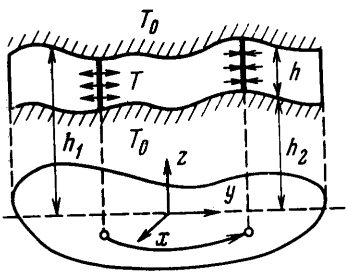
ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ДВУМЕРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПЛАСТА ПРИ ИНЖЕКЦИИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

В. Л. ДАНИЛОВ, Б. В. ШАЛИМОВ

(*Москва*)

В работах [1-3] и других, посвященных определению температурного поля нефтяного пласта при нагнетании в него жидкости с температурой, отличной от начальной пластовой температуры, рассматривалось одномерное течение жидкости (линейное или радиальное) при наличии в пласте нагнетательной галереи или одной нагнетательной скважины. В работе [4] сформулирована задача с произвольным расположением скважин, но решение получено лишь для интегральной характеристики тепловых потерь. Для оценки охвата пласта тепловым воздействием требуется знать распределение температуры в многоскважинной пластовой системе в любой момент времени. В данной заметке при упрощающих допущениях, которые принимались ранее Ловерье [1] и другими авторами для описания термических явлений в пласте, предлагается метод расчета температурного поля пласта в случае двумерного течения жидкости.



Рассмотрим стационарную фильтрацию однородной жидкости с динамической вязкостью μ в пласте переменной мощности $h(x, y)$, вскрытом вертикально системой нагнетательных и эксплуатационных скважин или галерей (фигура). В случае тонкого и слабоискривленного пласта ($h / l \ll 1$, $\partial h_i / \partial x \ll 1$, $\partial h_i / \partial y \ll 1$, l — характерный размер пласта по простиранию, $z = h_1(x, y)$ и $z = h_2(x, y)$ — уравнения кровли и подошвы пласта) можно пренебречь вертикальной составляющей скорости фильтрации, а все величины, характеризующие пласт, считать постоянными по мощности. Если к тому же в пласте и окружающих породах, следуя Ловерье [1], пренебречь теплопроводностью по простиранию пласта, то уравнения для температуры $T_0(x, y, z, t)$ окружающих пород и температуры $T(x, y, t)$ насыщенного жидкостью пласта будут иметь вид

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} = \varkappa_0 \frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2}, \qquad \varkappa_0 = \frac{\lambda_0}{c_0} \qquad (z > h_1, z < h_2, t > 0) \tag{1}$$

$$T_0 = 0 \quad (z > h_1,\ z < h_2,\ t = 0), \qquad T_0 = T \quad (z = h_1,\ z = h_2,\ t > 0) \tag{2}$$

$$hc\frac{\partial T}{\partial t} + hc'\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) + 2q = 0 \tag{3}$$

$$c = mc' + (1 - m')c'', \qquad h = h_1 - h_2 \tag{4}$$

Здесь $c_0(x, y)$ и $\lambda_0(x, y)$ — объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности окружающих пород: $m(x, y)$ — пористость пласта; $c' = \text{const}$ и $c''(x, y)$ — объемные теплоемкости соответственно жидкости и твердых частиц, составляющих скелет пласта; $u(x, y)$ и $v(x, y)$ — компоненты скорости фильтрации жидкости, которые предполагаются известными из решения соответствующей гидродинамической задачи (при этом, наряду с h, проницаемость пласта k также может быть функцией x, y).

Решение задачи (1), (2) известно [5]. С его помощью вычислим тепловой поток через кровлю и подошву пласта

$$q(x, y, t) = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi\varkappa_0}} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{T(x, y, \tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau \tag{5}$$

Вдоль линии тока $\psi(x, y) = \text{const}$, имея ввиду соотношение

$$\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{\psi}=w_{\psi}(s)\frac{\partial T_{\psi}}{\partial s}\qquad (w=\sqrt{u^2+v^2}) \tag{6}$$

и уравнения (3) и (5), можно сформулировать следующую задачу относительно температуры $T_\psi(s, t)$:

$$a_{1\psi}(s)\frac{\partial T_\psi}{\partial t}+w_\psi(s)\frac{\partial T_\psi}{\partial s}+a_{2\psi}(s)\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^t\frac{T_\psi(s,\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau=0 \tag{7}$$

$$T_\psi(s,0)=0,\qquad T_\psi(0,t)=T_\psi{}^\circ(t) \tag{8}$$

Здесь значком ψ внизу отмечены значения величин на линии тока; $T_\psi{}^\circ(t)$ — заданная температура в точке $(\alpha_\psi, \beta_\psi)$ пересечения линии тока с контуром соответствующей нагнетательной скважины (или галереи); $s(x, y)$ — расстояние по линии тока от точки $(\alpha_\psi, \beta_\psi)$ до точки (x, y).

Решение $T_\psi(s, t)$ задачи (7), (8), полученное с помощью преобразования Лапласа по t, имеет вид

$$T_\psi(s,t)=\nu(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}\int_0^\xi T_\psi{}^\circ(\eta)\,\mathrm{erfc}\left[\frac{\tau_2(s)}{\sqrt{\xi-\eta}}\right]d\eta \tag{9}$$

$$\mathrm{erfc}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^\infty e^{-t^2}dt,\qquad \nu(\xi)=\begin{cases}1 & (\xi>0)\\ 0 & (\xi<0)\end{cases} \tag{10}$$

$$\xi=t-\tau_1(s);\qquad \tau_i(s)=\int_0^s\frac{a_{i\psi}(s)}{w_\psi(s)}ds\quad (i=1,2) \tag{11}$$

$$a_1(x,y)\equiv\frac{c(x,y)}{c'},\qquad a_2(x,y)\equiv\frac{\lambda_0(x,y)}{c'h(x,y)\sqrt{\varkappa_0(x,y)}} \tag{12}$$

Для каждой точки (x, y) линии тока $\psi(x, y) = \text{const}$ величину $\tau_i(s)$ можно интерпретировать как значение параметра τ, соответствующего точке

$$\alpha_\psi=x_i(\tau_i),\qquad \beta_\psi=y_i(\tau_i)$$

интегральной кривой

$$x_i=x_i(\tau),\ y_i(\tau)$$

системы уравнений

$$a_i(x_i,y_i)\frac{dx_i}{d\tau}=-u(x_i,y_i),\qquad a_i(x_i,y_i)\frac{dy_i}{d\tau}=-v(x_i,y_i) \tag{13}$$

$$x_i(0)=x,\qquad y_i(0)=y \tag{14}$$

Следовательно, для определения температуры в произвольной точке (x, y) пласта достаточно дважды (при $i = 1$ и 2) проинтегрировать систему уравнений (13) с начальными условиями (14), отмечая значение параметра $\tau = \tau_i$, при котором интегральная кривая пересекается с контуром соответствующей нагнетательной скважины (или галереи). Зная τ_i и $T_\psi{}^\circ(t)$, можно воспользоваться формулой (9) для расчета температуры в точке (x, y). Численное интегрирование системы (13) при условиях (14) (например, методом Рунге — Кутта с реализацией на ЭВМ) не встречает затруднений.

Параметр $\tau_1(s)$ имеет смысл времени прохождения тепловым фронтом расстояния s по линии тока. При постоянных h, c, $\varkappa_0$, λ_0,

$$\tau_2(s)=b\tau_1(s),\qquad b=\lambda_0(hc\sqrt{\varkappa_0})^{-1}$$

В качестве примера рассмотрим фильтрацию в области $r_1 \leqslant r \leqslant r_2$, в которой параметры k, h, c, λ_0, $\varkappa_0$ будут функциями только угла ψ.

Переходя в уравнении для давления p

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma\frac{\partial p}{\partial y}\right)=0 \qquad \left(\sigma=\frac{kh}{\mu}\right)$$

к полярным координатам (r, ψ), убеждаемся, что граничным условиям $p = p_1 = \text{const}$ при $r = r_1$, $p = p_2 = \text{const}$ при $r = r_2 (p_1 > p_2)$ можно удовлетворить, отыскивая решение в форме $p = p(r)$. Линиями тока в этом случае будут лучи $\psi = \text{const}$, $r_1 \leqslant r \leqslant r_2$. Скорость фильтрации вдоль линии тока определяется выражением

$$w(r,\psi) = -\frac{k(\psi)}{\mu}\frac{dp}{dr} = (p_1-p_2)\left(\mu\ln\frac{r_2}{r_1}\right)^{-1}\frac{k(\psi)}{r}$$

Из формул (9)—(12) следует ($T^\circ = \text{const}$ — температура при $r = r_1$)

$$T(r,\psi) = T^\circ\nu\,[t-\tau_1(r,\psi)]\,\text{erfc}\left[\frac{\tau_2(r,\psi)}{\sqrt{t-\tau_1(r,\psi)}}\right]$$

$$\tau_1(r,\ \psi) = [a(\psi)]^{-1}(r^2/r_1^2-1), \qquad \tau_2(r,\ \psi) = b(\psi)\tau_1(r,\ \psi)$$

$$a(\psi) = 2\left(\mu\ln\frac{r_2}{r_1}\right)^{-1}\frac{p_1-p_2}{r_1^2}\frac{c'k(\psi)}{c(\psi)}, \qquad b(\psi) = \frac{\lambda_0(\psi)}{h(\psi)c(\psi)\sqrt{\varkappa_0(\psi)}}$$

Положение теплового фронта в момент t описывается уравнением $\tau_1(r,\ \psi) = t$, или

$$r^2/r_1^2 = 1 + a(\psi)t$$

В области, ограниченной тепловым фронтом, положение изотермы с температурой

$$T(r,\ \psi) \equiv T^\circ\text{erfc}(\gamma) \qquad (0 \leqslant \gamma < \infty)$$

в момент t описывается уравнением

$$\tau_2(r,\ \psi) = \gamma\sqrt{t-\tau_1(r,\ \psi)},$$

или

$$r^2/r_1^2 = 1 + 2\gamma\left[\sqrt{\gamma^2\varepsilon^2(\psi)+t\varepsilon(\psi)t(\psi)} - \gamma\varepsilon(\psi)\right], \qquad \varepsilon(\psi) = a(\psi)/4b^2(\psi)$$

При $a(\psi) \equiv \text{const}$, $b(\psi) \not\equiv \text{const}$ тепловой фронт будет окружностью, а среди изотерм окружностями будут только две: при $\gamma = 0$ ($T \not\equiv T^\circ$, $r = r_1$ — нагнетательная галерея) и $\gamma \to \infty$ ($T \equiv 0$, $r = r_1\sqrt{1+at}$ — тепловой фронт). Таким образом, прогревание пласта будет неравномерным по разным направлениям.

Поступило 25 I 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Lauwerier H. A. The transport of heat in an oil layer caused by the injection of hot fluid. Appl. Sci. Res., Sect. A, 1955, vol. 5, No. 2, 3.
2. Рубинштейн Л. И. О температурном поле пласта при тепловой инжекции. Уч. зап. Казанск. гос. ун-та, кн. 5, Изд-во Казанск. гос. ун-та, 1961, т. 121.
3. Авдонин Н. А. О различных методах расчета температурного поля пласта при тепловой инжекции. Изв. вузов, Сер. Нефть и газ, 1964, № 8.
4. Антимиров М. Я. К вопросу об интегральной величине тепловых потерь при тепловой инжекции в пласт. Теория и практика добычи нефти. М., «Недра», 1966, стр. 206—213.
5. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.