

О НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТАХ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА

З. М. АХМЕДОВ, Г. И. БАРЕНБЛАТТ, В. М. ЕНТОВ, А. Х. МИРЗАДЖАН-ЗАДЕ

(Баку, Москва)

Для многочисленных систем жидкость — пористая среда установлено существование значительных отклонений от линейного закона фильтрации Дарси. Одним из проявлений нелинейности является существование предельного (начального) градиента давления — критического значения градиента давления, до достижения которого жидкость не движется¹.

Следует ожидать, что нелинейные эффекты могут возникать и при движении ньютоновской жидкости или газа в пористой среде, содержащей некоторое количество не участвующей в основном движении жидкости в виде слоев, обволакивающих частицы пористой среды и перекрывающих частично или полностью поровые каналы. При достаточно больших градиентах давления должна начаться перестройка этих слоев, сопровождающаяся изменением гидродинамического сопротивления пористой среды.

В результате такой перестройки естественно ожидать непропорционально быстрого увеличения расхода фильтрующейся жидкости с увеличением перепада давления, т. е. закон фильтрации ньютоновской жидкости в среде, содержащей слой связанной жидкости, обладающей упругостью, будет иметь вид, характерный для псевдо-пластических ньютоновских жидкостей. В частности, если начальное содержание связанной жидкости настолько велико, что все поровые каналы в начальном состоянии перекрыты, то движение прокачиваемой извне жидкости (газа) начнется только после того, как слой связанной жидкости будут частично прорваны. Тем самым в этих условиях возможно появление предельного (начального) градиента давления для фильтрации ньютоновской жидкости. Это может иметь место при фильтрации газа в глинизированных породах, содержащих остаточную воду, поскольку вода образует с частицами глины коллоидный раствор, обладающий некоторой сдвиговой прочностью.

Обсуждаемое явление может иметь значение для разработки газовых месторождений, приуроченных к глинизированным породам, в особенности для определения возможной текущей и конечной газоотдачи. Действительно, наиболее характерным свойством течений с начальным градиентом является образование целиков, не охваченных фильтрацией; при наличии обычной для пластов неоднородности неполнота извлечения газа из пласта будет проявляться в микроскопических и макроскопических масштабах.

В предлагаемой работе даются соотношения, описывающие фильтрацию газа в подобных условиях, и приводятся результаты лабораторных экспериментов, подтверждающих изложенные представления. Даются также гидродинамические оценки возможных эффектов начального градиента.

1. Обобщенный закон Дарси. На основе сказанного запишем обобщенный закон Дарси в форме, обычно используемой в задачах фильтрации с предельным градиентом [1, 2]

$$v = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p \left[1 - \frac{\gamma}{|\operatorname{grad} p|} \right] \quad (|\operatorname{grad} p| \geq \gamma) \quad (1.1)$$

$$v = 0 \quad (|\operatorname{grad} p| < \gamma)$$

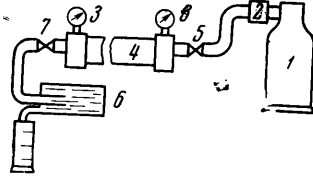
Здесь k — проницаемость породы, μ — вязкость газа, p — давление, γ — величина предельного градиента. Существенное отличие от случая

¹ Как правило, на самом деле движение жидкости при докритических значениях градиента давления все же происходит, но крайне медленно; при достижении предельного значения градиента давления происходит резкое ускорение фильтрации. Представление о предельном градиенте дает, таким образом, хорошее приближение при не слишком малых скоростях.

Фiltrации капельной жидкости состоит, однако, в том, что величина предельного градиента γ может в принципе зависеть от абсолютного давления p , так что

$$\gamma = \gamma(p) \quad (1.2)$$

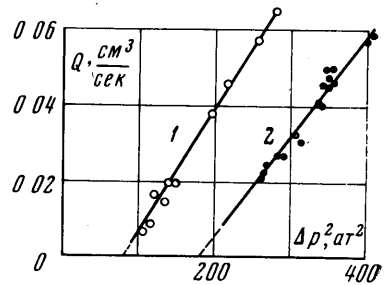
Действительно, помимо подвижного газа в пласте имеется защемленный газ в виде несообщающихся между собой газовых пузырьков, находящихся в тупиках пор. Повышение давления приводит к сжатию этих пузырьков, и тем самым к изменению положения жидких пленок в сторону, уменьшающую сопротивление. Поэтому, вообще говоря, величина γ должна уменьшаться с увеличением давления p . При обратном уменьшении давления величина γ должна снова увеличиться; это восстановление, однако, может быть неполным вследствие возможных необратимых перестроек распределения фаз в поровом пространстве под действием приложенного градиента давления.



Фиг. 1

2. **Экспериментальные результаты.** Для проверки изложенных соображений в Азербайджанском институте нефти и химии были поставлены опыты¹ на искусственно создаваемых пористых средах. Схема экспериментальной установки показана на фиг. 1.

Фильтрационная колонка 4 в форме цилиндрической трубы диаметром 3.2 см и длиной 120 см заполнялась кварцевым песком, заранее тщательно перемешанным с определенным количеством монтмориллонитовой глины и воды. Фракционный состав песка: 19% частиц диаметром > 0.25 мм, 79% частиц диаметром от 0.25 до 0.1 мм, 2% частиц диаметром < 0.1 мм. Наряду с этим проводились контрольные опыты, в которых при том же количестве воды и песка глина заменялась маршаллитом (мелкораздробленным кварцевым песком с диаметром частиц ~ 0.01 мм) в том же количестве. После заполнения колонки водо-глино-песчаной смесью один конец соединялся через редуктор 2 с баллоном со сжатым газом (воздухом) 1, а другой присоединялся к трубе с водой 6. Расход газа определялся по объему воды, вытесненной за фиксированный промежуток времени из мерной трубы. Опыты производились при постепенном (ступенчатом) повышении давления на входе в фильтрационную колонку. Давление на выходе из колонки все время оставалось равным атмосферному. Измерение давлений производилось образцовыми манометрами 3.



Фиг. 2

Результаты опытов представлены на фиг. 2, где прямая 1 относится к пористой среде, составленной из 75% песка и 25% глины с 40% остаточной воды, а прямая 2 — к случаю 70% песка с 30% глины и 40% остаточной воды. Опыты показали, что предельный градиент действительно существует, так что до достижения некоторого порогового значения разности давлений, зависящего от содержания глины и воды, движения газа не было. После того как разность давлений достигала порогового значения, дальнейшее изменение расхода с хорошей точностью следовало линейной связи расхода Q газа с величиной Δp^2 . В контрольных опытах, когда при том же

¹ В проведении опытов принимали участие А. Ш. Асадов и Ш. С. Асланов.

содержании воды (40%) глина заменялась маршаллитом, порога перепада давления обнаружено не было и фильтрация газа следовала обычному закону Дарси.

В зависимости от содержания в образцах песка (s), глины (c) и водонасыщенности w величина начального перепада Δp_0^2 , при котором начиналось движение, и угловой коэффициент β прямой, описывающей зависимость $Q(\Delta p^2)$, изменялись следующим образом:

$s =$	90	80	80	75	70	(%)
$c =$	10	20	20	25	30	(%)
$w =$	40	40	20	40	40	(%)
$\Delta p_0^2 =$	3	6	0	20	180	(at^2)
$\beta =$	0.71	$5.8 \cdot 10^{-3}$	0.06	$0.33 \cdot 10^{-3}$	$0.26 \cdot 10^{-3}$	($cm^3сек^{-1}at^{-2}$)

Приведенные экспериментальные данные согласуются с изложенными выше представлениями. Однако они не являются окончательными в количественном отношении. Прежде всего имеется значительный разброс данных по величинам предельных градиентов при одинаковых содержаниях глины и воды. Далее, состояние слоев связанной воды является, вообще говоря, неравновесными. Поэтому при фиксированных условиях может происходить перестройка их во времени, сопровождающаяся изменением сопротивления среды. Это указывает на необходимость экспериментального изучения изменения во времени закона фильтрации. Наконец, наряду с упругостью заземленного газа роль восстанавливающей силы при снятии перепада давления могут играть капиллярные силы. Поэтому эффект нелинейности закона фильтрации с частичной обратимостью при прекращении движения может иметь место и для капельной жидкости, движущейся в глинизированной среде, содержащей остаточную воду.

Формула (1.1) дает для условий опыта (стационарное одномерное движение)

$$Q = \rho v S = \frac{kS}{2\mu C} \frac{\Delta p^2}{l} \left(1 - \frac{l\gamma(p^*)}{\Delta p} \right) \quad (2.1)$$

Здесь S — площадь сечения, p^* — некоторое среднее давление, ρ — плотность газа, связанная вследствие очевидной изотермичности течения с давлением соотношением $p = C\rho$, или

$$Q = A \Delta p^2 - B p \gamma(p^*) \quad (2.2)$$

$$A = \frac{kS}{2\mu C}, \quad B = \frac{kS}{\mu C}$$

Давление в ходе опытов менялось значительно, поэтому из линейности связи Q с Δp^2 , вытекающей из результатов, представленных на фиг. 2—6, следует, что

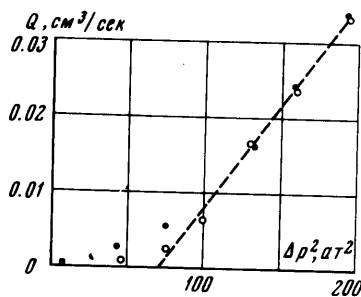
$$\gamma = 2G / p, \quad G = \text{const} \quad (2.3)$$

где G зависит от состава пористой среды и количества воды и не зависит от давления.

Заметим, что если изменение предельного градиента γ связана только с упругостью заземленных газовых пузырьков, то оно должно быть обратимым, так что при уменьшении давления газа на входе зависимость γ от p должна оставаться той же, что и при возрастании.

Как уже сказано выше, если градиенты давления газа достигают достаточно больших значений, то может произойти необратимая перестройка структурированных слоев, так что при последующем снижении давления возможны гистерезисные явления.

Результаты соответствующего эксперимента показаны на фиг. 3 ($s = 75\%$, $c = 25\%$, $w = 25\%$), светлые кружки — подъем давления, тем-



Фиг. 3

ные — снижение. По-видимому, в этом случае после снятия перепада давления остается непокрытой некоторая часть поровых каналов, так что истинного предельного градиента нет. Тем не менее основной эффект — существенная нелинейность закона фильтрации — сохраняется и для процесса, идущего с понижением перепада давления.

3. Простейшие задачи фильтрации газа с учетом начального градиента. В соответствии с экспериментальными данными примем в этом параграфе закон фильтрации в простейшем виде

$$v = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p \left[1 - \frac{G}{|\operatorname{grad} p^2|} \right] \quad |\operatorname{grad} p^2| \geq G$$

$$v = 0, \quad |\operatorname{grad} p^2| < G \quad (G = \text{const}) \quad (3.1)$$

В этом предположении для массовой скорости (потока) газа получается особенно простое выражение, содержащее, как и в обычных задачах фильтрации газа, только градиент квадрата давления

$$j = \rho v = -\frac{k}{2\mu C} \left[\operatorname{grad} p^2 - G \frac{\operatorname{grad} p^2}{|\operatorname{grad} p^2|} \right] \quad (|\operatorname{grad} p^2| > G)$$

$$j = 0 \quad (|\operatorname{grad} p^2| \leq G) \quad (3.2)$$

Подставляя это выражение в уравнение сохранения массы газа, получаем основное уравнение для давления

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{2m\mu} \operatorname{div} \left[\operatorname{grad} p^2 - G \frac{\operatorname{grad} p^2}{|\operatorname{grad} p^2|} \right] \quad (|\operatorname{grad} p^2| > G)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (|\operatorname{grad} p^2| \leq G) \quad (3.3)$$

Из уравнения (3.3) вытекает прежде всего, что стационарное движение газа описывается теми же соотношениями, что и стационарное движение несжимаемой жидкости, если вместо давления несжимаемой жидкости подставить квадрат давления газа. Таким образом, все результаты, полученные в теории стационарной фильтрации жидкости с предельным градиентом, без изменения переносятся на случай стационарной фильтрации газа, следующей закону (3.1). В частности, это относится к плоским задачам, для которых характерно образование застойных зон.

Далее, если давление газа мало отличается от некоторого постоянного давления P_0 , или, если давление газа существенно отличается от постоянного только в областях, где движение газа близко к стационарному, то уравнение фильтрации газа в области движения можно «линеаризировать» по Лейбнзону¹.

$$\frac{\partial p^2}{\partial t} = \frac{kP_0}{m\mu} \operatorname{div} \left[\operatorname{grad} p^2 - G \frac{\operatorname{grad} p^2}{|\operatorname{grad} p^2|} \right] \quad (|\operatorname{grad} p^2| > G)$$

$$\frac{\partial p^2}{\partial t} = 0 \quad (|\operatorname{grad} p^2| < G) \quad (3.4)$$

Это уравнение при замене p^2 на p переходит в известное уравнение фильтрации упруго-сжимаемой жидкости с начальным градиентом [3].

Рассмотрим теперь некоторые примеры.

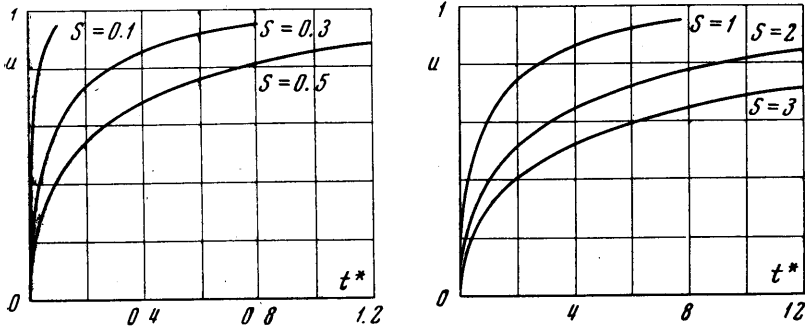
¹ Разумеется, здесь имеет место не полная линеаризация, а замена переменного коэффициента перед дивергенцией в правой части постоянным, так как уравнение (3.4) остается существенно нелинейным.

1⁰. Приток газа в галерее при фиксированном давлении на ней. Принимая, что галерея помещена в плоскости $x = 0$, имеем

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{2m\mu} \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} \quad \left(\left| \frac{\partial p^2}{\partial x} \right| \geq G \right), \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad \left(\frac{\partial p^2}{\partial x} \leq G \right) \quad (3.5)$$

$$p(x, 0) = P_0, \quad p(0, t) = P_1 < P_0 \quad (3.6)$$

длина пласта считается достаточно большой. Применяя для решения зада-



Фиг. 4

чи метод интегральных соотношений [4], возьмем распределение давления в виде

$$p^2(x, t) = P_1^2 \left(1 + A \frac{x}{l} + B \frac{x^2}{l^2} \right) \quad (0 \leq x \leq l(t))$$

$$p^2(x, t) = P_0^2 \quad (l(t) \leq x) \quad (3.7)$$

Коэффициенты A и B , а также длина зоны, охваченной движением l , получаются из условий

$$p(l, t) = P_0, \quad \left(\frac{\partial p^2}{\partial x} \right)_{x=l(t)} = G \quad (3.8)$$

и интегрального соотношения сохранения массы, которое получается из уравнения (3.5) интегрированием по области движения и имеет, как легко показать, вид

$$\frac{d}{dt} \int_0^l p(x, t) dx = - \frac{k}{2m\mu} \left[\left. \frac{\partial p^2}{\partial x} \right|_{x=0} - G \right] - P_0 \frac{dl}{dt} \quad (3.9)$$

После некоторых вычислений получаем

$$A = 2(\lambda^2 - 1) - \sigma l(t), \quad B = \sigma l + 1 - \lambda^2, \quad \lambda = \frac{P_0}{P_1}, \quad \sigma = \frac{G}{P_1^2} \quad (3.10)$$

$$t^* = \frac{16kG^2}{\mu m P_1^3} t = s \int_0^u \frac{v}{(1-v)^{3/2}} \left\{ \left[\arcsin \frac{v\sqrt{s}}{\sqrt{sv^2 + 4(1+s)(1-v)}} - \arcsin \frac{(2-v)\sqrt{s}}{\sqrt{sv^2 + 4(1+s)(1-v)}} \right] \frac{(2-v)[3sv^2 + 4(1-v)(1+s)]}{\sqrt{s}} - 2\sqrt{1-v}[3v(v-2)\sqrt{1+s+4(1-v)+3v^2} + 16(1-v)^{3/2}(1+s)^{1/2}] \right\} dv \quad (3.11)$$

$$s = \lambda^2 - 1, \quad u = \frac{l\sigma}{\lambda^2 - 1}, \quad u = \frac{lG}{P_0^2 - P_1^2} = \frac{l}{l_\infty}$$

Таким образом, все решение параметрически представляется через длину области движения $l(t)$.

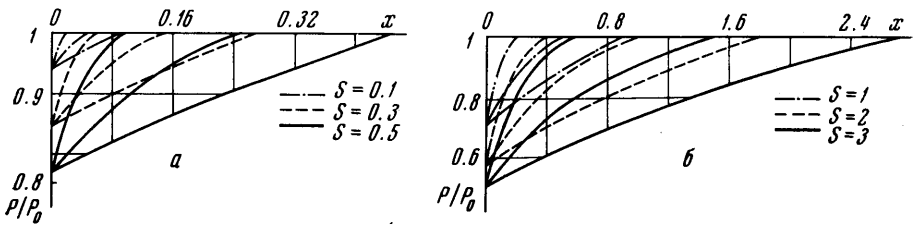
График $u(t^*)$ для нескольких значений параметра $s = \lambda^2 - 1$ представлен на фиг. 4, а, б. Из (3.11) видно, что при $t \rightarrow \infty$ размер зоны движения $l(t)$ стремится к постоянной величине, равной

$$l_{\infty} = (P_0^2 - P_1^2) / G \quad (3.12)$$

и распределение квадрата давления — к линейному.

На фиг. 5, а, б представлено распределение давления при $u = 0.2, 0.5$ и 0.9 для различных значений s .

2°. Характерная особенность фильтрации с начальным градиентом со-



Фиг. 5

стоит в том, что стационарное распределение давления в отсутствие движения может быть неоднородным по пласту.

Рассмотрим, например, отбор газа одиночной скважиной, предполагая, что начальное давление в пласте равно P_0 , а давление на скважине поддерживается при меньшем значении P_1 . Максимальное количество отобранного газа определяется при этом условием $|\text{grad } p^2| = G$ (что отвечает нулевой скорости фильтрации).

Поверхность $p^2 = p^2(r)$ («воронка депрессии», r — расстояние от оси скважины) в пределе представляет собой коническую поверхность

$$p^2(r) = P_1^2 + Gr, \quad 0 \leq r \leq R, \quad R = (P_0^2 - P_1^2) / G \quad (3.13)$$

(радиусом скважины здесь можно пренебречь).

Соответственно, отобранное количество газа в расчете на одну скважину составляет

$$M_{\infty} = \frac{2\pi r_0 a}{p_a} \int_0^R (P_0 - p(r)) r dr = \quad (3.14)$$

$$= \frac{\pi r_0 a P_0^5}{p_a G^2 \lambda^5} \left[\lambda (\lambda^2 - 1)^2 - \frac{8}{15} \left(\frac{3}{2} \lambda^3 (\lambda^2 - 1) + (1 - \lambda^3) \right) \right], \quad \lambda = \frac{P_0}{P_1}$$

Здесь ρ_a — плотность газа при атмосферном давлении p_a .

Таким образом, при фиксированной относительной депрессии λ предельный отбор газа на одну скважину пропорционален пятой степени давления и обратно пропорционален квадрату начального градиента.

Ограниченность отбора газа в расчете на скважину является характерной особенностью фильтрации с начальным градиентом; она может иметь существенное значение при выборе рационального расположения скважин на месторождении.

Рассмотрим, например, зависимость отбора газа на одну скважину при квадратной сетке скважин со стороной $2a$. Тогда отбор на одну скважину выразится по аналогии с (3.14) соотношением

$$M = \frac{m\rho_a}{p_a} \int \int (P_0 - p(r)) dS = \frac{m\rho_a}{p_a} \int \int (P_0 - \sqrt{P_1^2 + Gr}) dS \quad (3.15)$$

Здесь r — расстояние от скважины, которая считается расположенной в центре квадрата, а интегрирование ведется по фигуре, представляющей собой общую часть квадрата со стороной $2a$ и круга радиуса $R = (P_0^2 - P_1^2) / G$. При $a > R\sqrt{2}$ $M = M_\infty$. На фиг. 6 показана зависимость безразмерного отбора $M^* = M p_a G^2 (m\rho P_0^5)^{-1}$ от безразмерного расстояния между скважинами aG / P_0 при различных значениях λ .

Замечание. Движение газа после объединения воронок депрессии от разных скважин не является радиальным. Поэтому то обстоятельство, что в пределе достигается именно принятое здесь распределение давления, остается недоказанным.

В качестве примера использования кривых фиг. 6 оценим влияние предельного градиента давления на полноту извлечения газа. Если бы предельный градиент отсутствовал, то отбор газа на одну скважину с единицы мощности пласта при квадратной сетке с расстоянием между скважинами $2a$ составил бы

$$M_0 = \frac{4a^2 m\rho_a (P_0 - P_1)}{p_a} = \frac{4a^2 m P_0 (\lambda - 1)}{\lambda p_a} \quad (3.16)$$

При заданном предельном градиенте G отбор составляет

$$M = m P_0 M^* \rho_a (P_0^2 / G)^2 / p_a \quad (3.17)$$

Так что

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1}{4} \frac{\lambda}{\lambda - 1} \left(\frac{P_0^2}{aG} \right)^2 M^* \quad (3.18)$$

Пусть $P_0 = 200$ ат; $\lambda = 2$, $a = 500$ м; $G = 40$ ат²/м; $aG / P_0^2 = 0.5$. По графику фиг. 6 находим $M^* \approx 0.22$ и по формуле (3.18)

$$M / M_0 = 2 \times 1/4 \times 0.22 \times 4 = 0.44 \quad (3.19)$$

Если вдвое уменьшить расстояние между скважинами, то получим $aG / P_0^2 = 0.25$; $M^* = 0.08$, $M / M_0 = 2 \times 1/4 \times 0.08 \times 16 = 0.64$.

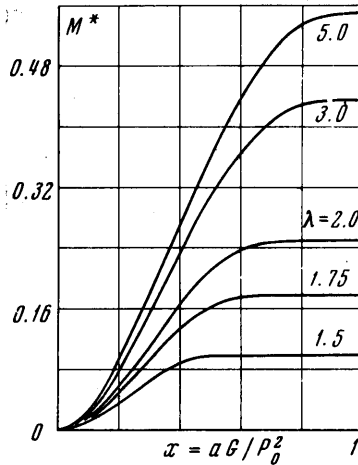
Таким образом, при наличии предельного градиента полнота извлечения газа существенно зависит от плотности расстановки скважин.

Авторы признательны И. И. Ереминой за помощь в проведении вычислений, А. Ш. Асадову и Ш. С. Асланову за помощь в осуществлении экспериментов.

Поступило 22 V 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурбанов Р. С., Касимов А. Ф., Мирзаджан-заде А. Х. Гидродинамика вязко-пластических сред. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
2. Gheorghita St. I. Motions with initial gradient. J. Quart. Mech. Appl. Math., 1959, vol. 12, pt 3.
3. Ентов В. М. Об одной задаче нелинейной нестационарной фильтрации. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963, № 5.
4. Баренблатт Г. И. О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 9.



Фиг. 6