

ГИПЕРЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ПРИТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ С ПРОТОКОМ

Б. А. ЗЕМЛЯНСКИЙ

(Москва)

Г. Г. Черный [1, 2] рассмотрел задачу о гиперзвуковом обтекании конуса с протоком с острой кромкой. Ниже приводится некоторый анализ особенностей этой задачи в случае тупой кромки.

При этом используется гиперзвуковая теория обтекания тонких тел с носовым притуплением относительно малого размера [1, 3, 4], основанная на замене носка сосредоточенной силой и использовании нестационарной аналогии. Влияние нарушения закона плоских сечений, а также физико-химических превращений газа в высокоэнтропийном слое в рамках этой теории, как показано в работах [4, 5], качественно эквивалентно изменению коэффициента сопротивления носка. Такой подход позволил установить полезные законы подобия.

Развитие этих идей в направлении исследования структуры течения за головной ударной волной и анализа определяющих ее параметров дано в работах [6-8], где в частности, выяснена роль распределения энтропии по линиям тока в переходном сечении между носком и боковой поверхностью и установлен важный для практики эмпирический результат универсальности этого распределения для носков различной формы при заданных условиях обтекания.

Ниже эти результаты распространены на притупленные тела вращения с протоком в носовой части. Рассматривается внешняя по отношению к протоку область течения в предположении, что режим обтекания соответствует максимальному расходу через проток.

Особенность задачи связана с дополнительным характерным линейным размером r_0 определяющим терпяемую через проток массу газа.

Обозначения: d, L — толщина кромки и характерный продольный размер; β — характерный наклон боковой поверхности; uV, vV — компоненты скорости; $\rho\rho_\infty, p\rho_\infty V^2, iV^2$ — плотность, давление, энтальпия газа; $\rho_\infty, V, M, \gamma$ — плотность, скорость, число Маха и показатель адиабаты в набегающем потоке; $\pi F_0 \rho_\infty V \psi$ — расход газа (ψ — функция тока); k — отношение плотности газа в набегающем потоке к плотности за прямым скачком, индекс w относится к параметрам на теле; x, r — цилиндрическая система координат с центром на оси протока в переходном сечении между тупой кромкой и боковой поверхностью $r_w = r_w(x)$

$$r_w = r_0 + \frac{1}{2}d + \beta L r_w^0(x/L), \quad F_0 = r_0 d + \frac{1}{4}d^2$$

1. Рассмотрим систему определяющих критериев задачи. Уравнения, описывающие течение невязкого газа около боковой поверхности¹ в безразмерных переменных $x/L, \Delta r_\beta$, записанные для величин, пронормированных в различных областях в соответствии с действующими там порядками величин (v_β, p_β — всюду, u_β, ρ, i_β — в низкоэнтропийном слое, u, ρ_β, i — в высокоэнтропийном слое [6]), не содержит каких-либо определяющих параметров и для краткости не выписываются. Здесь

$$\Delta r_\beta = \frac{r - r_0}{\beta L}, \quad v_\beta = \frac{v}{\beta}, \quad u_\beta = \frac{1 - u}{\beta^2},$$

$$p_\beta = \frac{p}{\beta^2}, \quad \rho_\beta = \frac{\rho}{\beta^2}, \quad i_\beta = \frac{i}{\beta^2} \quad (1.1)$$

Условия на головной ударной волне $r = R(x)$, угол наклона которой к набегающему потоку $\alpha \sim \beta$, содержат критерии $\gamma, M\beta$.

¹ Речь идет об уравнениях движения, неразрывности и уравнении энергии, записанном через энтальпию.

Из уравнения боковой поверхности тела, которое вдали от носка при $r_0 \gg 1/2a$ можно представить в виде

$$r_w \approx r_0 + \beta L r_w^0(x/L) \quad (1.2)$$

следует для аффинно-подобных тел критерий $r_{0\beta} = r_0(\beta L)^{-1}$.

Замыкающие задачу условия при $x = 0$ формулируем в соответствии с [1, 3-6] в интегральном виде, считая что вдали от носка влияние деталей в распределениях параметров при $x = 0$ на давление на теле и форму головной ударной волны затухает благодаря многократному отражению возмущений поперек высокоэнтропийного слоя. При этом воздействие носка на газ можно заменить сосредоточенной силой с компонентами

$$X = 1/2 c_x \pi F_0 \rho_\infty V^2, \quad Y = \pi F_0 \rho_\infty V^2 \quad (1.3)$$

роль которых определяется из интегральных уравнений импульса

$$\begin{aligned} 2 \int_{r_w}^R [\rho u(1-u) - p] r dr &= \frac{1}{2} c_x F_0 + 2 \int_0^x p_w r_w' dx - \frac{R^2 - r_0^2}{\gamma M^2} \\ 2 \int_{r_w}^R \rho u v r dr &= I F_0 + 2 \int_0^x \left(p_w r_w + \int_{r_w}^R p dr - \frac{R}{\gamma M^2} \right) dx \end{aligned} \quad (1.4)$$

Коэффициенты c_x и I при $M \ll 1$ равны ¹

$$c_x = \frac{4}{F_0} \int_{r_0}^{r_0 + 1/2d} p_w r_w dr_w, \quad I \approx \frac{2}{F_0} \left(p_0' \delta_0 r_0 + \int_{-\Delta}^0 p_w r_w dx + \int_{\Sigma} p d\Sigma \right) \quad (1.5)$$

Здесь $p_0' \rho_\infty V^2$, δ_0 — давление и отход скачка в критической точке; Σ — площадка в меридианальной плоскости, ограниченная телом, ударной волной, поверхностью $r = r_0$ и плоскостью $x = 0$; Δ — расстояние от критической точки до плоскости $x = 0$.

Уравнения (1.4) приводят к параметрам

$$K_\beta^2 = c_x F_0 / 2\beta^3 L (r_0 + \beta L), \quad \Omega = I_0 \beta \quad (I_0 = 2I / c_x) \quad (1.6)$$

При $d \ll r_0$ параметр K_β^2 по существу эквивалентен параметру $c_x d / 2\beta^3 L$, характеризующему влияние притупления на плоском теле (при этом $E_0 = r_0 d$). Из уравнения состояния

$$\rho i / p = [\gamma / (\gamma - 1)] z (\rho_\infty V^2 p, V^2 i) \quad (1.7)$$

в общем случае для заданного газа имеем определяющие параметры ρ_∞ , $V\beta$ для низкоэнтропийного и ρ_∞ , $V\beta$, V для высокоэнтропийного слоев.

Кроме того, в высокоэнтропийной области в силу уравнения адиабаты течение зависит от распределения энтропии по линиям тока при $x = 0$.

Уравнение линии тока представим в виде

$$\begin{aligned} r^2(\varphi) &= r_{w\beta}^2 + 2K_\beta^2 (1 + r_{0\beta}) \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\rho_\beta u} \\ \varphi &= \psi / c_x, \quad \rho_\beta = \rho_\beta(p_{w\beta}, S), \quad u = u(p_{w\beta}, S) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Отсюда следует, что при $x = 0$ должна быть задана функция $S(\varphi)$ для $\varphi < \varphi_\beta$, где $\pi F_0 c_x \varphi_\beta \rho_\infty V$ — секундный расход газа через высокоэнтропий-

¹ Здесь принято, что кромка симметрична, и интегрирование ведется по ее внешней по отношению к протоку половине.

льный слой. В силу известной условности раздела области течения на низко- и высокоэнтропийную параметр φ_0 будет несущественным.

Таким образом, при сделанных предположениях имеем следующую полную систему определяющих критериев для заданного реального газа:

$$r_{0\beta}, K_{\beta}, V \tag{1.9}$$

$$M\beta, \Omega, S(\varphi), \rho_{\infty}, V\beta \tag{1.10}$$

Для совершенных газов вместо параметров $V, \rho_{\infty}, V\beta$ имеем один — γ .

Часть из этих критериев для широкого класса задач несущественна.

Так, при гиперзвуковых условиях $(M\beta)^2 \gg 1$, и параметр $M\beta$ выпадает

из уравнений. Далее, по тем же соображениям, что и в работе [7], функция $S(\varphi) = \sin^2 \alpha$ в пределах высокоэнтропийного слоя практически универсальна для тупых кромок различной формы при заданных условиях обтекания и поэтому может быть исключена из (1.10). Это иллюстрирует фиг. 1, а, где приведены значения $S(\varphi) = \sin^2 \alpha$ для различных тупых кромок (точки, крестики, треугольники) при их обтекании совершенным газом 1 ($M = \infty, \gamma = 1.4$) и равновесным воздухом 2 ($\rho_{\infty} = 3.3 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^3, V = 10^4 \text{ м/сек}$).

Универсальность $S(\varphi)$ связана в основном со слабой зависимостью параметра I_0 от формы носового притупления [7]. Примерные значения I_0 для различных носков приведены на фиг. 1, б. Кривые 1—4 относятся к поперечно обтекаемым цилиндрическим сегментам ($r_0/d \rightarrow \infty$) при $k = 1/6, 0.1, 0.05, 0$ соответственно, кривая 5 относится к сферическому сегменту ($r_0 = 0$) при $k = 0.05$, кривые 6, 7 — к носку с протоком ($\mu = 1, \mu = 2$)¹ с цилиндрической кромкой при $k = 1/6$. Таким образом, за исключением практически нереализуемых малых значений $k \approx 0$, параметр I_0 , действительно, весьма слабо зависит от притупленности кромки.

Среди параметров, следующих из уравнения состояния, в случае воздуха для достаточно широкого диапазона условий обтекания ($V\beta \lesssim 3000 \text{ м/сек}$), как показано в работе [8], наиболее важным будет V .

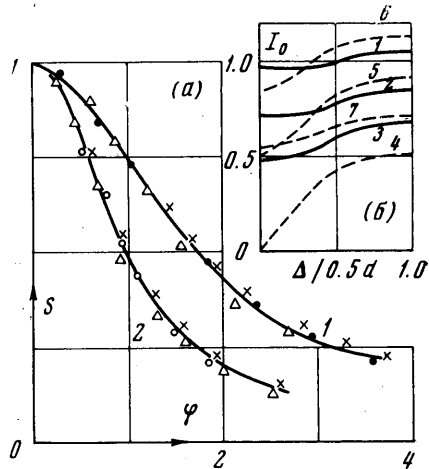
Так как в области сильного влияния тупого носка на сопротивление тела ($K_{\beta}^2 \sim 1$) его влияние на сообщаемый газу радиальный импульс мало ($K_{\beta}^2 \Omega \sim \beta$), параметром Ω для тонких тел обычно пренебрегают² [1, 3—6].

При этом полная система критериев подобия сводится к (1.9), где $r_{0\beta}$ будет единственным новым параметром, связанным с протоком.

При совпадении критериев (1.9) в случае гиперзвукового обтекания тел с аффинно-подобной образующей $r_w^{\circ}(x/L)$ заданным газом имеет место закон подобия, согласно которому давления на теле $p_{w\beta}$, ударные волны R_{β} , а также профили p_{β}, v_{β} всюду, i_{β}, ρ — в низкоэнтропийном и i, ρ_{β} — в высокоэнтропийном слоях совпадают в одинаковых сечениях x/L .

¹ Параметр $\mu = r_0(c_x F_0)^{-1/2}$, как можно показать, влияет на вид $S(\varphi)$ лишь в области, где $S \sim 1$, и при $r_0/d \gg 1$ будет несущественным.

² Более подробно роль Ω рассмотрена в п. 3.



Фиг 1

2. Оказывается, если отказаться от детального рассмотрения течения в высокоэнтропийном слое, можно существенно расширить возможности теории подобия [5]. При учете влияния процессов в высокоэнтропийном слое будем исходить из интегральных уравнений расхода, радиального импульса и энергии в виде

$$\begin{aligned}
 2 \int_{r_w}^R \rho r dr &= M_0 F_0 + R^2 - r_0^2 \\
 2 \int_{r_w}^R \rho v r dr &= I^* F_0 + 2 \int_0^x \left(p_w r_w + \int_{r_w}^R p dr - \frac{R}{\gamma M^2} \right) dx \\
 2 \int_{r_w}^R \left(\frac{\rho v^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1} \right) r dr &= \frac{1}{2} c_x^* F_0 + 2 \int_0^x p_w r_w r_w' dx + \frac{R^2 - r_0^2}{\gamma(\gamma - 1) M^2} \\
 \frac{c_x^*}{c_x} &= 1 - 2E_1, \quad E_1 = \int_0^{\varphi_0} \left[i - \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} - \frac{(1 - u)^2}{2} - \frac{1 - u}{(\gamma - 1) M^2} \right] \frac{d\varphi}{u} \\
 \frac{I^*}{I} &= 1 + 2J_1, \quad I_0 J_1 = \int_0^{\varphi_0} \frac{v}{u} (1 - u) d\varphi, \quad M_0 = c_x \int_0^{\varphi_0} \frac{1 - u}{u} d\varphi
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

При этом предполагается, что в низкоэнтропийном слое справедлив закон плоских сечений, газ ведет себя как совершенный с показателем адиабаты γ , тогда как в высокоэнтропийном слое ($\varphi < \varphi_0$) имеется продольное перетекание газа ($1 - u > 0$) и возможны физико-химические превращения, что учитывается величинами c_x^* , I^* , M_0 . В работах [4, 5], где введен коэффициент c_x^* , показано, что ввиду слабой зависимости E_1 от давления ($E_1 \sim p^\varepsilon$, $\varepsilon = (\gamma_0 - 1)(\gamma_0 + 1)^{-1} \ll 1$, γ_0 — эффективный показатель адиабаты в высокоэнтропийном слое) вдоль боковой поверхности тела $c_x^* \approx \text{const}$ для широкого класса тел¹. Поскольку $1 - u \sim i \sim p^\varepsilon$, это же относится и к I^* , M_0 .

В рамках нестационарной аналогии течение в низкоэнтропийном слое эквивалентно нестационарному одномерному движению совершенного газа, возникающему в результате подвода к слою единичной ширины в начальный момент $t = 0$ энергии $E^* = 1/2 c_x^* \pi F_0 \rho_\infty V^2$ и радиального импульса $J^* = I^* \pi F_0 \rho_\infty V^2$ вдоль поверхности бесконечного цилиндра радиуса r_0 и последующего расширения цилиндрического поршня от начального положения $r = r_0$ со скоростью r_w' . Масса $M_0 \pi F_0 \rho_\infty V$ обусловлена перетеканием газа внутри высокоэнтропийного слоя. В принятой постановке исключено требование совпадения уравнений состояния в высокоэнтропийном слое и для заданного газа получаем критерии подобия

$$\begin{aligned}
 M\beta, \quad r_{0\beta}, \quad K_\beta^* &= \left(\frac{c_x^*}{c_x} \right)^{1/2} K_\beta, \quad \Omega^* = I_0^* \beta \\
 Q &= \frac{2M_0}{c_x^*} K_\beta^{*2} \beta^2 \quad \left(I_0^* = \frac{2I^*}{c_x^*} \right)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

¹ Для приближенного расчета c_x^* , I^* , M_0 необходимо знать при $\varphi < \varphi_0$ энтропийную функцию $S(\varphi)$, которая, как отмечено выше, для заданных условий обтекания слабо зависит от формы притупления.

Отметим, что, поскольку вклад перетекания газа в высокоэнтропийном слое в общий баланс массы мал ($Q \sim \beta^2$ в области, где $K_{\beta^*} \sim 1$), параметр Q для тонких тел ($\beta^2 \ll \ll 1$) можно отбросить. С той же точностью $I_0^* \approx I_0 c_x / c_x^*$ и слабо зависит от формы при тупления. Отличие c_x^* / c_x от единицы определяется в основном физико-химическими превращениями в высокоэнтропийном слое (при $\gamma_0 \geq 1.1$).

3. Рассмотрим теперь влияние параметра Ω^* (или Ω) на течение в целом. Исходим из системы (2.1), упрощая ее для $M \gg 1$ на основе представления о сильно сжатом слое за ударной волной [1]. Упрощая уравнение энергии, примем, следуя работе [10], что весь газ сосредоточен в слое $R^* \leq r \leq R$, где его параметры равны величинам за ударной волной, тогда как вблизи тела ($r_w \leq r < R^*$) давление равно p_w . Для уравнения импульса примем обычную схему без разделения поля течения на два слоя [1]. Определяя R^* из уравнения расхода и полагая

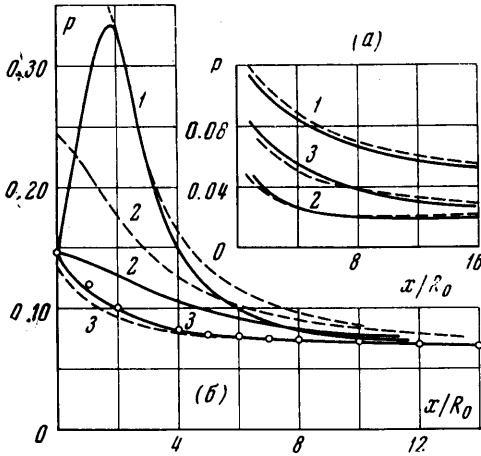
$$x_1 = \frac{x}{K_{\beta^*} L}, \quad r_1 = \frac{r}{K_{\beta^*} \beta L}, \quad p_{w\beta} = \frac{p}{\beta^2} \quad (3.1)$$

приведем уравнения энергии и радиального импульса к виду

$$\begin{aligned} \frac{4}{(\gamma + 1)^2} (R_1^2 - r_{01}^2) R_1'^2 + \frac{p_{w\beta}}{\gamma - 1} \left(\frac{2}{\gamma + 1} R_1^2 + r_{01}^2 - r_{w1}^2 \right) &= \\ = 1 + 2 \int_0^{x_1} p_{w\beta} r_{w1} r_{w1}' dx_1 & \\ \frac{2}{\gamma + 1} (R_1^2 - r_{01}^2) R_1' = \Omega^* + 2 \int_0^{x_1} p_{w\beta} R_1 dx_1 & \end{aligned} \quad (3.2)$$

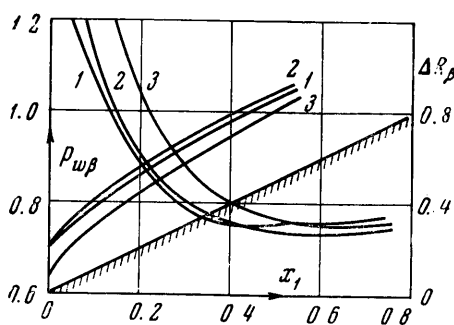
Давление на теле $p_{w\beta}(x_1)$ и форма ударной волны $R_1(x_1)$ определяются отсюда с удовлетворительной точностью. На фиг. 2, а в физических координатах сравниваются полученные давления (пунктир) на клине 1, конусе 2 и конусе с протоком 3 с $r_0 \approx 1.5d$ с результатом метода характеристик (сплошные кривые) для $\beta = 10^\circ$, $M = \infty$, $\gamma = 1.4$ (R_0 — радиус носового скругления).

Система (3.2) удобна для анализа влияния параметра Ω^* . Результаты расчета давления на клине с углом полураствора $\beta = 15^\circ$ при $M = \infty$, $\gamma = 1.18$ для значений $\Omega^* = 0; 0.13; 0.26$ (кривые 1, 2, 3) приведены на фиг. 2, б, точками представлен результат метода характеристик (точное значение $\Omega^* \approx 0.24$). При этом учтен истинный размер носка $1/2d$ и в качестве начальных значений $p_{w\beta}(0)$ и $R_1(0)$ взяты точные величины в переходном сечении $x = 0$. Отметим, что $p_{w\beta}(0)$ можно определить непосредственно из (3.2). Получающиеся при этом результаты (пунктир на фиг. 2, б) приводят к тем же выводам.

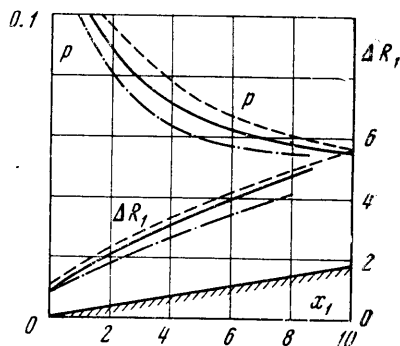


Фиг. 2

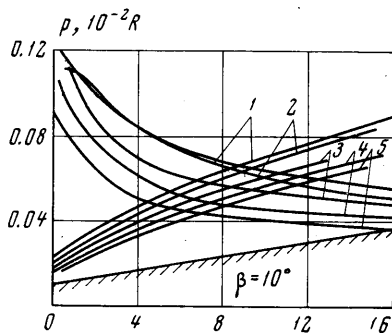
Аналогичные результаты имеют место для других тел и условий обтекания. Они свидетельствуют о значительном влиянии Ω^* на практически интересных расстояниях от носка. Отличие Ω^* в сравниваемых случаях более чем в ~ 1.5 раза существенно портит подобие в области влияния Ω^* , что необходимо иметь в виду, особенно в случае тел с сильно отличающимися β .



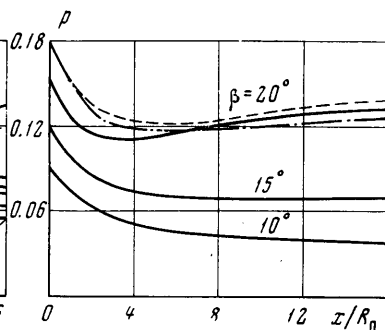
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

4. Для конусов и клиньев продольный характерный размер L отсутствует. Здесь число определяющих критериев можно сократить, выбирая L , например, из условия $K_{\beta} = 1$ (или $K_{\beta}^* = 1$). Соответственно для осесимметричного и плоского течений имеем

$$L = (1/2 c_x F_0)^{1/2} \beta^{-2}, \quad L = 1/2 c_x d \beta^{-3} \quad (4.1)$$

При этом вместо параметра $r_{0\beta}$ получим $\mu\beta$ (или $\mu^*\beta$), где

$$\mu = r_0 (c_x F_0)^{-1/2}, \quad \mu^* = r_0 (c_x^* F_0)^{-1/2} \quad (4.2)$$

На фиг. 3 в координатах подобия сравниваются давления $p_{w\beta}(x_1)$ и ударные волны $\Delta R_{\beta}(x_1)$ при обтекании конусов с потоком совершенным газом с $M = \infty$, $\gamma = 1.4$ (при этом $\mu\beta = 0.36$; 1 — ($\beta = 20^\circ$, $c_x = 1.25$, $r_0/d = 1.5$), 2 — ($\beta = 20^\circ$, $c_x = 1.47$, $r_0/d = 1.8$), 3 — ($\beta = 10^\circ$, $c_x = 1.23$, $r_0/d = 5.5$). Здесь

$$\Delta R_{\beta} = (R - r_0 - 1/2 d) \beta E_0^{-1/2}, \quad x_1 = x \beta^2 E_0^{-1/2} \quad (E_0 = 1/2 c_x F_0) \quad (4.3)$$

Менее высокая точность закона подобия в случае разных β обусловлена здесь различием параметров Ω .

Установленная в п. 2 частичная эквивалентность между обтеканием рассматриваемых тел реальным и совершенным газом (с измененной кром-

кой, имеющей коэффициент сопротивления c_x^*) при совпадении критериев $r_{0\beta}$, K_{β}^* , $M\beta$ иллюстрируется фиг. 4, где дано сравнение ударных волн и давлений на клине с углом полураствора $\beta = 10^\circ$ при его обтекании равновесным воздухом ($\rho_\infty = 1.8 \cdot 10^{-5}$ г/см³, $V = 6000$ м/сек, $c_x^* = 0.9$, $p_w(x_1^*)$, $\Delta R_1^*(x_1^*)$ — сплошные кривые) и совершенным газом ($M = 20$, $\gamma = 1.4$, $c_x = 1.23$, $p_w(x_1)$, $\Delta R_1(x_1)$ — пунктир). Штрих-пунктир относится к равновесным условиям, здесь кривые $p_w(x_1)$, $\Delta R_1(x_1)$ построены с использованием истинного коэффициента сопротивления носка $c_x \approx 1.3$.

Здесь

$$\Delta R_1 = (R - \frac{1}{2}d)(\frac{1}{2}c_x d)^{-1}, \quad x_1 = x(\frac{1}{2}c_x d)^{-1} \quad (4.4)$$

Численные расчеты проводились на ЭВМ методом характеристик. Начальные данные в трансзвуковой области течения около цилиндрической кромки при ее обтекании совершенным газом с $\gamma = 1.4$ брались на основе работы [9]. Аналогичные результаты М. Г. Лебедева для $\gamma < 1.4$ позволяют производить расчеты обтекания равновесным воздухом для условий полета, при которых основной характеризующий течение в дозвуковой области параметр $k = (\gamma - 1)(\gamma + 1)^{-1}$.

На фиг. 5, 6 дополнительно приведены для некоторых условий обтекания и углов полураствора клина давления на теле и формы ударных волн. На фиг. 5 $\beta = 10^\circ$, кривые 1 относятся к совершенному газу ($M = \infty$, $\gamma = 1.4$), остальные — к равновесному воздуху 2 — ($\rho_\infty = 8.9 \cdot 10^{-5}$ г/см³, $V = 4000$ м/сек), 3 — ($\rho_\infty = 1.8 \cdot 10^{-5}$ г/см³, $V = 6000$ м/сек), 4 — ($\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7}$ г/см³, $V = 7500$ м/сек), 5 — ($\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7}$ г/см³, $V = 10000$ м/сек). На фиг. 6 сплошные линии — равновесный воздух ($\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7}$ г/см³, $V = 10000$ м/сек), штрих-пунктир — совершенный газ ($M = \infty$, $\gamma = 1.18$).

Для указанных условий обтекания имеем интересную особенность, связанную с появлением ложки давления на клиньях при $\beta \geq 15^\circ$. Отметим, что эта особенность качественно описывается простой схемой интегральных соотношений (п. 3) (пунктир на фиг. 6).

Автор благодарит В. В. Лунева за постоянное внимание к работе и А. Л. Гонора и В. В. Сычева за обсуждение и полезные замечания.

Поступило 28 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
2. Черный Г. Г. Обтекание тел идеальным газом при большой сверхзвуковой скорости. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 6.
3. Cheng H. K. Similitude of hypersonic real — gas flow over slender bodies with blunted noses. J. Aeronaut. Sci., 1959, vol. 26, No. 9.
4. Лунев В. В. О движении в атмосфере тонкого затупленного тела с большими сверхзвуковыми скоростями. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 4.
5. Лунев В. В. Гиперзвуковое обтекание тонких притупленных тел с физико-химическими превращениями газа в высокоэнтропийном слое. ПМТФ, 1964, № 5.
6. Лунев В. В. Закон подобия для гиперзвуковых обтеканий тонких притупленных тел вязким газом. ПММ, 1961, т. 25, вып. 6.
7. Лунев В. В. О форме головной ударной волны при гиперзвуковом обтекании тупых тел. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 6.
8. Лунев В. В., Павлов В. Г. О гиперзвуковом подобии при обтекании тонких притупленных тел сложной формы несовершенным газом. Изв. АН СССР, МЖТ, 1966, № 4.
9. Гилинский С. М., Лебедев М. Г. Расчет обтекания эллиптических цилиндров сверхзвуковым потоком совершенного газа. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 3.
10. Лунев В. В. Гиперзвуковое обтекание тонких притупленных тел степенной формы. ПММ, 1962, т. 26, вып. 2.