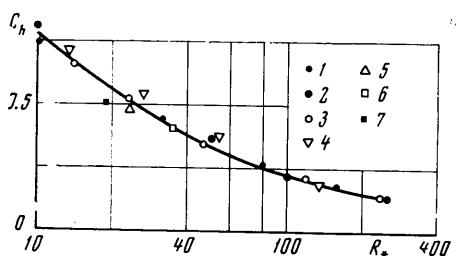


чительно лучше описываются универсальной зависимостью  $C_h(R_*)$ . При этом

$$R_* = \frac{\rho_\infty V_\infty r}{\mu_*}, \quad \frac{\mu_*}{\mu_0} = \left( \frac{1}{6} h_0 + \frac{1}{2} h_\infty \right)^{\omega}$$

Результаты, приведенные на фиг. 5, а также другие расчетные данные, полученные при различных значениях  $h_\infty$  и  $\omega$ , представлены на фиг. 6 в координатах ( $C_h$ ,  $\lg R_*$ ) вместе с аппроксимирующей кривой. Точки 1, ..., 7 соответствуют комбинациям параметров  $h_\infty$  и  $\omega$ , значения которых приведены в скобках: 1 ( $h_\infty$ , 0,5), 2 ( $h_\infty$ , 1,0), 3 ( $h_\infty$ , 0,67), 4 (0,2, 1), 5 (0,2, 0,5), 6 (0,4, 1), 7 (0,4, 0,5). Функция  $C_h(R_*)$



Фиг. 6

мальный характер, поскольку уравнения Навье — Стокса в этом режиме, вообще говоря, неприменимы. Тем не менее имеется хорошее согласие некоторых расчетных данных с аэродинамическими характеристиками в свободномолекулярном потоке.

Поступило 25 XI 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Толстых А. И. О численном расчете сверхзвукового обтекания затупленных тел потоком вязкого газа. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 1.
2. Белоцерковский О. М. и др. Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком газа. Тр. ВЦ АН СССР, 1967.
3. Белоцерковский О. М. Расчет обтекания осесимметричных тел с отошедшей ударной волной. ВЦ АН СССР, 1961.
4. Переупухов В. А. Аэродинамические характеристики сферы и затупленного конуса в потоке сильно разреженного газа. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1967, т. 7, № 2.
5. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. Изд-во иностран. лит., 1962.
6. Cheng H. K. The blunt body problem in hypersonic flow at low Reynolds number. JAS Paper, 1963, No. 63-92.
7. Cheng H. K., Hall J. G., Golian T. C., Hertzberg A. Boundarylayer displacement and leading edge bluntness effects in high temperature hypersonic flow. JASS, 1961, No. 5.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЦИЛИНДРА В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

В. Я. ПОНОМАРЕВ, Н. А. ФИЛИППОВА

(Москва)

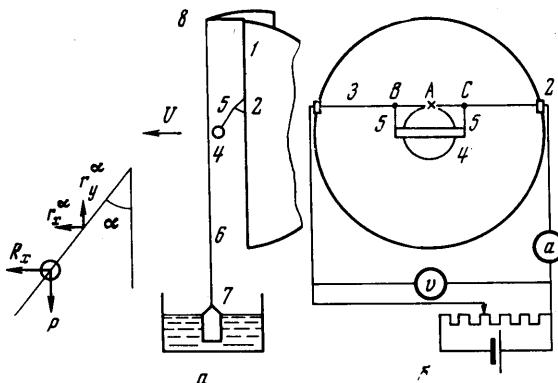
Изложены результаты экспериментальных исследований сопротивления цилиндра при поперечном обтекании разреженным газом.

Режимы течения изменялись от свободномолекулярного до почти континуального. Используя метод физического маятника, получены экспериментальные зависимости влияния температурного фактора  $T_w/T_0$ , числа Рейнольдса  $R_0$  и удлинения цилиндра  $L/D$  на аэродинамический коэффициент сопротивления.

1. Исследования проводились в аэродинамической трубе низкой плотности. Чтобы получить режимы свободномолекулярного обтекания, необходимо использовать модели с характерным размером много меньше длины свободного пробега молекул в потоке. При взаимодействии моделей с потоком возникают усилия в десятки миллиграмм

и меньшее. Для регистрации таких усилий использовался метод физического маятника, описанный в работе [1], с некоторым видоизменением. Эксперименты по определению аэродинамического коэффициента сопротивления состояли в следующем. Поперек сопла 1 на двух одинаковых выступах 2 горизонтально, с использованием уровня, натягивалась проволочка 3 (фиг. 1) толщиной 10–30 мкм. Модель 4 весом  $P$  подвешивалась за торцы к проволочке 3 на одинаковых тонких нитях 5 с общей длиной  $l$  (8–14 мм) и диаметром  $d$  (4–10 мкм).

Подвес модели 5 и отвес 6 устанавливались таким образом, чтобы они были четко видны в объектив фотокамеры. Отвес представлял собой вольфрамовую проволочку



Фиг. 1

ку  $d = 10 \mu$  с грузиком 7, опущенным в вакуумное масло ВМ-1. Отвес крепился на выступе 8. Ось симметрии сопла, линия отвеса и оптическая ось фотокамеры составляли три взаимно перпендикулярных направления.

Из условия равновесия модели в потоке для коэффициента лобового сопротивления цилиндра имеем

$$C_D = \frac{2X}{\rho U^2 D L} = \left( \frac{2P}{\rho U^2 D L} - C_{y^\alpha} \frac{\pi d l}{2 D L} \right) \operatorname{tg} \alpha - C_{x^\alpha} \frac{\pi d l}{2 D L} \quad (1.1)$$

Здесь  $X$  — лобовая сила сопротивления цилиндра,  $\frac{1}{2} \rho U^2$  — скоростной напор,  $D$ ,  $L$  — соответственно диаметр и длина модели,  $P$  — вес модели,  $C_{x^\alpha}$ ,  $C_{y^\alpha}$  — аэродинамические коэффициенты сопротивления и подъемной силы единицы длины нити подвеса, вычисленные по молекулярной теории.

Режим обтекания нитей подвеса был в экспериментах всегда свободномолекулярным ( $K \gg 30$ ). Угол  $\alpha$ , т. е. отклонение маятника от линии отвеса, определялся по увеличенным в 20 раз негативным снимкам модели и отвеса с помощью угломера с нониусной шкалой 5°.

Вес и размеры модели определялись с погрешностью меньше 2%. Эксперименты проводились с воздухом, при этом число Маха  $M$  изменялось от 4.2 до 4.7, а температура торможения  $T_0$  от 282 до 293°.

Параметры обтекания: число Кнудсена  $K$ , числа Рейнольдса  $R$ ,  $R_0$ , скоростной напор — определялись газодинамически по давлению торможения  $P'_0$ , замеренному на садком полного напора, и давлению в форкамере  $P_0$ . Погрешность в определении параметров обтекания не больше 5–10%.

При вычислении чисел Рейнольдса зависимость вязкости от температуры принималась по Сазерленду

$$R = \rho U D / \mu, \quad R_0 = \rho U D / \mu_0 \quad (1.2)$$

Здесь  $\mu$ ,  $\mu_0$  — вязкости при температуре потока на бесконечности  $T$  и при температуре торможения  $T_0$ . Число Кнудсена  $K$  определялось из известного соотношения

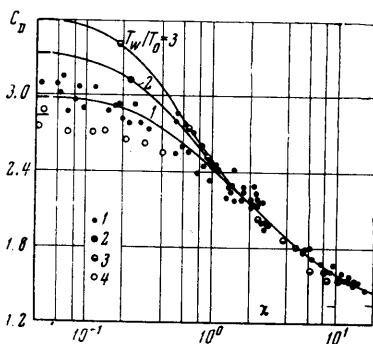
$$\frac{KR}{M} = \frac{16}{5} \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{2\pi}} \quad (1.3)$$

При исследовании в почти свободномолекулярном режиме довольно большое значение имеет температурный фактор  $T_w/T_0$  — отношение температуры тела к температуре торможения в потоке.

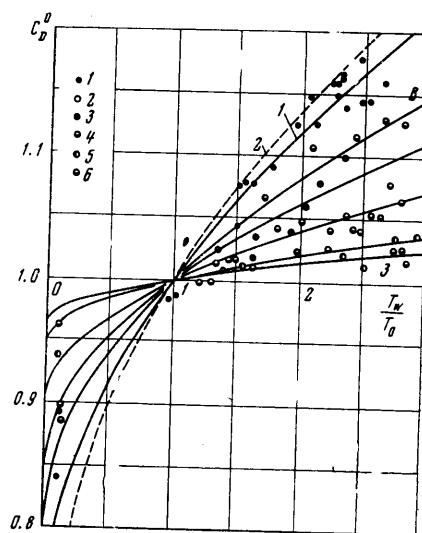
Для выяснения влияния температурного фактора использовались подогреваемые цилиндры. На поверхность керамического цилиндра был намотан спиральный подогреватель из вольфрамовой проволоки ( $d = 10 \mu$ ) с шагом витков  $0.05 \text{ мм}$ . Эта же проволока служила подвесом модели. Поверхность модели покрывалась очень тонким ( $\approx 10 \mu$ ) слоем термостойкого лака.

Модель помещалась перед соплом, как и в случае экспериментов с цилиндром без подогрева (фиг. 1, б). Отличие заключалось в том, что проволочка  $\varnothing$  диаметром  $0.2 \text{ мм}$  была медной в лаковой изоляции и служила токоподводом для подогревателя в точках  $B$  и  $C$  измерительной цепи.

В точке  $A$  электрический контакт отсутствовал. Предполагалось, что средняя температура поверхности модели равна средней температуре спирали подогревателя, которая определялась по замеренному омическому сопротивлению



Фиг. 2



Фиг. 3

спирали. Для этого перед экспериментом и после него проводилась градуировка модели в термостате, т. е. снималась зависимость омического сопротивления цилиндра от температуры  $T_w$ .

После установки модели в камере фиксировалось натекание воздуха и посредством подогрева изменялась температура модели  $T_w$ . Отклонение модели от положения равновесия для каждого режима подогрева фотографировалось.

Обработка экспериментов для одной и той же модели велась в виде зависимости  $C_D(T_w) / C_D(T_0)$  от  $T_w / T_0$ , что позволило исключить ошибки, связанные с определением скоростного напора, веса и размеров модели.

2. Обтекание затупленных тел в почти свободномолекулярном режиме описывается теорией Уиллиса [2, 3]. Из этой теории следует, что при достаточно больших числах  $M$  мерой отклонения от свободномолекулярного режима может быть параметр  $\chi = R(T_w / T_0)^{-1/2}$ .

Зависимость аэродинамического коэффициента сопротивления цилиндра от этого параметра представлена на фиг. 2. Точки 1, 2, 3 соответствуют значениям отношения  $T_w / T_0 = 1, 2, 3$ , полученным для  $4.3 \leq M \leq 4.8$ . На оси ординат слева засечками отмечены значения коэффициента лобового сопротивления, вычисленные по молекулярной теории. Засечка справа соответствует значению сопротивления для континуальной теории. Там же, обозначенные цифрой 4, нанесены результаты экспериментов из работы [3], выполненные для

$$T_w / T_0 \approx 1, \quad M = 9.85.$$

Сравнение результатов экспериментов показывает, что влияние температурного фактора на сопротивление цилиндра в такой обработке становится незначительным для  $\chi \geq 1$  при  $4.2 \leq M \leq 4.7$  и  $1 \leq T_w / T_0 \leq 3$ .

Для почти свободномолекулярного режима обтекания наблюдается расслоение экспериментальных точек как по температурному фактору, так и по числу Маха  $M$ . Однако для больших чисел Маха его влияние несущественно. Увеличение  $M$  от 4.5 до 9.85 приводит к уменьшению  $C_D$  на 5%, а при увеличении от 9.85 до 25 [4] — всего на 1.5%.

Более значительное влияние при больших числах  $M$  оказывает температурный фактор. На фиг. 3 представлено изменение относительного коэффициента сопротивления  $C_D^0 = C_D(T_w) / C_D(T_0)$  в зависимости от  $T_w / T_0$  для различных чисел  $K$  и  $R_0$ .

Для сравнения на график нанесены результаты работы [4], выполненные для чисел  $M = 20 \div 25$ ,  $T_w / T_0 = 0.06 \div 0.16$  и  $T_w / T_0 = 0.6 \div 1$ . Сравнение проводилось по числам  $K$ , так как результаты в работе [4] представлены в зависимости от этого критерия. Точкам 1, ..., 6 соответствуют следующие значения параметров:

|     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $M$ | 4.38  | 4.35  | 4.4   | 4.39  | 4.57  | 4.66  |
| $K$ | 4.44  | 1.24  | 0.874 | 0.349 | 0.121 | 0.093 |
| $R$ | 0.322 | 1.160 | 1.634 | 4.185 | 11.37 | 14.64 |

Изменение  $T_w / T_0$  от 0.1 до 3 приводит к увеличению  $C_D$  на 40%. На фиг. 3 приведена кривая 1, описывающая влияние температурного фактора на  $C_D$  для молекулярного предела. Пунктирная кривая 2, результат расчета для  $K = 4.4$  по теории первых столкновений [5]. Несмотря на то что при числах  $K = 4.4$  сопротивление еще не принимает свободномолекулярного значения, экспериментальная зависимость  $C_D$  от температурного фактора ближе к свободномолекулярной теории, чем вычисленная по формуле работы [5].

В указанном диапазоне изменений температурного фактора и чисел  $R_0$  зависимость сопротивления цилиндра от температурного фактора аппроксимируется кривой 3 вида

$$C_D = A + B\sqrt{T_w / T_0} \quad (2.1)$$

Константы  $A$  и  $B$  зависят от числа  $M$  и  $R_0$ . На фиг. 4 представлено изменение относительного коэффициента сопротивления  $C_D^* = C_D(L/D) / C_D(7)$  от удлинения цилиндра  $L/D$ .

Точкам 1, ..., 4 соответствуют следующие значения и интервалы параметров обтекания:

| 1         | 2              | 3            | 4                |
|-----------|----------------|--------------|------------------|
| $K = 1.5$ | $(0.53, 0.73)$ | $(0.3, 0.4)$ | $(0.134, 0.151)$ |

| $R_0 = 0.96$ | $(2.73, 1.83)$ | $(4.76, 3.56)$ | $(9.6, 8.6)$ |
|--------------|----------------|----------------|--------------|
|--------------|----------------|----------------|--------------|

Сплошной кривой обозначены результаты расчета по молекулярной теории, пунктирной — по формуле работы [5]. Хотя пределы применимости формулы ограничены снизу числом  $K \approx 10$ , тем не менее формула дает удовлетворительное совпадение с экспериментом вплоть до чисел  $K \approx 1$  для  $T_w / T_0 \approx 1$ .

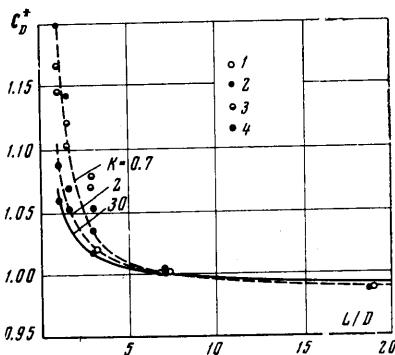
Относительный коэффициент сопротивления  $C_D(L/D) / C_D(7)$  с уменьшением разрежения для коротких цилиндров ( $L/D \approx 1$ ) сначала возрастает по сравнению с молекулярным пределом, а затем падает.

Для удлинений  $L/D > 4$  аэродинамическая сила  $X$  в пределах погрешности эксперимента является линейной функцией от  $L$  с отличным от нуля свободным членом, что согласуется с результатом работ [6, 7]. Свободный член в указанном диапазоне исследований, как и в работе [6], положителен в отличие от работы [7], в которой он отрицателен.

Поступило 26 V 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wegener P. P., Ashkenas H. Wind tunnel measurements of sphere drag at supersonic speeds and low Reynolds numbers. J. Fluid Mech., 1961, vol. 10, pt 4, pp. 550—560.
2. Taub P. A. Hypersonic, low-density sphere and cone drag correlations. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 8.
3. Maslach G. I., Willis D. R., Tang S., Ko D. Recent experimental and theoretical extensions of nearly free molecular flow. Rarefied Gas Dynam., New York — London, Acad. Press, 1965, vol. 1, pp. 433—443.
4. Koppewallner G. Drag and pressure distribution of circular cylinder at hypersonic Mach numbers in the range between continuum flow and free molecular flow. Proc. 6-th Internat. Sympos. on Rarefied Gas Dynam., Book of Abstracts, Massachusetts Institute of Technology, 1968, vol. 1, Sec. A, pp. 283—285.



Фиг. 4

5. Pan Y. S. Drag on a cylinder in Hypersonic nearly-free molecular flow, Proc. 6th Internat. Sympos. on Rarefied Gas Dynam., Book of Abstracts, Massachusetts Institute of Technology, 1968, vol. 1, Sec. A, pp. 298—302.
6. Srekanth A. K. Drag measurement on circular cylinders and sphere in a highly rarefied gas stream at a Mach number of two. ARS Journal, 1962, vol. 32, No. 5, pp. 748—754.
7. Maslach G. I., Schauf S. A. Cylinder drag in the transition from continuum to free-molecular flow. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 3, pp. 315—321.

## О СТРУКТУРЕ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ В ОДНОАТОМНОМ ГАЗЕ

Б. В. КУКСЕНКО

(Москва)

Методом работы [1] проведен расчет задачи о возникающем после снятия воображаемой перегородки одномерном нестационарном истечении газа из зоны относительно высокого давления в зону, давление в которой было взято в  $10^4$  раза меньшим. Численное решение сначала удовлетворительно согласуется со свободно-молекулярым решением, а впоследствии заметно приближается к газодинамическому.

Метод основан на аппроксимации функции распределения оборванным рядом ее разложения по полиномам Эрмита [2]; при этом используется кинетическое уравнение  $f = V(f)$  в интегральной форме [3]. Структура интегрального оператора [4]

$$V(f) = \int_{t_0}^t \frac{1}{2} \int \int \int \int \int |u_1 - u_2| \sigma T_s(u, u_1, u_2) f[x - u(t - \tau), u_1, \tau] \times \\ \times f[x - u(t - \tau), u_2, \tau] \Pi(x, u, t, \tau) d\tau + f[x - u(t - t_0), u, t_0] \Pi(x, u, t, t_0)$$

где

$$\Pi(x, u, t, \tau) = \exp \left\{ - \int_{-\infty}^t \int \int \int |u - u_3| \sigma f[x - u(t - q), u_3, q] du_3 dq \right\}$$

позволяет при использовании малых разностей  $t - t_0$  применить простые квадратурные формулы для интегралов в физическом пространстве (по  $dt$  и  $dq$ ). Интегралы по  $du_1$ ,  $du_2$  и  $du_3$  вычисляются заранее, приводя к стандартным функциям, а цилиндрическая симметрия функции распределения, существующая в данном течении, оставляет при вычислении коэффициентов Эрмита по функции распределения только двойные интегралы. Последние в массиве количестве вычисляются на ЭЦВМ при построении решения шаг за шагом, через небольшие временные интервалы, начиная с заданных начальных условий.

Время отсчитывается от момента снятия перегородки. При  $t = 0$  правое полупространство заполнено равновесным газом с единичными температурой и концентрацией.

Границное условие справа задавалось в виде невозмущенного распределения вне пределов досягаемости головной звуковой волны, идущей от зоны истечения в покоящийся газ. Газ, находящийся слева, также равновесный, его температура и концентрация взяты в 100 раз меньшими.

Границочное условие слева задавалось в тех точках, куда не успевали доходить возмущения от газа высокого давления. Во избежание появления интенсивной ударной волны левому газу была придана начальная скорость, направленная от зоны истечения.

В течение всего расчета эта скорость в левом граничном условии наращивалась, уравниваясь с максимальной скоростью потока в изучаемом течении. Ее стабилизация произошла относительно быстро.

Окончательное значение лишь на полпроцента отличается от скорости, при которой расширяющийся в простой волне газ из правого полупространства достигает температуры газа, находящегося слева.

Стабилизация скорости в левом граничном условии окончательно определила газодинамическое решение, в которое должно переходить решение данной задачи при  $t \rightarrow \infty$ . Оно состоит из двух волн разрежения, одна из которых, слабая, идет от контактной поверхности  $C$  влево, а другая — вправо. Последняя как раз и является объектом нашего исследования. Точку  $x = 0$  единственной существенной оси координат поместим в ее головную звуковую волну.