

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лунев В. В. Метод искривленных тел в задачах нестационарного гиперзвукового обтекания тонких тел. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.
2. Сычев В. В. Пространственные гиперзвуковые течения газа около тонких тел при больших углах атаки. ПММ, 1960, т. 24.
3. Белоцерковский С. М. Представление нестационарных аэродинамических моментов и сил при помощи коэффициентов вращательных производных. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1956, № 7.
4. Теленин Г. Ф. Законы подобия при больших сверхзвуковых скоростях. М., Оборонгиз, 1956.

О ВЛИЯНИИ НЕРАВНОВЕСНОСТИ В НАБЕГАЮЩЕМ ПОТОКЕ  
НА ОБТЕКАНИЕ КЛИНА

А. В. ЧИРИХИН

(Москва)

Рассматривается влияние «замораживания» потока в сопле гиперзвуковой аэродинамической трубы на параметры неравновесного обтекания клина.

Решение В. Н. Жигулева [1] для колебательной релаксации обобщается на случай неравновесного набегающего потока.

Показано, что в этом случае возмущения параметров замороженного за косой ударной волной течения могут менять знак, если поток в рабочей части значительно отклоняется от равновесного.

Предлагается метод пересчета экспериментальных результатов, полученных в трубах с замороженным течением на случай обтекания равновесным набегающим потоком.

1. Расчеты одномерного течения с колебательной релаксацией, проведенные по методу, предложенному в работе [2], показали, что для типичного гиперзвукового сопла при температуре в форкамере  $T_0 = 2000 - 4000^\circ \text{K}$  и давлении  $p_0 = 50 - 1000 \text{ атм}$  величина отношения  $T^*/T_0 = 0.6 - 0.86$  ( $T^*$  — температура замораживания колебаний), а степень замороженности

$$W = \frac{E^*}{H_0 - E^*} = 0.07 - 0.14, \quad H_0 = c_p T_0 + E_i(T_0)$$

где  $E^*$  и  $E_i(T_0)$  — значения колебательной энергии, соответствующие  $T^*$  и  $T_0$ ,  $c_p$  — удельная теплоемкость газа с замороженными колебательными степенями свободы.

(Результаты расчета приведены для течения в сопле с радиусом критического сечения  $r_* = 2.5 \text{ мм}$  и углом асимптотического конуса  $\Phi = 12^\circ$ . Рабочий газ — азот с характеристической температурой колебаний  $\theta = 3340 \text{ K}$  и временем релаксации  $\tau_0 = 18 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$  при давлении  $p = 1 \text{ атм}$  и температуре  $T = \theta$ .)

Таким образом, поток в рабочей части такой аэродинамической трубы может значительно отличаться от равновесного.

Далее рассматривается задача обтекания клина сверхзвуковым неравновесным потоком двухатомного газа с заданной степенью замороженности перед скачком.

2. Исходные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \rho^\circ \mathbf{V}^\circ &= 0, & (\mathbf{V}^\circ \nabla) \mathbf{V}^\circ &= -1 / \rho^\circ \nabla p^\circ \\ \frac{1}{2} V^{\circ 2} + c_p T^\circ + E_i &= \frac{1}{2} V_2^2 + c_p T_2 + E_i, & p^\circ &= \rho^\circ R T^\circ \\ \frac{dE_i}{dt} &= \frac{E_i(T) - E_i}{\tau}, & E_i(T) &= \frac{R\theta}{e^{\theta/T} - 1}, & \tau &= \tau(p, T) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь градусом отмечены параметры неравновесного, а индексом 2 — параметры замороженного течения за ударной волной;  $\mathbf{V}$  — вектор скорости,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $T$  — температура,  $R$  — газовая постоянная,  $\tau$  — время релаксации.

Если предположить, что набегающий поток заморожен при таком значении  $E^*$ , что выполняется условие

$$\alpha = |e_i(1 - \beta)| \ll 1, \quad e_i = \frac{E_i(T_2)}{c_p T_2}, \quad \beta = \frac{E^*}{E_i(T_2)}$$

то параметры течения за косым скачком можно разложить в ряд по степеням  $\alpha$  и ограничиться линейным членом; нулевые члены ряда соответствуют замороженному течению.

В системе координат  $x^\circ, y^\circ$  (фиг. 1) получим следующую систему уравнений для возмущений соответствующих параметров (отмечены штрихом):

$$\begin{aligned} \mu^2 \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial e_t}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad p + u = F(y) \\ p = \frac{p'}{\rho_2 u_2^2}, \quad u = \frac{u'}{u_2}, \quad v = \frac{v'}{u_2}, \quad \mu^2 = M_2^2 - 1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь  $M_2$  — число Маха потока за скачком,  $u^\circ$  и  $v^\circ$  — компоненты вектора скорости  $V^\circ$  по осям  $x^\circ, y^\circ$ .

Система (2.2) аналогична системе, приведенной в работе [1]. Уравнение релаксации интегрировалось при условии

$$E_t = E^* \quad \text{при } y^\circ = x^\circ \operatorname{tg} \gamma$$

и решение имеет вид

$$E_t = E_t(T_2) \{ 1 - (1 - \beta) e^{-x + v \operatorname{ctg} \gamma} \}, \quad x = \frac{x^\circ}{u_2 \tau_2}, \quad y = \frac{y^\circ}{u_2 \tau_2}, \quad \tau_2 = \tau(p_2, T_2) \quad (2.3)$$

Здесь  $\gamma$  — угол между замороженным скачком и поверхностью клина (фиг. 1). Система (2.2) решается со следующими граничными условиями [1]:

$$(1) \quad v = 0 \quad \text{при } y = 0, x > 0 \quad (2.4)$$

$$(2) \quad p = \nu v, \quad p = k u \quad \text{при } y = x \operatorname{tg} \gamma, x > 0$$

$$\nu = \frac{2\Delta \operatorname{ctg} \gamma - (1 - \Delta)(\kappa - 1)M_2^2 \sin \gamma \cos \gamma}{M_2^2 \kappa (\sin^2 \gamma + \Delta \cos^2 \gamma) - 1 + \Delta \operatorname{ctg}^2 \gamma - (\kappa - 1)M_2^2}$$

$$k = \frac{2\Delta - (1 - \Delta)(\kappa - 1)M_2^2 \sin^2 \gamma}{M_2^2 \kappa (1 - \Delta) \sin^2 \gamma - 1 - \Delta}, \quad \Delta = \frac{\rho_f}{\rho_2}$$

Здесь  $\rho_f$  — значение плотности в набегающем потоке.

Следуя работе [1], получаем систему выражений для возмущений в явном виде

$$\begin{aligned} p = A \left\{ \operatorname{tg} \gamma (1 - e^{-x + v \operatorname{ctg} \gamma}) - \nu + \frac{1}{\mu} \left[ e^{-x + \mu v} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-s)^n e^{-x m^n} \operatorname{ch}(\mu m^n y) \right] \right\} \\ F(y) = \frac{1+k}{k} \frac{A}{\mu} \left[ -\mu \nu + e^{-v \operatorname{ctg} \gamma - \mu} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-s)^n e^{-v \operatorname{ctg} \gamma m^n} \operatorname{ch}(\mu m^n y) \right] \\ v = -A \left[ e^{-x + v \operatorname{ctg} \gamma} + e^{-x - \mu v} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-s)^n e^{-x m^n} \operatorname{sh}(\mu m^n y) \right] \\ u = F(y) - p, \quad T = (\kappa - 1)M_2^2(p - F(y)) - e_t(1 - \beta), \quad \rho = \kappa M_2^2 p - T \\ T = \frac{T'}{T_2}, \quad \rho = \frac{\rho'}{\rho_2}, \quad A = \frac{e_t(1 - \beta) \operatorname{tg} \gamma}{1 - \mu^2 \operatorname{tg}^2 \gamma}, \quad s = \frac{1 - \mu \nu}{1 + \mu \nu}, \quad m = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \gamma}{1 + \mu \operatorname{tg} \gamma} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь  $\kappa$  — отношение удельных теплоемкостей для замороженного течения.

3. Разность  $(1 - \beta)$  является коэффициентом в выражениях для возмущений (2.5) и определяет характер влияния замораживания набегающего потока на газодинамические параметры неравновесного обтекания клина.

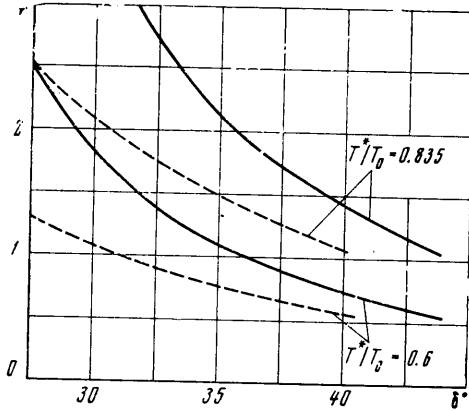
При  $\beta = 0$  решение (2.5) системы (2.2) совпадает с решением, полученным в работе [1]. В этом случае набегающий поток находится в состоянии равновесия.

При  $\beta = 1$  параметры в поле течения за ударной волной постоянны и поток остается замороженным, хотя энергетически осуществляется полностью равновесное обтекание, так как температура замораживания колебаний численно равна температуре потока за скачком.

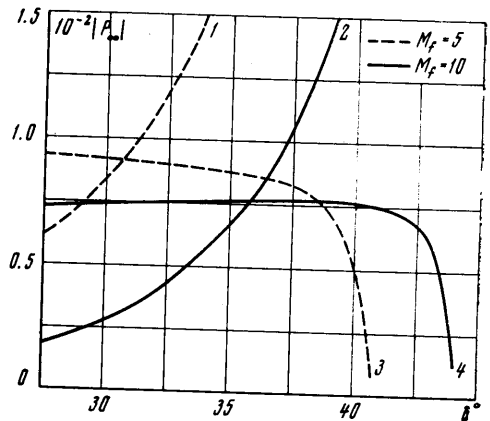
При  $\beta > 1$  возмущения меняют знак. Производная

$$F'(y) = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$$

характеризует завихренность течения и определяет искривление косога скачка. Из характера зависимости  $F'(\beta)$  следует, что при  $\beta = 1$  ударная волна прямолинейна, а при  $\beta > 1$  знак ее кривизны меняется (фиг. 1). Параметр  $\beta$  является функцией условий в форкамере, угла клина  $\delta$  и геометрии сопла. На фиг. 2 представлен пример



Фиг. 2



Фиг. 3

зависимости  $\beta$  от угла  $\delta$  при двух значениях числа  $M_f = 5, 10$  набегающего потока и двух характерных значениях отношения  $T^*/T_0 = 0.6, 0.835$ , при этом  $T_0 = 4000^\circ \text{K}$ .

Расчет замороженного течения в сопле (индекс  $f$ ) производился по формулам, приведенным в работе [2]

$$\frac{T_f}{T_0} = \left( \frac{2}{\kappa - 1} + \frac{2}{\kappa} \frac{E_i(T_0) - E^*}{RT_0} \right) \left( M_f^2 + \frac{2}{\kappa - 1} \right)^{-1} \quad (3.1)$$

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} = \left( \frac{T_f}{T_0} \right)^{1/2} \frac{J^*}{J_0}, \quad \frac{p_f}{p_0} = \left( \frac{T_f}{T_0} \right)^{3/2} \frac{J^*}{J_0}, \quad J = \frac{E}{R\theta} \exp \frac{R\theta + E}{TR}$$

Параметры замороженного потока за ударной волной (индекс 2) рассчитывались по известным соотношениям для косога скачка в идеальном газе [3]. Результаты расчета показали, что  $\beta$  может быть значительно больше единицы. Таким образом, в экспериментальных установках, работающих на принципе адиабатического разгона рабочего газа, влияние неравновесности на параметры течения за ударной волной может быть не только противоположным по знаку, но и значительно превышать по величине то влияние, которое имеет место при равновесном набегающем потоке.

4. Ограничиваясь случаем

$$|e_i(1 - \beta)| \ll 1, \quad e_i \ll 1$$

покажем, как экспериментальные данные, полученные в установке с замороженным потоком, можно пересчитать на случай равновесного набегающего потока.

Если известна степень замороженности потока в сопле (параметр  $W$ ) или  $T^*/T_0$ , не представляет труда определить величину параметра  $\beta$  для каждого конкретного значения угла отклонения течения  $\delta$  ( $\beta = f(\delta)$ ) при  $M_f = \text{const}$  по соотношениям (3.1). При помощи экспериментально полученной зависимости, например распределения давления по поверхности модели, определяются поправки, вызванные неравновесностью течения. Умножив их на коэффициент  $(1 - \beta)^{-1}$ , получим величину возмущений исследуемых параметров течения, которые следует ожидать в случае равновесного набегающего потока.

Иллюстрацией изложенного метода служат результаты расчета величины возмущений давления  $p_\infty = p_\infty' / \rho_2 u_2^2$  в равновесном ядре потока.

Выражение для  $p_\infty$  получается из соответствующей формулы системы решений (2.5) при  $x \rightarrow \infty$

$$p_\infty = e_i(1 - \beta) \frac{1 - \nu \text{ctg } \gamma}{\text{ctg}^2 \gamma - \mu^2} \quad (4.1)$$

На фиг. 3 кривые 1 и 2 дают зависимость  $|p_\infty|$  от угла  $\delta$  в случае равновесного набегающего потока ( $\beta = 0, T^* = 0$ ), а кривые 3 и 4 — в случае замороженного при  $T^*/T_0 = 0.835$  ( $W = 0.133, e_i = 0.12$ ). Число  $M_f$  равнялось 5 и 10, причем параметры потока перед скачком при равных числах  $M_f$  одинаковы. Точки пересечения кривых, соответствующих одному и тому же числу  $M_f$ , дают значения угла клина  $\delta$ , при котором в случае замороженного набегающего потока реализуется значение параметра  $\beta = 2$  (фиг. 2).

Другими словами, если к кривым 3, 4 на фиг. 3 применить преобразование

$$p(\delta, M) = p_{3,4}(\delta, M)\varphi(\delta, M), \quad \varphi(\delta, M) = |1 - \beta(\delta, M)|^{-1}$$

то они переходят в кривые 1, 2.

Автор благодарит О. Ю. Полянского и В. П. Агафонова за проявленное к работе внимание.

Поступило 27 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Жигулев В. Н. Об эффекте релаксационного пограничного слоя. Докл. АН СССР, 1962, т. 144, № 6.
2. Phinney R. Nondimensional solutions of flows with vibrational relaxation. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 2.
3. Ферри А. Аэродинамика сверхзвуковых течений. М., Гостехтеоретиздат, 1952.

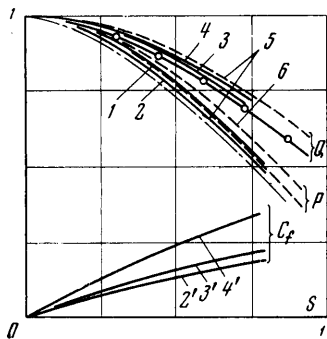
АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОХЛАЖДЕННОГО СФЕРИЧЕСКОГО ЗАТУПЛЕНИЯ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ СЛАБОРАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

А. И. ТОЛСТЫХ

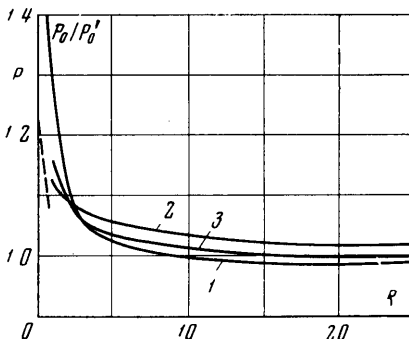
(Москва)

1. Для исследования аэродинамических характеристик затупленных тел в потоке газа малой плотности были проведены расчеты сверхзвукового обтекания сферического затупления с охлажденной поверхностью при малых числах Рейнольдса.

Задача решалась в той же постановке, что и в работе [1], однако вместо теплоизолированной стенки рассматривалась поверхность с заданной температурой. При построении решений «укороченных» уравнений Навье — Стокса использовалась схе-



Фиг. 1



Фиг. 2

ма III метода интегральных соотношений, приложение которой к расчету течений вязкого газа описано в [2]. Применение этой схемы позволило с небольшими затратами машинного времени произвести расчеты различных вариантов задачи на ЭВМ среднего быстродействия. В тех случаях, когда интерес представляли только величины давления и теплопередачи в критической точке, вычисления прекращались как только значения параметров на оси симметрии практически переставали зависеть от параметров всего потока в целом.

Основные цели данной работы заключались, во-первых, в исследовании при помощи уравнений сплошной среды изменения основных аэродинамических параметров по мере приближения к свободномолекулярному режиму и, во-вторых, в выяснении возможности однопараметрического представления тепловых потоков при малых чис-