

5. Pan Y. S. Drag on a cylinder in Hypersonic nearly-free molecular flow, Proc. 6th Internat. Sympos. on Rarefied Gas Dynam., Book of Abstracts, Massachusetts Institute of Technology, 1968, vol. 1, Sec. A, pp. 298—302.
6. Sreekanth A. K. Drag measurement on circular cylinders and sphere in a highly rarefied gas stream at a Mach number of two. ARS Journal, 1962, vol. 32, No. 5, pp. 748—754.
7. Maslach G. I., Schaaf S. A. Cylinder drag in the transition from continuum to free-molecular flow. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 3, pp. 315—321.

О СТРУКТУРЕ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ В ОДНОАТОМНОМ ГАЗЕ

Б. В. КУРСЕНКО

(Москва)

Методом работы [1] проведен расчет задачи о возникающем после снятия воображаемой перегородки одномерном нестационарном истечении газа из зоны относительно высокого давления в зону, давление в которой было взято в 10^4 раза меньшим. Численное решение сначала удовлетворительно согласуется со свободно-молекулярным решением, а впоследствии заметно приближается к газодинамическому.

Метод основан на аппроксимации функции распределения оборванным рядом ее разложения по полиномам Эрмита [2]; при этом используется кинетическое уравнение $f = V(f)$ в интегральной форме [3]. Структура интегрального оператора [4]

$$V(f) = \int_{t_0}^t \frac{1}{2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint_{-\infty}^{\infty} |u_1 - u_2| \sigma T_*(u, u_1, u_2) f[x - u(t - \tau), u_1, \tau] \times \\ \times f[x - u(t - \tau), u_2, \tau] \Pi(x, u, t, \tau) d\tau + f[x - u(t - t_0), u, t_0] \Pi(x, u, t, t_0)$$

где

$$\Pi(x, u, t, \tau) = \exp \left\{ - \int_{\tau}^t \iiint_{-\infty}^{\infty} |u - u_3| \sigma f[x - u(t - q), u_3, q] du_3 dq \right\}$$

позволяет при использовании малых разностей $t - t_0$ применить простые квадратурные формулы для интегралов в физическом пространстве (по dt и dq). Интегралы по du_1 , du_2 и du_3 вычисляются заранее, приводя к стандартным функциям, а цилиндрическая симметрия функции распределения, существующая в данном течении, оставляет при вычислении коэффициентов Эрмита по функции распределения только двойные интегралы. Последние в массовом количестве вычисляются на ЭЦВМ при построении решения шаг за шагом, через небольшие временные интервалы, начиная с заданных начальных условий.

Время отсчитывается от момента снятия перегородки. При $t = 0$ правое полупространство заполнено равновесным газом с единичными температурой и концентрацией.

Граничное условие справа задавалось в виде невозмущенного распределения вне пределов досягаемости головной звуковой волны, идущей от зоны истечения в покоящийся газ. Газ, находящийся слева, также равновесный, его температура и концентрация взяты в 100 раз меньшими.

Граничное условие слева задавалось в тех точках, куда не успевали доходить возмущения от газа высокого давления. Во избежание появления интенсивной ударной волны левому газу была придана начальная скорость, направленная от зоны истечения.

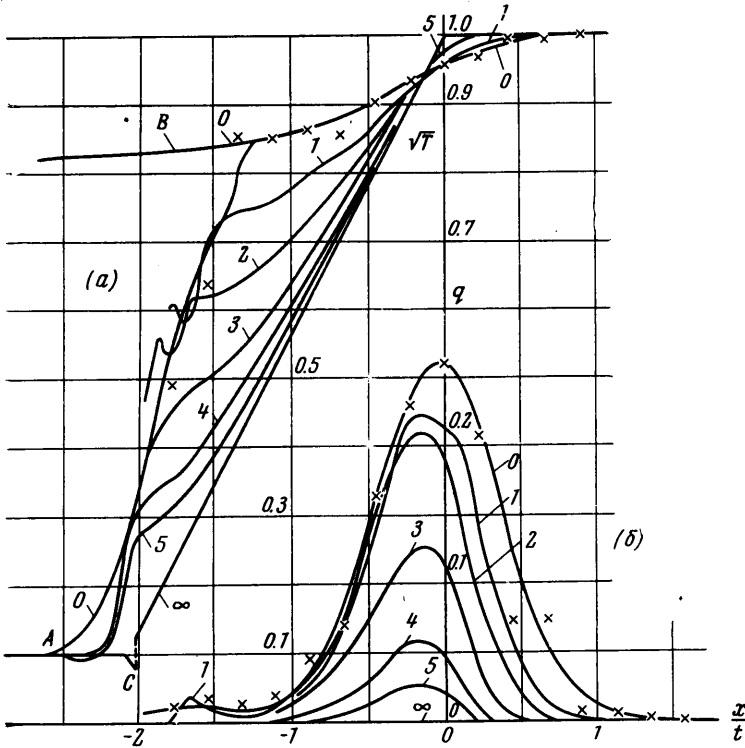
В течение всего расчета эта скорость в левом граничном условии наращивалась, уравниваясь с максимальной скоростью потока в изучаемом течении. Ее стабилизация произошла относительно быстро.

Окончательное значение лишь на полпроцента отличается от скорости, при которой расширяющийся в простой волне газ из правого полупространства достигает температуры газа, находящегося слева.

Стабилизация скорости в левом граничном условии окончательно определила газодинамическое решение, в которое должно переходить решение данной задачи при $t \rightarrow \infty$. Оно состоит из двух волн разрежения, одна из которых, слабая, идет от контактной поверхности S влево, а другая — вправо. Последняя как раз и является объектом нашего исследования. Точку $x = 0$ единственной существенной оси координат поместим в ее головную звуковую волну.

Результаты расчетов удобно рассматривать в виде функций от величины x/t . При таком выборе аргумента получается неподвижным не только газодинамическое решение, но и свободно-молекулярное решение той же задачи, которое получится, если молекулам, обладающим начальным распределением по скоростям, предоставить возможность двигаться без столкновений. В качестве единиц длины и времени изберем длину и время свободного пробега в невозмущенном газе справа. Тепловой поток отнесем к величине $k^{3/2} / (2m^{1/2})$, где k — постоянная Больцмана, а m — масса молекулы.

В виде примера результатов расчета, проведенного с сохранением полиномов до пятого порядка включительно, приведем семейства кривых, изображающих распределения \sqrt{T} (T — температура, вводимая как соответствующая моментная характеристика функции распределения) и теплового потока q в разные моменты времени.



Символом ∞ отмечено газодинамическое решение, символом 0 — свободно-молекулярное. Последнее на фигуре *a* имеет две ветви: основную — *A* и ветвь *B*, соответствующую истечению в вакуум. Точка разветвления указывает границу зоны, в которой сказывается наличие левого газа. В дальнейшем этот газ оттесняется к контактному разрыву. Интересно отметить, что все кривые в пределах точности вычислений проходят через точку, в которой пересекаются оба предельных решения. Фигура *b* показывает, что максимум теплового потока за время счета уменьшился в 10 раз, приближаясь к нулевому газодинамическому пределу. Затухание идет быстрее с правой стороны, где частота столкновений выше. Результаты расчета при $t = 0.18$ нанесены на фигуре в виде отдельных точек. Видно, что они удовлетворительно согласуются со свободно-молекулярным решением. Сплошные линии соответствуют более поздним моментам времени: $1 - t = 0.35$, $2 - t = 0.90$, $3 - t = 3.7$, $4 - t = 18.3$, $5 - t = 52.6$.

Центрированная волна разрежения содержится в решениях, полученных при расчете распада изотермического разрыва плотности [5, 6]. К сожалению, перепад давления на волне в рассчитанных вариантах невелик и составляет $3 \div 5$. Он достигает 17 только в одном варианте расчета работы [6], высокую эффективность дифференциально-моментного метода которой хочется отметить. Кроме того, форма представления результатов в них делает весьма затруднительными количественные сопоставления, в то время как наличие качественного сходства представляет собой для данной задачи факт малоинтересный.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куксенко Б. В. Метод расчета течений разреженного газа. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 5.
2. Грэд Г. О кинетической теории разреженных газов. Механика. Сб. сокр. перев. иностр. период. лит., 1952, № 4, 5.
3. Валландер С. В. Новые кинетические уравнения в теории одноатомных газов. Докл. АН СССР, 1960, т. 131, № 1.
4. Филиппов Б. В. Вариант нестационарных кинетических уравнений. Сб. «Аэродинамика разреженных газов», сб. 1. Изд-во ЛГУ, 1963, вып. 1.
5. Chu C. K. Kinetic-theoretic description of shock wave formation. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 8, pp. 1450—1453.
6. Kovitz A. A., Springer R. W. Evolution of a density discontinuity as governed by the Boltzmann collision integral. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 11.

К ТЕОРИИ СФЕРИЧЕСКОГО РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА С ГАЗОВОЙ СМАЗКОЙ

В. И. УТКИН

(Москва)

Приближенное решение уравнения Рейнольдса методом малого параметра, описывающее распределение давления в полусферическом ($\theta_- = 0$, $\theta_+ = 1/2\pi$) газодинамическом подшипнике было предложено Пэном [1]. Оно, к сожалению, не пригодно для сферических подшипников с произвольным углом охвата и содержит существенные нестрогости в отношении граничного условия на конце подшипника. Ниже методом малого параметра приближенно решается уравнение Рейнольдса для подшипника с произвольным углом охвата. В общем случае решение выражается через функции Лежандра с комплексным индексом. Приведены формулы, позволяющие вычислить эти функции. Для достаточно малых или достаточно больших значений числа сжимаемости решение представлено в элементарных функциях.

1. Распределение давления P в зазоре исследуемого подшипника (фиг. 1) описывается уравнением Рейнольдса в сферических координатах

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \sin \theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right) = 6\mu\omega R^2 \sin^2 \theta \frac{\partial (PH)}{\partial \varphi} \quad (1.1)$$

Здесь H — зазор

$$H = c + e \sin \theta \cos \varphi.$$

Решение уравнения (1.1) должно быть периодическим по φ и удовлетворять граничным условиям

$$P = P_a \quad \text{при } \theta = \theta_- \text{ и } \theta = \theta_+$$

где P_a — окружающее давление.

Полагая

$$p = P/P_a, \quad h = H/c, \quad \varepsilon = e/c$$

приведем уравнение (1.1) к безразмерной форме

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(ph^3 \sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial p}{\partial \varphi} \left(ph^3 \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) = \Lambda \sin^2 \theta \frac{\partial (ph)}{\partial \varphi} \quad \left(\Lambda = \frac{6\mu\omega R^2}{P_a c^2} \right) \quad (1.2)$$

Безразмерный параметр Λ обычно называют числом сжимаемости.

Предположим, что эксцентриситет e намного меньше среднего зазора c , так что $\varepsilon \ll 1$, и представим давление в виде ряда

$$p = 1 + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \dots$$

Подставляя этот ряд в уравнение (1.2) и собирая члены, содержащие ε в первой степени, получаем для определения первого приближения p_1 уравнение