

**ВСЕСОЮЗНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО КРАЕВЫМ ЗАДАЧАМ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯМ В МЕХАНИКЕ ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

Конференция была проведена в Казани 28—31 мая 1969 г. Казанским государственным университетом имени В. И. Ульянова-Ленина совместно с Научным советом по механике жидкостей и газов Академии Наук СССР.

Начиная с 40-х годов и особенно интенсивно в послевоенные годы в СССР развиваются исследования по граничным задачам для аналитических функций с приложениями их в различных разделах механики и других наук. По этому вопросу опубликовано большое число статей и несколько монографий. Растет число исследователей, появляются новые центры исследований по краевым задачам, возникают новые проблемы и направления, связанные с актуальными областями математики, и особенно резко увеличивается число работ, посвященных приложениям аналитических функций и различных их обобщений в механике и технических науках. Отсюда вытекает необходимость периодического обмена информацией, а также координации исследовательских работ. Выделения специальных секций по краевым задачам на математических съездах оказывается недостаточным, они обычно не охватывают исследований, связанных с приложениями. С другой стороны, на конференциях по механике не всегда достаточно представляются математические работы. Настоящая конференция была организована по решению Отделения механики и процессов управления АН СССР и Министерства высшего и среднего специального образования СССР.

Для участия в конференции были приглашены организации и ученые, активно работающие по ее теме. В работе конференции приняли участие 205 человек из 30 городов Советского Союза.

В соответствии с планом работа конференции проходила в двух основных направлениях:

1) обратные и обратные смешанные краевые задачи аналитических функций и их приложения в исследовании течений жидкости в областях с полностью или частично неизвестными границами, в струйных и кавитационных течениях, в теории фильтрации;

2) краевые задачи (задачи Римана, Гильберта и другие) для аналитических и обобщенных аналитических функций, сингулярные интегральные уравнения и краевые задачи для дифференциальных уравнений с приложениями в механике жидкостей и газов.

На пленарных заседаниях было заслушано восемь докладов.

Ф. Д. Гахов (Минск) *О современном состоянии теории краевых задач аналитических функций и особых интегральных уравнений* (обзор).

Дается исторический очерк развития теории краевых задач для аналитических функций и сингулярных интегральных уравнений и краткая характеристика состояния различных разделов этой теории в настоящее время. Обращается внимание на благотворное взаимное влияние прикладных наук и математической теории краевых задач.

М. Т. Нужин, Г. Г. Тумашев (Казань). *Обратные и обратные смешанные краевые задачи и их приложения в гидроаэромеханике и газовой динамике.*

В постановке обратных краевых задач реализуется идея построения области с заданными свойствами, нужными для практики. В механике жидкостей первые обратные задачи возникли в связи с построением обтекаемых тел с заданным распределением скорости или давления. В Казани систематические исследования в области обратных краевых задач ведутся начиная с 1942 г. Изучены различные обратные задачи теории крыла (профиля) и решеток, теории струй и течений в каналах, а также задачи модификации, в которых по данным изменениям граничных значений функции определяется изменение контура. Некоторые задачи решались с учетом сжимаемости жидкости. В обратных смешанных задачах некоторые части контура известны, остальные отыскиваются. Важные приложения эти задачи нашли в теории фильтрации.

Развита математическая теория обратных краевых задач; разработаны методы их решения, исследованы условия разрешимости, однолиственности и устойчивости.

При Казанском государственном университете функционирует семинар по краевым задачам, и с 1964 г. ежегодно публикуются труды этого семинара.

Л. И. Чибрикова (Казань) *О применении римановых поверхностей при исследовании плоских краевых задач и сингулярных интегральных уравнений.*

Краевая задача Римана на замкнутой римановой поверхности качественно отличается от той же задачи на плоскости. Возникают существенные трудности при построении аналога ядра типа Коши и решении проблемы обращения абелевых интегралов. В приложениях краевая задача Римана получается при решении задачи Гильберта и основных задач теории упругости для односвязных или многосвязных областей, ограниченных алгебраическими кривыми. При этом основной будет теория симметричных преобразований римановой поверхности в себя и вообще свойства

автоморфных функций на римановой поверхности. Многолистные поверхности применяются также при решении сингулярных интегральных уравнений с ядрами, автоморфными относительно преобразований итераций некоторой алгебраической функции.

Г. Ю. Степанов (Москва) *Некоторые приложения краевых задач в гидродинамической теории крыла и решеток турбомашин.*

Наиболее совершенные методы решения задач рассматриваемой теории развиты при постановке этих задач как краевых в простых канонических областях, причем большое значение имеет выбор искомой функции, вида области и способа вычисления. Прямая задача стационарного обтекания сводится к функциональным уравнениям, которые решаются итерациями. Обратная задача, задача о малой деформации и о нестационарном движении при постоянной циркуляции решаются квадратурами. Изучение малых колебаний профилей в решетке при постоянном сдвиге фаз и моделировании вихревых следов волнистыми разрезами также сводится к квадратурам. В задаче о струйном обтекании решетки получается функциональное уравнение Л. И. Седова, упрощающееся при однородном выделении особенностей в точках схода струй. Учет сжимаемости в дозвуковом потоке газа производится проще всего в приближенной постановке С. А. Чаплыгина; учет вязкости — с использованием теории пограничного слоя на профиле и ближнего следа за отрывом. Вихревое дозвуковое обтекание решетки в слое переменной толщины дает систему Карлемана, представление решения которой в общем случае содержит интегралы по области одного периода с ядром, обладающим свойством обобщенной периодичности.

Л. Г. Михайлов; (Душанбе). *Краевые задачи теории обобщенных аналитических функций в сингулярных случаях.*

Основными для теории обобщенных функций являются их интегральные представления И. Н. Векуа через аналитические функции. Функции, удовлетворяющие системе Карлемана с коэффициентами из класса L_p , $p > 2$, имеют свойства, аналогичные свойствам аналитических функций. Наибольший интерес представляет собой сингулярный случай, когда коэффициенты имеют изолированные особенности типа полюса. Подробно исследован случай простейшего уравнения Карлемана с полюсом первого порядка. Показана связь результатов с теорией вырождающихся обыкновенных уравнений класса Фукса, изучены постановки и получены общие решения основных краевых задач.

М. И. Гуревич (Москва) *Обзор современных работ по теории струй идеальной жидкости.*

Произведен обзор 650 работ, опубликованных в основном после 1960 г., т. е. после известных монографий по теории струй Биркгофа — Сарантонелло и автора доклада. В этих работах были найдены новые приложения плоских задач теории струй идеальной невесомой несжимаемой жидкости, в частности в гидродинамических исследованиях судов на подводных крыльях, аппаратов на воздушной подушке, устройств пневмоавтоматики. Появились новые схемы кавитационных течений (Чаплыгина — У. Яо Цау, Лаврентьева, Тулина, Кузнецова — Рябушинского) и многочисленные примеры расчетных сравнений различных схем. Существенно продвинулись исследования неустановившихся кавитационных течений, а также задач с учетом влияния сил тяжести и поверхностного натяжения. Получены новые точные и приближенные решения в теории газовых струй. Сравнительно мало продвинулись исследования пространственных струйных течений, а также математические исследования разрешимости задач и численных методов.

Отмечен неослабевающий интерес к теории струй и большие успехи советских механиков в развитии этой теории.

С. В. Фалькович (Саратов) *Обратная задача сопла Лаваля.*

Изложены некоторые новые результаты в аналитическом решении задачи построения стенок сопла по заданному распределению скорости вдоль оси. Изучены случаи с прямой и криволинейной звуковой линией, непрерывные и со слабым разрывом. Особое внимание обращено на установление области сходимости решений и ее расширение.

Н. Б. Ильинский, М. Т. Нужин (Казань) *Об обратных краевых задачах напорной фильтрации.*

Рассматриваемые задачи возникли в связи с необходимостью построения подземного контура гидротехнического сооружения, обладающего желательными фильтрационными характеристиками, в частности, с заданным распределением скорости фильтрации или фильтрационного давления в различных условиях. Описываются постановки задач и их решения, принадлежащие, в основном, авторам и их сотрудникам. Находятся условия однозначной и однолистной разрешимости задач. Наряду с аналитическими методами расчета предлагаются приближенный экспериментально-аналитический способ и новый прибор ЭГДА с подвижной границей для экспериментального решения прямых и обратных задач теории фильтрации.

На заседаниях трех секций было заслушано 120 кратких сообщений, примыкающих к тематике и проблематике пленарных докладов.

Секция I. Краевые задачи (руководители Ф. Д. Гахов и Л. И. Чибрикова).

Основную часть сообщений можно условно разделить на пять групп.

1. Дальнейшая разработка методов исследования прямых и обратных краевых задач для аналитических функций на плоскости.
2. Решение нелинейных граничных задач для аналитических функций.
3. Исследование сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши и уравнений Винера-Хопфа.
4. Исследования по граничным задачам для других классов систем дифференциальных уравнений, обобщающих уравнения Коши — Римана.
5. Исследования краевых задач и сингулярных интегральных уравнений на римановых поверхностях.

Секция II. Гидромеханика и теория фильтрации (руководители Г. Г. Тумашев и Г. Ю. Степанов).

Основная часть сообщений относилась к исследованиям кавитационных и струйных течений с различными осложнениями. Обзор некоторых особенностей естественной и искусственной кавитации по наблюдениям в экспериментах сделал И. Т. Егоров. Обсуждались решения нелинейных задач плоских течений невесомой жидкости по различным схемам: пространственные кавитационные течения в линейной постановке, отдельные вопросы нестационарного движения. Большое внимание было уделено плоским задачам тяжелой жидкости и волновым движениям. В области теории фильтрации рассматривались прямые и обратные задачи, фильтрации в сложных грунтах и границах, пространственные задачи.

Секция III. Уравнения смешанного типа и газовая динамика (руководители С. В. Фалькович и Г. А. Добровский).

Для сообщений секции характерно переплетение чисто математических и прикладных газодинамических проблем.

Рассматривались вопросы существования, единственности и эффективного построения решений ряда плоских граничных задач для односвязных и многосвязных, конечных и бесконечных областей, содержащих либо внутри, либо на границе участки линии вырождения типа уравнения.

Были заслушаны сообщения о различных методах приближенного интегрирования уравнений газовой динамики и о применении касательных преобразований в газовой динамике.

Рассмотрен ряд частных задач дозвуковых, околосзвуковых и сверхзвуковых плоских и пространственных, установившихся и неустановившихся течений газов. Были доложены результаты исследования устойчивости разрывных течений газовой динамики и некоторых задач магнитной гидродинамики. Обсуждены некоторые случаи обратных задач газовой динамики.

В целом работа конференции показала актуальность большинства представленных на ней направлений и успешную их разработку. Конференция считает целесообразным в дальнейшем проводить периодически подобные обсуждения, рекомендует опубликовать материалы конференции и предлагает организовать журнал «Механика» в серии «Известия вузов».

Г. Ю. Степанов

НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО МЕХАНИКЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ АН СССР
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СОВЕТ НГП
ВСЕСОЮЗНЫЙ СЕМИНАР ПО ГИДРАВЛИКЕ ПРОМЫШЛЕННЫХ ЖИДКОСТЕЙ
И ЦЕМЕНТНЫХ РАСТВОРОВ

С 20 по 22 мая 1969 г. в Краснодаре проходил II Всесоюзный семинар по гидравлике промышленных жидкостей и цементных растворов, организованный Центральным правлением НТО нефтяной и газовой промышленности (НГП) и Научным Советом по механике жидкости и газов.

На семинаре был заслушан 31 доклад. Часть этих докладов была посвящена воздействию малых добавок высокомолекулярных соединений на турбулентные течения.

Практическое использование добавок открывает возможность не только снижения гидравлических потерь, но, главное, активного воздействия на различные звенья технологического процесса проводки глубокой скважины. Управление механизмом течения промышленных жидкостей делает возможным регулирование гидродинамических процессов, происходящих на заборе и в стволе скважины, в частности, при этом можно улучшить очистку забоя от выбуренной породы и интенсифицировать вынос породы на поверхность.