

ЛИТЕРАТУРА

1. Куксенко Б. В. Метод расчета течений разреженного газа. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 5.
2. Грэд Г. О кинетической теории разреженных газов. Механика. Сб. сокр. перев. иностр. период. лит., 1952, № 4, 5.
3. Валландер С. В. Новые кинетические уравнения в теории одноатомных газов. Докл. АН СССР, 1960, т. 131, № 1.
4. Филиппов Б. В. Вариант нестационарных кинетических уравнений. Сб. «Аэродинамика разреженных газов», сб. 1. Изд-во ЛГУ, 1963, вып. 1.
5. Chu C. K. Kinetic-theoretic description of shock wave formation. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 8, pp. 1450—1453.
6. Kovitz A. A., Springer R. W. Evolution of a density discontinuity as governed by the Boltzmann collision integral. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 11.

К ТЕОРИИ СФЕРИЧЕСКОГО РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА С ГАЗОВОЙ СМАЗКОЙ

В. И. УТКИН

(Москва)

Приближенное решение уравнения Рейнольдса методом малого параметра, описывающее распределение давления в полусферическом ($\theta_- = 0$, $\theta_+ = 1/2\pi$) газодинамическом подшипнике было предложено Пэном [1]. Оно, к сожалению, не пригодно для сферических подшипников с произвольным углом охвата и содержит существенные нестрогости в отношении граничного условия на конце подшипника. Ниже методом малого параметра приближенно решается уравнение Рейнольдса для подшипника с произвольным углом охвата. В общем случае решение выражается через функции Лежандра с комплексным индексом. Приведены формулы, позволяющие вычислить эти функции. Для достаточно малых или достаточно больших значений числа сжимаемости решение представлено в элементарных функциях.

1. Распределение давления P в зазоре исследуемого подшипника (фиг. 1) описывается уравнением Рейнольдса в сферических координатах

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \sin \theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right) = 6\mu\omega R^2 \sin^2 \theta \frac{\partial (PH)}{\partial \varphi} \quad (1.1)$$

Здесь H — зазор

$$H = c + e \sin \theta \cos \varphi.$$

Решение уравнения (1.1) должно быть периодическим по φ и удовлетворять граничным условиям

$$P = P_a \quad \text{при} \quad \theta = \theta_- \quad \text{и} \quad \theta = \theta_+$$

где P_a — окружающее давление.

Полагая

$$p = P/P_a, \quad h = H/c, \quad \varepsilon = e/c$$

приведем уравнение (1.1) к безразмерной форме

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(ph^3 \sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial p}{\partial \varphi} \left(ph^3 \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) = \Lambda \sin^2 \theta \frac{\partial (ph)}{\partial \varphi} \quad \left(\Lambda = \frac{6\mu\omega R^2}{P_a c^2} \right) \quad (1.2)$$

Безразмерный параметр Λ обычно называют числом сжимаемости.

Предположим, что эксцентриситет e намного меньше среднего зазора c , так что $\varepsilon \ll 1$, и представим давление в виде ряда

$$p = 1 + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \dots$$

Подставляя этот ряд в уравнение (1.2) и собирая члены, содержащие ε в первой степени, получаем для определения первого приближения p_1 уравнение

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial p_1}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 p_1}{\partial \varphi^2} - \Lambda \sin^2 \theta \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} = -\Lambda \sin^3 \theta \sin \varphi \quad (1.3)$$

$$p_1 = 0 \quad \text{при } \theta = \theta_-, \quad \theta = \theta_+$$

Будем искать решение этого уравнения в виде

$$p_1 = A(\theta) \cos \varphi + B(\theta) \sin \varphi. \quad (1.4)$$

Подставляя (1.4) в (1.3) и приравнивая 0 коэффициенты при $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$, приходим к двум уравнениям, описывающим функции $A(\theta)$ и $B(\theta)$

$$\sin \theta \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dA}{d\theta} \right) - A - \Lambda \sin^2 \theta B = 0$$

$$\sin \theta \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dB}{d\theta} \right) - B + \Lambda \sin^2 \theta A = -\Lambda \sin^3 \theta$$

Умножив второе из этих уравнений на $i = \sqrt{-1}$ и сложив с первым, можно свести эту систему к одному уравнению для комплексной функции $u = A + iB$ действительного переменного θ

$$\sin \theta \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{du}{d\theta} \right) - (1 - i\Lambda \sin^2 \theta) u = -i\Lambda \sin^3 \theta \quad (1.5)$$

Частное решение u^* этого уравнения легко находится

$$u^* = \frac{2i\Lambda - \Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \sin \theta \quad (1.6)$$

Чтобы найти общее решение u° однородного уравнения, положим $x = \cos \theta$ и приходим к уравнению

$$(1 - x^2) \frac{d^2 u^\circ}{dx^2} - 2x \frac{du^\circ}{dx} + \left(i\Lambda - \frac{1}{1 - x^2} \right) u^\circ = 0 \quad (1.7)$$

Это уравнение Лежандра

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + \left[v(v + 1) - \frac{m}{1 - x^2} \right] y = 0 \quad (1.8)$$

$$v = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + i\Lambda}, \quad m = 1.$$

Общее решение уравнения (1.7)

$$u^\circ = C_p P_v^1(x) + C_q Q_v^1(x) \quad (1.9)$$

где $P_v^1(x)$ и $Q_v^1(x)$ — присоединенные функции Лежандра соответственно первого и второго рода, а C_p и C_q — произвольные комплексные постоянные.

Из известных свойств присоединенных функций Лежандра [2] следует, что постоянная C_q должна быть равна 0, если $\theta_- = 0$, и, следовательно, в этом случае

$$u^\circ = C_p P_v^1(x) \quad (1.10)$$

Если к тому же $\theta_+ = \pi$, то и C_p должно быть равно 0. Таким образом, распределение давления p_1 в сферическом подшипнике с полным углом охвата ($\theta_- = 0$, $\theta_+ = \pi$) описывается выражением

$$p_1 = \sin \theta \left(-\frac{\Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \cos \varphi + \frac{2\Lambda}{4 + \Lambda^2} \sin \varphi \right) \quad (1.11)$$

2. Присоединенные функции Лежандра не табулированы для комплексных значений индекса v . Для вычислений воспользуемся их представлением [2, 3] через гипергеометрическую функцию Гаусса

$$F(\alpha, \beta; \gamma; z) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma \cdot 1} z + \frac{\alpha(\alpha + 1)\beta(\beta + 1)}{\gamma(\gamma + 1) \cdot 1 \cdot 2} z^2 + \dots$$

$$P_v^1(x) = C_1 \sqrt{1 - x^2} F\left(1 - v, v + 2; 2; \frac{1 - x}{2}\right)$$

$$P_v^1(x) = \sqrt{1 - x^2} \left[C_2 F\left(\frac{v + 2}{2}, \frac{1 - v}{2}; \frac{1}{2}; x^2\right) + C_3 x F\left(\frac{v + 3}{2}, \frac{2 - v}{2}; \frac{3}{2}; x^2\right) \right]$$

$$Q_{\nu^1}(x) = \sqrt{1-x^2} \left[C_1 F\left(\frac{\nu+2}{2}, \frac{1-\nu}{2}; \frac{1}{2}; x^2\right) + C_3 x F\left(\frac{\nu+3}{2}, \frac{2-\nu}{2}; \frac{3}{2}; x^2\right) \right]$$

где C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 — комплексные постоянные.

Обозначим

$$F\left(1-\nu, \nu+2; 2; \frac{1-x}{2}\right) = F_S(x), \quad \operatorname{Re} F_S(x) = S_1(x), \quad \operatorname{Im} F_S(x) = S_2(x)$$

$$F\left(\frac{\nu+2}{2}, \frac{1-\nu}{2}; \frac{1}{2}; x^2\right) = F_U(x), \quad \operatorname{Re} F_U(x) = U_1(x), \quad \operatorname{Im} F_U(x) = U_2(x)$$

$$F\left(\frac{\nu+3}{2}, \frac{2-\nu}{2}; \frac{3}{2}; x^2\right) = F_V(x), \quad \operatorname{Re} F_V(x) = V_1(x), \quad \operatorname{Im} F_V(x) = V_2(x)$$

Тогда если $\theta_- = 0, \theta_+ \neq \pi$, то, удовлетворяя граничному условию $u = 0$ при $x = x_+ = \cos \theta_+$

Найдем

$$u = \frac{2i\Lambda - \Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \sqrt{1-x^2} \left[1 - \frac{F_S(x)}{F_S(x_+)} \right] \quad (2.1)$$

В общем случае при $\theta_- \neq 0$ и $\theta_+ \neq \pi$ с помощью граничных условий $u = 0$ при $x = x_- = \cos \theta_-, x = x_+$

определим

$$u = \frac{2i\Lambda - \Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \sqrt{1-x^2} \left\{ 1 - \frac{[x_- F_V(x_-) - x_+ F_V(x_+)] F_U(x) - x [F_U(x_-) - F_U(x_+)] F_V(x)}{x_- F_U(x_+) F_V(x_-) - x_+ F_U(x_-) F_V(x_+)} \right\} \quad (2.2)$$

В частности, если $\theta_- = \pi - \theta_+ = \theta_0$, то

$$u = \frac{2i\Lambda - \Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \sqrt{1-x^2} \left[1 - \frac{F_U(x)}{F_U(x_0)} \right] \quad (x_0 = \cos \theta_0) \quad (2.3)$$

Теперь легко найти функции A и B , разделяя в уравнениях (2.2), (2.4) и (2.5) действительные и мнимые части. Так, например, при $\theta_- = 0, \theta_+ \neq \pi$ из уравнения (2.2) получим

$$A = -\sqrt{1-x^2} \left\{ \frac{\Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \left[1 - \frac{S_1(x)S_1(x_+) + S_2(x)S_2(x_+)}{S_1^2(x_+) + S_2^2(x_+)} \right] + \frac{2\Lambda}{4 + \Lambda^2} \left[\frac{S_1(x)S_2(x_+) - S_1(x_+)S_2(x)}{S_1^2(x_+) + S_2^2(x_+)} \right] \right\}$$

$$B = \sqrt{1-x^2} \left\{ \frac{2\Lambda}{4 + \Lambda^2} \left[1 - \frac{S_1(x)S_1(x_+) + S_2(x)S_2(x_+)}{S_1^2(x_+) + S_2^2(x_+)} \right] - \frac{\Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \left[\frac{S_1(x)S_2(x_+) - S_1(x_+)S_2(x)}{S_1^2(x_+) + S_2^2(x_+)} \right] \right\}$$

После некоторых преобразований функции F_S, F_U и F_V можно представить в виде следующих рядов:

$$F_S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{Sk} \left(\frac{1-x}{2}\right)^k, \quad F_U(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{Uk} x^{2k}, \quad F_V(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{Vk} x^{2k} \quad (2.4)$$

где коэффициенты a_{Sk}, a_{Uk} и a_{Vk} определяются рекуррентными соотношениями

$$a_{Sk} = a_{S(k-1)} \left[1 - \frac{i\Lambda}{k(k+1)} \right], \quad a_{Uk} = a_{U(k-1)} \left[1 - \frac{i\Lambda}{2k(2k-1)} \right],$$

$$a_{Vk} = a_{V(k-1)} \left[1 - \frac{i\Lambda}{2k(2k+1)} \right] \quad (2.5)$$

$$a_{S0} = a_{U0} = a_{V0} = 1$$

Отделяя в этих выражениях действительную часть от мнимой, найдем функции S_1, S_2, U_1, U_2, V_1 и V_2 . Например

$$S_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} b_{Sk} \left(\frac{1-x}{2}\right)^k, \quad S_2(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_{Sk} \left(\frac{1-x}{2}\right)^k$$

$$b_{Sk} = b_{S(k-1)} + \frac{\Lambda}{k(k+1)} c_{S(k-1)}, \quad c_{Sk} = c_{S(k-1)} - \frac{\Lambda}{k(k+1)} b_{S(k-1)}$$

$$b_{S0} = 1, \quad c_{S0} = 0 \tag{2.8}$$

3. Если число сжимаемости Λ мало, то, вторично воспользовавшись методом малого параметра, можно получить результаты, выраженные с помощью элементарных функций.

Представим p_1 в виде ряда по степеням Λ

$$p_1 = p_{1(0)} + \Lambda p_{1(1)} + \Lambda^2 p_{1(2)} + \dots \tag{3.1}$$

и ограничимся отысканием лишь двух первых отличных от нуля членов.

Положим как и раньше

$$p_{1(j)} = A_j \cos \varphi + B_j \sin \varphi$$

$$u_j = A_j + iB_j = u_j^* + u_j^\circ \quad (j = 0, 1, 2, \dots)$$

Очевидно

$$u_0^* = 0, \quad u_1^* = \frac{1}{2}i\sqrt{1-x^2}, \quad u_2^* = -\frac{1}{4}\sqrt{1-x^2} \tag{3.2}$$

Для определения u_j° получим, собирая в (1.7) члены, содержащие Λ в нулевой, первой и т. д. степени, следующие уравнения:

$$(1-x^2) \frac{d^2 u_j^\circ}{dx^2} - 2x \frac{du_j^\circ}{dx} - \frac{1}{1-x^2} u_j^\circ = \begin{cases} 0 & (j=0) \\ -iu_{j-1}^0 & (j=1, 2, 3, \dots) \end{cases} \tag{3.3}$$

Решение j -го уравнения (3.3) складывается из частного решения β_j неоднородного уравнения и общего решения a_j соответствующего однородного уравнения.

Легко убедиться, что

$$a_j = (C_j + D_j x) / \sqrt{1-x^2} \tag{3.4}$$

Частное решение находится методом вариации постоянных

$$\beta_0 = 0, \quad \beta_1 = 1 \tag{3.5}$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{4} \left[(1-x_-)(1-x_+) \frac{\ln(1-x)}{1+x} + (1+x_-)(1+x_+) \frac{\ln(1+x)}{1-x} \right] \sqrt{1-x^2}$$

Постоянные интегрирования C_j и D_j определяются из граничных условий

$$u_j = 0 \quad \text{при} \quad x = x_-, \quad x = x_+$$

Окончательно получим, переходя от u_j к $p_{1(j)}$

$$p_{1(1)} = \sin \varphi \frac{(x_- - x)(x - x_+)}{2\sqrt{1-x^2}} \tag{3.6}$$

$$p_{1(2)} = -\frac{\cos \varphi}{4\sqrt{1-x^2}(x_- - x_+)} \{ (x_- - x_+)(x - x_+)(x_- - x) +$$

$$+ (1-x_-)(1-x_+) [(x_- - x_+)(1-x) \ln(1-x) - (x_- - x)(1-x_+) \ln(1-x_+) -$$

$$- (x - x_+)(1-x_-) \ln(1-x_-)] + (1+x_-)(1+x_+) [(x_- - x_+)(1+x) \ln(1+x) -$$

$$- (x_- - x)(1+x_+) \ln(1+x_+) - (x - x_+)(1+x_-) \ln(1+x_-)] \} \tag{3.7}$$

Реакции подшипника в направлении, совпадающем с направлением перемещений $e(W_r)$ и перпендикулярном к нему (W_t), определяются выражением

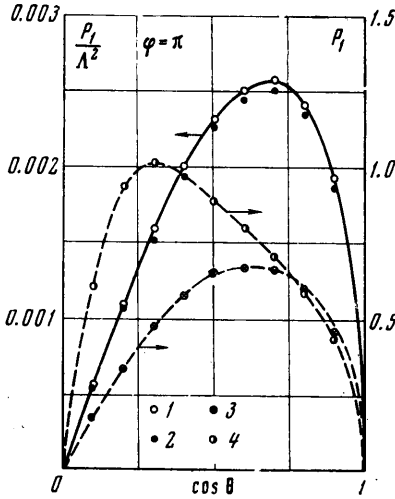
$$\begin{Bmatrix} W_r \\ W_t \end{Bmatrix} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_+} PR^2 \sin^2 \theta \begin{Bmatrix} -\cos \varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} d\varphi d\theta \tag{3.8}$$

Если относительный эксцентриситет ε и число сжимаемости Λ достаточно малы, так что с точностью до величин высшего порядка малости $p_1 = \varepsilon(\Lambda p_{1(1)} + \Lambda^2 p_{1(2)})$, то в результате интегрирования найдем

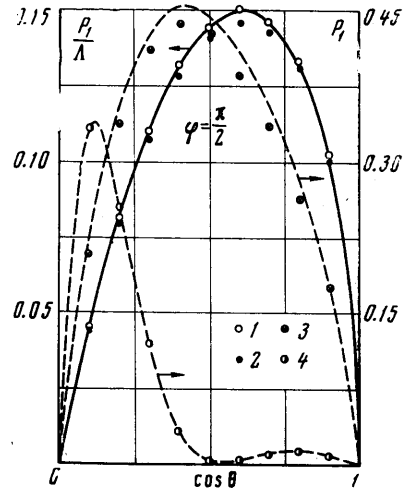
$$W_r = \frac{\pi R^2 P_a \varepsilon \Lambda^2}{4} \left\{ \frac{(1-x_-)^2(1-x_+)^2}{2} \ln\left(\frac{1-x_+}{1-x_-}\right) + \right. \tag{3.9}$$

$$+ \frac{(1+x_-)^2(1+x_+)^2}{2} \ln \left(\frac{1-x_-}{1+x_+} \right) - \frac{(x_- - x_+)(x_-^2 + x_+^2 + 7x_-x_+ + 3)}{3} \Bigg\} \\ W_i = {}^{1/12} \pi R^2 P_{0e} \Lambda (x_- - x_+)^3 \quad (3.10)$$

4. При больших значениях Λ , воспользовавшись асимптотическими формулами для функций Лежандра [2], также можно описать распределение давления с помощью элементарных функций.



Фиг. 2



Фиг. 3

При $Re \nu \rightarrow \infty$

$$P_\nu^1(\cos \theta) = C_1 \{ \cos[(\nu + 1/2)\theta + 1/4\pi] + O(\nu^{-1}) \} (\sin \theta)^{-1/2} \\ Q_\nu^1(\cos \theta) = C_2 \{ \cos[(\nu + 1/2)\theta + 3/4\pi] + O(\nu^{-1}) \} (\sin \theta)^{-1/2} \\ \delta \leq \theta \leq \pi - \delta, \quad \delta \gg |\nu|^{-1}$$

где C_1 и C_2 — комплексные постоянные.

Тогда, если $\theta_- = 0$, а $\theta_+ \neq \pi$, то после некоторых преобразований

$$u = \frac{2i\Lambda - \Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \sin \theta \left[1 - \left(\frac{\sin \theta_+}{\sin \theta} \right)^{3/2} \frac{\cos(k\theta + 1/4\pi)}{\cos(k\theta_+ + 1/4\pi)} \right] \quad (k = \sqrt{\Lambda^2 + i\Lambda}) \quad (4.1)$$

В общем случае при $\theta_- \neq 0$, $\theta_+ \neq \pi$

$$u = \frac{2i\Lambda - \Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \sin \theta \left[1 - \frac{(\sin \theta_-)^{3/2} \sin k(\theta_+ - \theta) + (\sin \theta_+)^{3/2} \sin k(\theta - \theta_-)}{(\sin \theta)^{3/2} \sin k(\theta_+ - \theta_-)} \right] \quad (4.2)$$

В частности, если $\theta_- = \pi - \theta_+ = \theta_0$, то

$$u = \frac{2i\Lambda - \Lambda^2}{4 + \Lambda^2} \sin \theta \left[1 - \left(\frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} \right)^{3/2} \frac{\cos k(1/2\pi - \theta)}{\cos k(1/2\pi - \theta_0)} \right] \quad (4.3)$$

На фиг. 2 и 3 показано рассчитанное по формуле (2.2) распределение давления по углу θ в полусферическом ($\theta_- = 0$, $\theta_+ = 1/2\pi$) подшипнике. Точки 1, 2, 3 и 4 соответствуют значениям $\Lambda = 0.1, 1, 10$ и 100 . Для сравнения показаны также результаты расчетов по формулам (3.6) и (3.7) при $\Lambda = 0.1, 1$ (сплошные кривые) и по формуле (4.1) при $\Lambda = 10, 100$ (пунктирные кривые). Очевидно, решение (2.2) при $\Lambda \leq 1$ хорошо согласуется с приближенным решением, задаваемым выражениями (3.6) и (3.7), а при $\Lambda \geq 10$ — с асимптотическим решением (4.1).

В заключение автор благодарит А. В. Милицина и П. П. Мостовенко за помощь при проведении необходимых вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pan C. H. T. Gas-lubricated spherical bearings. Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Engng., 1963, vol. 85, No. 2. (Рус. перев.: Сферические подшипники скольжения с газовой смазкой. Тр. Америк. о-ва инж.-механ., Сер. D, «Техническая механика», 1963, т. 85, № 2).
2. Бейтмен Г., Эрдей и А. Высшие трансцендентные функции. М., «Наука», 1965.
3. Magnus W., Oberhettinger F. Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik. 2 Aufl. Berlin, Springer Verlag, 1948.

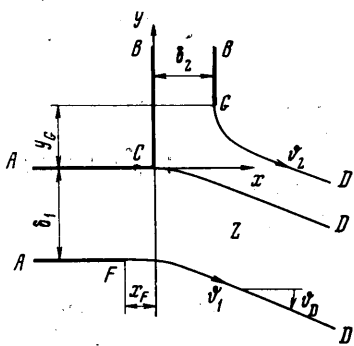
ЗАДАЧА О СТОЛКНОВЕНИИ ДВУХ СТРУЙ, ВЫТЕКАЮЩИХ ИЗ КАНАЛОВ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ РАЗНЫХ СКОРОСТЯХ НА СВОБОДНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

П. М. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

(Москва)

Рассмотрена задача, представляющая практический интерес в связи с возможностью приложения к расчету струйного усилителя — одного из элементов струйной автоматики (пневмоники) [1, 2]. Получена формула для определения направления отходящей струи.

1. Пусть из канала (фиг. 1) шириной δ_1 , образованного стенками AC и AF , параллельными оси x , вытекает струя жидкости плотности ρ , имеющая скорость v_1 на свободной поверхности FD . Из канала шириной δ_2 , образованного стенками BC и BG , параллельными оси y , вытекает струя жидкости той же плотности, имеющая на свободной поверхности GD скорость $v_2 < v_1$. Предполагается, что давление p на свободных поверхностях равно нулю, а точка C — критическая для второй струи. Поскольку $v_2 < v_1$, точка C не является критической для первой струи, и граница CD — двух струй есть линия разрыва скорости течения.



Фиг. 1

Как показали экспериментальные исследования [2-4] струйных усилителей, влияние вязкости в зоне соударения струй незначительно по сравнению с влиянием градиента давления, что оправдывает идеализацию течения и замену развивающейся вниз по течению области смешения струй линией разрыва скорости.

В ряде работ угол ϕ_D асимптотического направления отходящей струи (фиг. 1) определяется с помощью теоремы об изменении количества движения, причем не учитывается гидродинамическая реакция стенок [2, 3]. Как показано в работе [5] для случая $v_1 = v_2$ и отсутствия линии разрыва, поправочный коэффициент, учитывающий влияние гидродинамической реакции стенок на отклонение струи, может достигать значительной величины.

2. Рассмотрим течение в области $ACDFA$ на физической плоскости z (фиг. 1). Соответствующая область изменения комплексного потенциала $w_1 = \phi_1 + i\psi_1$ представляет собой полосу шириной $q_1 = v_A \delta_1$ (фиг. 2), где q_1 — расход жидкости, вытекающей из канала, v_A — скорость течения в канале в бесконечно удаленной точке. Пусть $w_1(C) = q_1 i$ и $w_1(F) = \varphi_F$, где φ_F — действительное число. Отобразим конформно область изменения функции w_1 на второй квадрант комплексной плоскости $\tau = \xi + i\eta$. Пусть при этом точка C перейдет в начало координат, точка D перейдет в -1 , точка F — в бесконечность (фиг. 3). Это отображение осуществляется единственным образом, и w_1 и τ связаны между собой соотношением

$$\tau = - \left[\frac{1 + \Phi(-w_1)}{1 - \Phi(\varphi_F - w_1)} \right]^{1/2}, \quad \Phi(\alpha) = \exp \frac{\pi\alpha}{q_1} \tag{2.1}$$

Пусть

$$\omega_1 = \ln \frac{dw_1}{v_1 dz} = \ln \frac{v}{v_1} - i\theta \tag{2.2}$$