в гидросооружениях. М., «Энергия», 1968.
3. Rouse H., Jezdinsky V. Fluctuation of pressure in conduit expansions. Proc. ASCE, 1966, H. 3, vol. 92.
4. Лятхер В. М., Смирнов Л. В. Гидродинамические нагрузки на границы напорного потока в зоне отрыва. Тр. коорд. совещ. по гидротехн., 1969, вып. 51.
5. Бэтчелор Г. К. Волны сжатия в суспензиях газовых пузырьков в жидкости. Сб. «Механика», 1968, № 3.
6. Zeigler G. Tensile stress in flowing water. Cavitation in Hydrodynamics, London, 1956.
7. Гавриленко Т. Г., Топчян М. Е. Исследование динамической прочности воды на разрыв. ПМТФ, 1966, № 4.
8. Лятхер В. М., Смирнов Л. В. Натурные динамические исследования водосбросов Чир-Юрской ГЭС. Тр. коорд. совещ. по гидротехн. М., 1966, вып. 29.
9. Locher F. A., Naudascher E. Some characteristics of macroturbulence in flow past a normal wall. Proc. XII Congr. JAHN, Fort Collins, 1967, Bd. 35.
10. Corcos G. M. Resolution of pressure in turbulence. JASA, 1963, vol. 35, No. 2.
11. Лятхер В. М. О методике исследования пульсации давления на границе турбулентного потока. Тр. коорд. совещ. по гидротехн., 1963, вып. 7.
12. Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем, М., Физматгиз, 1962.
13. Fisher M. J., Davies P. O. A. L. Correlation measurements in a nonfrozen pattern of turbulent jet. J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, pt 1.
14. Нищук В. С. Кинематические характеристики течения в трубе при кавитации. Сб. «Исследования по прикладной гидродинамике», Киев, «Наукова думка», 1965.
15. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М., Физматгиз, 1961.

### ОБ ОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ ВЫТЕСНЕНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ СЛОИСТЫХ ПЛАСТАХ ПРИ НАЛИЧИИ НЕИЗВЕСТНОЙ ПОДВИЖНОЙ ГРАНИЦЫ

Г. С. БАЛАШОВА, В. М. МАКСИМОВ, М. В. ФИЛИНОВ

(Москва)

Рассмотрена задача о нагнетании воды в ограниченный пласт, первоначально полностью заполненный нефтью, состоящий из двух пропластков, разделенных перемычкой, в случае прямолинейного и осесимметричного течения.

Путем осреднения уравнений движения по схеме, предложенной в работе [3], задача сводится к одномерной. В таком приближении найдены распределения давлений в зонах, занятых движущейся нефтью и водой соответственно. Получены выражения, описывающие изменения границы раздела нефть-вода с течением времени в одном из пропластков и в перемычке. Дается анализ полученных выражений и приводятся результаты численных расчетов на ЭВМ для случая прямолинейного движения.

1. **Прямолинейное движение.** 1°. Задача ставится для частной модели линейного слоистого ограниченного пласта, имеющего длину  $L$  и состоящего из двух пропластков, разделенных малопроницаемой перемычкой (фиг. 1). Верхняя граница пласта считается непроницаемой

$$\partial P / \partial y = 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad (1.1)$$

В начальный момент времени  $t = 0$  в пласт, полностью насыщенный нефтью, начинают закачивать воду. Предполагается, что в пропластке ниже перемычки при этом поддерживается постоянное начальное давление  $p_0$ . Жидкости считаются несжимаемыми, вытеснение нефти водой — «поршневым». Область течения в верхнем