

ХИМИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В ВЯЗКОМ СКАЧКЕ УПЛОТНЕНИЯ

В. Н. АРХИПОВ, А. Н. ПОЛЕНОВ

(Москва)

Рассматривается течение неравновесно диссоциирующего двухатомного газа в прямом скачке уплотнения с учетом вязкости и теплопроводности. Распределение параметров газа в потоке находится путем решения системы уравнений Навье — Стокса и химической кинетики. Задача решается численным методом. Наибольшие трудности при численном интегрировании вызывают особые точки упомянутой системы, в которых заданы начальные условия. Наличие особых точек приводит к неустойчивости численных результатов при решении задачи стандартными численными методами. Предлагается метод интегрирования, который дает устойчивые численные результаты. При решении задачи предложенным методом получены непрерывные профили распределения основных параметров газа в скачке уплотнения.

Рассмотрим стационарное одномерное течение, в котором происходит переход газа от равновесного состояния 1 к другому равновесному состоянию 2, причем значения температуры, плотности и давления в состоянии 2 выше значений соответствующих параметров в состоянии 1. Такое течение называется прямым скачком уплотнения.

Распределение параметров в прямом скачке уплотнения при наличии в потоке неравновесных химических процессов рассчитывалось обычно (см., например, [1-3]) без учета явлений переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии). При этом постулировалось наличие в потоке бесконечно тонкого фронта скачка, перпендикулярного к направлению скорости потока. Считалось, что перед фронтом скачка поток не возмущен. При прохождении через фронт параметры газа (скорость, плотность, температура) изменяются разрывно, а состав газа не изменяется. Изменение состава вследствие реакций происходит за фронтом скачка. Распределение параметров газа за фронтом рассчитывалось путем решения системы уравнений газовой динамики и химической кинетики от начальных значений, определенных из условий Гюгонио на фронте, до состояния 2 далеко вниз по потоку.

С другой стороны, имеется ряд работ (например, [4, 5]), в которых при расчете распределения параметров в скачке уплотнения учитывались явления переноса, но не учитывались неравновесные химические реакции. Задача решалась в рамках уравнений Навье — Стокса, интегрирование которых проводилось непрерывно от состояния 1 в набегающем потоке до состояния 2 вниз по потоку.

В данной работе приводится решение задачи о прямом скачке уплотнения в неравновесно диссоциирующем кислороде с учетом вязкости и теплопроводности. Решение проведено в рамках уравнений Навье — Стокса.

1. Основные уравнения. Особые точки. Уравнения одномерного стационарного течения вязкого, теплопроводного, реагирующего газа приведены в [6]. Эти уравнения один раз интегрируются, после чего для неравновесно диссоциирующего кислорода без учета диффузии получаем

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{1}{4/3\mu} \left[\frac{R\rho_1 u_1 (2-c)T}{Mu} - p_1 + \rho_1 u_1 \left(\frac{u}{u_1} - 1 \right) \right] \equiv U(u, T, c) \\ \frac{dT}{dx} &= \frac{1}{\lambda} \left[\rho_1 u_1 (h - h_1) + \frac{1}{2} \rho_1 u_1^3 \left(\frac{u^2}{u_1^2} - 1 \right) - \frac{R\rho_1 u_1 (2-c)T}{M} + \right. \\ &\quad \left. + p_1 u - \rho_1 u_1^2 u \left(\frac{u}{u_1} - 1 \right) \right] \equiv \theta(u, T, c) \\ \frac{dc}{dx} &= \frac{\sigma}{\rho_1 u_1} \equiv C(u, T, c) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь u — скорость газа, T — температура, c — массовая доля молекулярной компоненты смеси O_2 , ρ — плотность, M — молекулярный вес O_2 , p — давление, R — универсальная газовая постоянная, μ — коэффициент вязкости, λ — коэффициент теплопроводности, x — расстояние вдоль потока, σ — массовая скорость уменьшения вследствие диссоциации молекулярной компоненты смеси в единице объема [6]. Энтальпия h определяется формулами

$$h = ch_1 + (1 - c)h_2, \quad h_1 = RM^{-1} \left(\gamma/2 T + \frac{\theta^*}{r-1} \right) \quad (1.2)$$

$$h_2 = 2RM^{-1} (\delta/2 T + L), \quad r = \exp \frac{\theta^*}{T}, \quad \theta^* = 2239^\circ \text{K}$$

$$L = 29684.5^\circ \text{K}$$

Для параметров газа в состоянии 1 (u_1, T_1, c_1) и в состоянии 2 (u_2, T_2, c_2) имеют место равенства

$$U(u_i, T_i, c_i) = 0, \quad \theta(u_i, T_i, c_i) = 0, \quad C(u_i, T_i, c_i) = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (1.3)$$

Автономную систему (1.1) можно записать в виде

$$\frac{dT}{du} = \frac{\theta(u, T, c)}{U(u, T, c)}, \quad \frac{dc}{du} = \frac{C(u, T, c)}{U(u, T, c)} \quad (1.4)$$

В фазовом пространстве uTc состояниям 1 и 2 соответствуют точки 1 и 2, которые вследствие (1.3) оказываются особыми точками системы (1.4). Характер особых точек определяется путем исследования линейной системы уравнений, которая получается из (1.1), если разложить правые части U, θ, C в ряды в окрестности особых точек и ограничиться слагаемыми первого порядка малости.

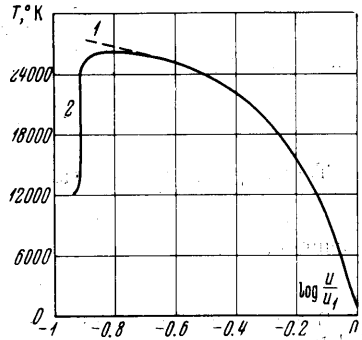
Из физических соображений можно ожидать, что точки 1 и 2 в рассматриваемой задаче о скачке уплотнения не могут быть ни центрами, ни фокусами. В таком случае они будут либо узлами, либо седлами, либо будут иметь смешанные свойства узла — седла. В то время как через неособую точку фазового пространства проходит одна интегральная кривая системы (1.4), через каждую из упомянутых особых точек проходит несколько или бесконечно много интегральных кривых этой системы. Скачку уплотнения соответствует та (особая) интегральная кривая в фазовом пространстве (сепаратриса), которая проходит как через точку 1, так и через точку 2. Определить ее можно только путем численного интегрирования. Поскольку параметры газа заданы в точке 1 и могут быть вычислены из (1.3) в точке 2, численное интегрирование можно начинать только от точки 1 или от точки 2.

Процедура расчета, оказавшаяся успешной в случае решения системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений [4, 5], состояла в следующем. Сначала определялись собственные векторы системы уравнений, и в каждой из особых точек выбирался тот из них, который соответствует скачку. Затем на этом собственном векторе выбиралась точка, достаточно удаленная от особой, так чтобы правые части уравнений заметно отличались от нуля. Далее численное интегрирование вдоль сепаратрисы проводилось каким-либо стандартным методом.

Можно было бы попытаться применить эту процедуру в рассматриваемом случае трех дифференциальных уравнений. Однако расчеты показали, что стандартные численные методы (Эйлера, Рунге — Кутты и др.) приводят к неустойчивости численных результатов при интегрировании вдоль сепаратрисы от особых точек как системы (1.4), так и исходной системы (1.1).

2. Вязкий скачок в нереагирующем газе. Из физических соображений ясно, что диссоциация в скачке уплотнения заметно проявляется только при достаточно высокой температуре. Вследствие этого можно ожидать, что сепаратриса системы (1.4) на большей части интервала $u_2 < u < u_1$ в фазовом пространстве uTc почти совпадает с плоской сепаратрисой, которую можно получить, если не учитывать химическую реакцию.

В этом случае $c \equiv 1$, и нужно численно интегрировать только первое из уравнений (1.4) вдоль сепаратрисы в фазовой плоскости uT между точкой 1 и точкой 3, параметры в которой могут быть найдены из решения системы $U(u_3, T_3, 1) = \theta(u_3, T_3, 1) = 0$. Исследование показывает, что точка 3 является седлом, а точка 1 — узлом. Оказывается, что в фазовой плоскости uT интегрирование от седла вдоль сепаратрисы первого из уравнений (1.4) при $c \equiv 1$ стандартным методом устойчиво. На фиг. 4 приведена сепаратриса, полученная в результате такого интегрирования (кривая 1) для $u_1 = 8000$ м/сек, $T_1 = 273^\circ$ К, $\rho_1 = 0.82 \cdot 10^{-4}$ кг/м³.



Фиг. 1

Естественно было далее попытаться провести интегрирование полной системы (1.4) в фазовом пространстве uTc стандартным методом от какой-либо точки, расположенной близко к этой двумерной сепаратрисе, но достаточно далеко от особой точки 1. Такая попытка была предпринята. Она заключалась в том, что при некотором $u = u^0$ ($u^0 < u_1$) и $c \approx 1$ подбиралось значение $T = T^0$ так, чтобы при интегрировании по u в сторону меньших значений скорости приблизиться к точке 2.

Однако эта попытка не удалась: при приближении u к u_2 кривые, соответствующие разным T^0 , сильно отклонялись от точки 2 в разные стороны, несмотря на то, что начальные значения T^0 совпадали с точностью до пяти значащих цифр.

3. Анализ численных схем. Представляется затруднительным провести исследование различных численных схем для решения от особых точек нелинейной системы уравнений. Поэтому рассмотрим линейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \equiv X_1(x_1, x_2, x_3) \\ dx_2/dt &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \equiv X_2(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$dx_3/dt = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \equiv X_3(x_1, x_2, x_3), \quad X_i(0, 0, 0) = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

Характер особой точки $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ этой системы определяется корнями $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ характеристического уравнения. Рассмотрим случай простых особых точек, когда все λ_i ($i = 1, 2, 3$) вещественны, различны и отличны от нуля. Если все λ_i имеют одинаковый знак, особая точка есть узел. Если знаки λ_i разные, особая точка будет обобщенным седлом. В случае узла все интегральные кривые системы, выходя из особой точки, неограниченно удаляются от этой точки и друг от друга. В случае обобщенного седла часть интегральных кривых имеет такое же поведение, другие же интегральные кривые имеют минимальное расстояние от начала координат и при t как возрастающем, так и убывающем выходят из окрестности начала, т. е. являются седловыми кривыми.

Рассмотрим вопрос о том, какие конечно-разностные аппроксимации автономной системы (3.1) или эквивалентной ей системы

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{X_2(x_1, x_2, x_3)}{X_1(x_1, x_2, x_3)}, \quad \frac{dx_3}{dx_1} = \frac{X_3(x_1, x_2, x_3)}{X_1(x_1, x_2, x_3)} \quad (3.2)$$

позволяют численно определить сепаратрису этой системы. Само по себе такое рассмотрение не диктуется непосредственно вычислительными соображениями, поскольку сепаратриса линейной системы (3.1) в фазовом пространстве $x_1x_2x_3$ может быть легко определена в явном виде. Но как раз простота этой задачи делает ее исключительным объектом для исследования численных схем, важных в значительно более сложных случаях.

Поскольку параметры газа в точке 2 и по крайней мере частично в точке 1 определяются путем численного решения системы (1.3), они бывают известны лишь с какой-то степенью точности. Поэтому при рассмотрении вопроса о численном интегрировании системы (3.1) вдоль сепаратрисы в качестве начальных условий следует брать не точные координаты особой точки $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, а малые числа x_1^0, x_2^0, x_3^0 , имея в виду исследовать, увеличивает или уменьшает малую начальную ошибку та или иная численная схема.

Для упрощения дальнейших рассуждений перейдем к каноническим переменным ξ, η, ζ , в которых система (3.1) запишется в виде

$$\frac{d\xi}{dt} = \lambda_1 \xi, \quad \frac{d\eta}{dt} = \lambda_2 \eta, \quad \frac{d\zeta}{dt} = \lambda_3 \zeta \quad (3.3)$$

а система (3.2)

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{\eta}{\xi}, \quad \frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \frac{\zeta}{\xi} \quad (3.4)$$

Точное решение системы (3.3) имеет вид

$$\xi = C_1 e^{\lambda_1 t}, \quad \eta = C_2 e^{\lambda_2 t}, \quad \zeta = C_3 e^{\lambda_3 t} \quad (3.5)$$

а решение (3.4)

$$\eta = C_1^* \xi^{\lambda_2/\lambda_1}, \quad \zeta = C_2^* \xi^{\lambda_3/\lambda_1} \quad (3.6)$$

В случае, когда особая точка системы (3.1) — узел, будем считать $|\lambda_2| > |\lambda_1|$, $|\lambda_3| > |\lambda_1|$. Тогда интересующей нас сепаратрисой системы будет ось ξ ($\eta = 0, \zeta = 0$). Ей соответствуют следующие значения постоянных: $C_1 = \xi_0, C_2 = C_3 = 0, C_1^* = C_2^* = 0$. Здесь ξ_0 , а в дальнейшем и η_0, ζ_0 — суть начальные (малые) значения функций ξ, η и ζ при $t = 0$, отличные от нуля в силу изложенного выше.

Исследуем сначала возможность решения системы (3.4) конечно-разностным методом в фазовом пространстве $\xi\eta\zeta$. Запишем конечно-разностную аппроксимацию первого из уравнений (3.4) в виде

$$\frac{\eta_{n+1} - \eta_n}{\Delta\xi} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left[\frac{s\eta_n}{\xi_0 + n\Delta\xi} + \frac{(1-s)\eta_{n+1}}{\xi_0 + (n+1)\Delta\xi} \right] \quad (3.7)$$

Анализ формулы (3.7) показывает, что при $\lambda_2/\lambda_1 > 0$

$$|\eta_{n+1}| > |\eta_n| \quad (3.8)$$

т. е. в этом случае $|\eta_{n+1}|$ не уменьшается. То же справедливо и для $|\zeta_{n+1}|$, если $\lambda_3/\lambda_1 > 0$. Таким образом, численное интегрирование системы (3.4) в фазовом пространстве вдоль сепаратрисы увеличивает ошибки в начальных данных, если особая точка — узел. Очевидно, это справедливо также и для обобщенного седла, так как оценка типа (3.8) имеет место в этом случае хотя бы для одной из переменных η или ζ . Это объясняет неустойчивость численного интегрирования системы (1.4) вдоль сепаратрисы в фазовом пространстве. Исключение составляет интегрирование от седла в случае системы двух дифференциальных уравнений.

Рассмотрим аналогичную конечно-разностную аппроксимацию системы (3.3)

$$\begin{aligned} \frac{\xi_{n+1} - \xi_n}{\Delta t} &= s_1 \lambda_1 \xi_n + (1-s_1) \lambda_1 \xi_{n+1} \\ \frac{\eta_{n+1} - \eta_n}{\Delta t} &= s_2 \lambda_2 \eta_n + (1-s_2) \lambda_2 \eta_{n+1} \\ \frac{\zeta_{n+1} - \zeta_n}{\Delta t} &= s_3 \lambda_3 \zeta_n + (1-s_3) \lambda_3 \zeta_{n+1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Предположим, что нужно интегрировать систему (3.3) вдоль сепаратрисы, удаляясь от узла или от обобщенного седла.

Решение системы конечно-разностных уравнений (3.9) имеет вид

$$\begin{aligned} \xi_{n+1} &= \frac{\xi_0 (1 + s_1 \lambda_1 \Delta t)^{n+1}}{[1 - (1-s_1) \lambda_1 \Delta t]^{n+1}}, & \eta_{n+1} &= \frac{\eta_0 (1 + s_2 \lambda_2 \Delta t)^{n+1}}{[1 - (1-s_2) \lambda_2 \Delta t]^{n+1}} \\ \zeta_{n+1} &= \frac{\zeta_0 (1 + s_3 \lambda_3 \Delta t)^{n+1}}{[1 - (1-s_3) \lambda_3 \Delta t]^{n+1}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Легко видеть, что в случае, когда особая точка — узел, при

$$|\Delta t| < \frac{1}{|1 - s_1| |\lambda_1|}, \quad |\Delta t| > \frac{2}{|1 - 2s_1| |\lambda_2|}, \quad |\Delta t| > \frac{2}{|1 - 2s_3| |\lambda_3|}$$

решение системы (3.3) по схеме (3.9) такое, что $\eta_{n+1} \rightarrow 0$ и $\zeta_{n+1} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, а ξ_{n+1} при этом стремится к точному решению $\xi_0 \exp[\lambda_1(n+1)\Delta t]$ с точностью по крайней мере до слагаемых первого порядка малости по Δt включительно (точность схемы зависит от величин s_i). Таким образом, при выполнении условия

$$\max \left[\frac{2}{|1 - 2s_2| |\lambda_2|}, \frac{2}{|1 - 2s_3| |\lambda_3|} \right] < |\Delta t| < \frac{1}{|1 - s_1| |\lambda_1|} \quad (3.11)$$

интегрирование системы (3.3) по схеме (3.9) вдоль сепаратрисы от узла возможно. Величина s_1 может быть выбрана так, что определяемые численно ξ_{n+1} будут достаточно близки к точным; при этом можно подобрать такие значения s_2 и s_3 , что неравенство (3.11) будет выполняться при любых $|\lambda_2|$ и $|\lambda_3|$.

Пусть теперь особая точка системы (3.1) — обобщенное седло. Для определенности положим, что λ_1 и λ_2 одного знака, а λ_3 — другого. Пусть по-прежнему нужно провести численное интегрирование вдоль оси ξ . Тогда устойчивость численных результатов будет иметь место при

$$\frac{1}{|1 - 2s_2| |\lambda_2|} < \Delta t < \frac{1}{|1 - s_1| |\lambda_1|} \quad (3.1)$$

В этом случае $\zeta_{n+1} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ автоматически.

Аналогичные оценки можно получить и для случая, когда нужно интегрировать вдоль сепаратрисы по направлению к обобщенному седлу (в том числе и к двумерному седлу). Чисто явная схема ($s_i = 1$) не позволяет удовлетворить одновременно всем трем условиям $\xi_{n+1} \rightarrow \infty$, $\eta_{n+1} \rightarrow 0$, $\zeta_{n+1} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, т. е. она не годится для интегрирования системы (3.3) вдоль сепаратрисы.

Приведенные рассуждения можно легко обобщить на тот случай, когда число уравнений в системе больше трех. Предварительно систему нужно записать в канонических переменных.

Ясно, что численный метод будет сходиться тем быстрее, чем ближе начальная точка ($x_1^\circ, x_2^\circ, x_3^\circ$) расположена к соответствующему собственному вектору в фазовом пространстве. Однако можно привести примеры, когда уменьшение начальных ошибок в процессе счета настолько быстрое, что при интегрировании получается хороший результат, даже если ошибки в начальных данных немалы.

Разумеется, выводы, полученные при исследовании систем линейных дифференциальных уравнений, строго говоря, нельзя распространять без дополнительного исследования на нелинейные системы. Однако для области, непосредственно примыкающей к особой точке, где численное интегрирование вдоль сепаратрисы стандартными методами наиболее затруднительно, эти выводы, по-видимому, справедливы. Опыт показывает, что интегрирование системы нескольких нелинейных уравнений вдоль сепаратрисы от особых точек по схеме (3.9) с шагом, выбранным из изложенных выше соображений, оказывается устойчивым. Если же шаг интегрирования выбрать вне установленных выше интервалов допустимых значений, расчет даже по неявной схеме (3.9) оказывается неустойчивым.

4. Вязкий скачок в диссоциирующем газе. Численная схема (3.9) была применена к решению системы (1.1) от точек 1 и 2. Шаг интегрирования Δx был выбран на основании оценок п. 3. Расчеты проводились при $s = 0$. На каждом шаге интегрирования решалась система из трех нелинейных алгебраических уравнений

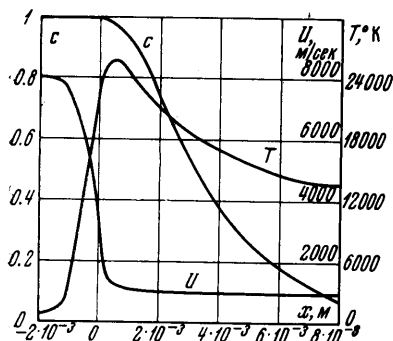
$$\begin{aligned} \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta x} &= U(u_{n+1}, T_{n+1}, c_{n+1}), & \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta x} &= \Theta(u_{n+1}, T_{n+1}, c_{n+1}) \\ \frac{c_{n+1} - c_n}{\Delta x} &= C(u_{n+1}, T_{n+1}, c_{n+1}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

относительно u_{n+1} , T_{n+1} , c_{n+1} . Решение этой системы проводилось методом Ньютона — Рафсона.

Интегрирование системы (1.1) по схеме (4.1) начиналось от значений $u = u_{0k}$, $T = T_{0k}$, $c = c_{0k}$ ($k = 1, 2$), причем точки (u_{0k} , T_{0k} , c_{0k}) фазового пространства uTc выбирались в окрестности каждой из особых точек 1 и 2 на собственном векторе, соответствующем скачку уплотнения.

В критерии (3.11) или (3.12) входят значения характеристических корней только одной из особых точек 1 или 2. Естественно поэтому, что шаг интегрирования Δx , выбранный на основании таких критериев, не пригоден для интегрирования вдоль всей сепаратрисы от точки 1 до точки 2 (или от точки 2 до точки 1). Ясно, что хороших результатов следует ожидать лишь при интегрировании от точки 1 с одним шагом и от точки 2 с другим шагом. В рассмотренном примере результаты такого интегрирования с двух сторон хорошо сопрягаются.

Расчет проведен для тех же параметров набегающего потока, что и в п. 2. Коэффициенты вязкости и теплопроводности были заимствованы из [7], а константы скоростей реакций — из [8]. Поскольку зависимости констант скоростей от температуры достаточно хорошо известны только для сравнительно низких температур (до температур порядка 8000 °K), на более высокие температуры эти зависимости приходится экстраполировать.



Фиг. 2

Основное изменение температуры и массовой доли O_2 происходит при почти постоянной скорости потока. Видно также, что на большом интервале значений скорости, примаыкающей к точке 1, сепаратриса системы (1.1) практически совпадает с сепаратрисой упрощенной задачи п. 2.

На фиг. 1 приведена проекция сепаратрисы на плоскость uT (кривая 2). На фиг. 2 приведены распределения параметров (температуры, скорости и массовой доли O_2) вдоль скачка (расстояние отсчитывается от точки перегиба профиля скорости). Из рисунков видно, что температура имеет максимум. Это объясняется тем, что при торможении газа в скачке энергия направленного движения газа передается прежде всего поступательным степеням свободы молекул, вследствие чего температура газа сначала резко повышается. Диссоциация же молекул, уменьшающая поступательную энергию их хаотического движения, начинается лишь тогда, когда температура газа станет достаточно высокой. Заметное изменение массовой доли O_2 вследствие диссоциации начинается тогда, когда поступательные степени свободы почти достигают равновесия. Следует отметить, что

Поступило 27 I 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Duff R. E., Davidson N. Calculation of reaction profiles behind steady shock waves, II. The dissociation of air. J. Chem. Phys., 1959, vol. 31, No. 4, pp. 1018—1027.
2. Lin S. C., Teare J. D. Rate of ionization behind shock waves in air. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 3, pp. 355—375. (Рус. перев.: Вопросы ракетной техники, 1964, № 5.)
3. Артамонов А. К., Архипов В. Н., Старченко Г. Е. Релаксация и излучение за прямым скачком уплотнения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 3, стр. 20—23.
4. Gilbarg D. The existence and limit behavior of the one-dimensional shock layer. Amer. J. Math., 1951, vol. 73, No. 2, pp. 256—274.
5. Gilbarg D., Paolucci D. The structure of shock waves in the continuum theory of fluids. J. Rational Mech. and Analysis, 1953, vol. 2, No. 4, pp. 617—630.
6. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
7. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
8. Кондратьев В. Н. Определение констант скорости элементарных химических процессов. Кинетика и катализ, 1967, т. 8, вып. 5, стр. 965—976.