

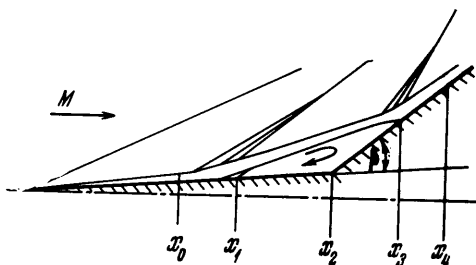
ОТРЫВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА КОНИЧЕСКИХ ТЕЛАХ

Е. Н. БОНДАРЕВ

(Москва)

Рассмотрены некоторые особенности изменения линейных размеров зон отрывного течения на конических телах с расширяющимися коническими юбками и давления внутри этих зон в зависимости от изменения чисел Маха, Рейнольдса и интенсивности возмущения, вызвавшего отрыв пограничного слоя. Эксперименты проведены в условиях ламинарного, переходного и турбулентного режимов течения в областях отрывных потоков.

Явление взаимодействия вязкого и почти невязкого потоков широко распространено. Это явление имеет место при обтекании вогнутого угла, при падении скачка уплотнения на пограничный слой и во многих других случаях. Экспериментальному исследованию особенностей этого явления при обтекании плоских тел посвящены работы [1, 2] и др. Делались попытки теоретического анализа взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем. В случае «свободных» отрывных течений, когда точки отрыва и присоединения пограничного слоя не фиксированы, как, например, на пластине с прикрепленным к ней клином большой длины, теоретические исследования ведутся, как правило, в рамках теории пограничного слоя с



Фиг. 1

применением приближенных интегральных методов (например, работы [3, 4]). В данной статье рассматриваются некоторые результаты исследований свободных отрывных течений на конических телах с коническими юбками в условиях ламинарного, переходного и турбулентного режимов течений (фиг. 1).

Обозначения

x — расстояние вдоль оси,
 y — расстояние от оси до поверхности тела,
 s — расстояние вдоль обтекаемой поверхности,
 β — угол отклонения образующей поверхности юбки от образующей переднего конуса,
 δ — толщина пограничного слоя,
 δ^* — толщина вытеснения,
 δ^{**} — толщина потери импульса,
 u — скорость,
 M — число Маха,
 R — число Рейнольдса,
 ρ — плотность,
 p — давление,
 τ — напряжение трения,

C_p — коэффициент давления,
 C_f — коэффициент трения,
 t — температура,
 t_0 — температура торможения

Индексы

0 — начало области взаимодействия,
 1 — отрыв пограничного слоя,
 2 — точка излома образующей конуса,
 3 — точка присоединения оторвавшегося слоя,
 4 — конец области взаимодействия,
 w — параметры течения на стенке,
 e — параметры внешнего невязкого потока.

1. В случае свободных отрывных течений положения точек отрыва и присоединения пограничного слоя определяются только условиями взаимодействия и заранее неизвестны. Для расчета течения ламинарного пограничного слоя в областях присоединенного и отрывного течений воспользуемся методом Коэна и Решотко [3], а для описания течения невязкого газа уравнениями для течения Прандтля — Майера.

Получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d}{ds} [\rho u^2 \delta^{**} y] + \delta^{**} \frac{dp}{dS} = \gamma \tau_w \quad (1.1)$$

$$\frac{d\theta}{dS} = \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{p \gamma M^2} \frac{dp}{dS} \quad (1.2)$$

$$\frac{dY}{dS} = \theta \frac{dx}{dS} \quad (1.3)$$

$$\frac{dp}{dS} = \frac{\mu_w U}{\delta^{**2}} n \left(\frac{t_e}{t_w} \right) \left(\frac{t_e}{t_0} \right) \quad (1.4)$$

Предполагается, что углы отклонения потока малы и граница толщины вытеснения приближенно описывается уравнением $Y = y(S) + \delta^*$.

Принято, что течение описывается однопараметрическим семейством профилей, и n будет функцией только от $H = \delta^* / \delta^{**}$.

В этой системе уравнение (1.1) описывает течение в пограничном слое, уравнение (1.2) описывает течение невязкого газа, уравнение (1.3) определяет связь между углом отклонения внешнего потока и изменением толщины вытеснения, а уравнение (1.4) устанавливает связь местного градиента давления с формпараметром n .

Уравнение (1.1) решалось методом Коэна и Решотко [5], а в качестве однопараметрического семейства профилей использовалось семейство решений уравнения Фокнера — Скэн как для участка безотрывного, так и для участка отрывного течения. Зададим теперь граничные условия. Считаем, что в начальном сечении $x = x_0$ известны δ_0^* , δ_0^{**} , θ_0 , p_0 , M_0 .

В конце области взаимодействия в сечении x_4 решение должно удовлетворять следующим условиям: внешний поток должен быть параллелен поверхности конической юбки, т. е. должно быть выполнено условие $\theta_4 = \beta$ и условия течения на поверхности юбки должны быть такими же, как на остром конусе. Для этого надо потребовать, чтобы $p_{s4}' = 0$. Граничные условия в конце зоны взаимодействия для каждого заданного значения угла отклонения образующей юбки β удовлетворялись путем подбора положения начального сечения x_0 методом пристрелки. В работе [6] подобный метод был использован для расчета течения в области взаимодействия на пластине с прикрепленным к ней клином. Наиболее интересно определить зависимости давления в области отрывного течения и длины этой области от чисел M , R и коэффициента давления в конце области взаимодействия C_{p4} . В работе [2] показано, что коэффициент давления в области «плато» C_{p2} должен быть пропорционален $[(M_0^2 - 1)R_1]^{-1/4}$.

Анализ экспериментальных результатов [1, 2 и др.] показывает, что с точностью $\pm 15\%$ коэффициент давления в области плато на пластине C_{p2} (в точке излома обтекаемой поверхности) описывается зависимостью

$$C_{p2} = 1.67 [(M_0^2 - 1)R_1]^{1/4} \quad (1.5)$$

Однако в случае отрыва ламинарного пограничного слоя на конусе коэффициент давления в области плато оказывается в $\sqrt{3}$ раз больше, чем на плоской пластине. Действительно, если критерий отрыва ламинарного пограничного слоя на конусе и на пластине имеет одинаковую величину

$$\Gamma \sim p_s' z^2 / \mu U \sim (dC_p / dx) z \sqrt{R} \quad (1.6)$$

Здесь z принято равным δ_0^* .

Изменение коэффициента давления во внешнем потоке пропорционально.

$$\Delta C_p \sim (d\delta^* / dx) / \sqrt{M^2 - 1} \approx (\delta_0^* / x) / \sqrt{M_0^2 - 1}$$

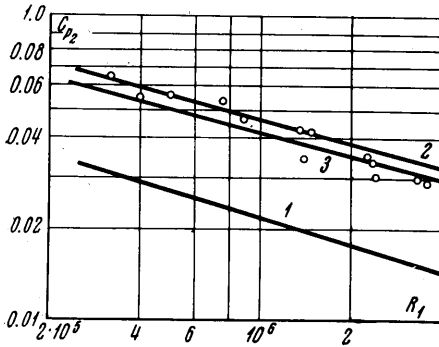
Поэтому

$$C_{p2} \sim (\Gamma / \sqrt{M_0^2 - 1}) R_1^{1/2}$$

Но на конусе δ^* в $\sqrt{3}$ раз меньше, чем на пластине, и, следовательно, коэффициент давления на конусе в области плато

$$C_{p2} \sim (3\Gamma / \sqrt{M_0^2 - 1}) R_1^{1/2}$$

На фиг. 2 приведено сравнение экспериментальных и расчетных значений C_{p2} на конусе с полууглом раствора 10° и числом $M = 5.5$ на поверхности конуса перед точкой отрыва с соответствующими данными для пластины. Цифрой 1 обозначена зависимость экспериментально измеренных значений C_{p2} на пластине от числа R перед точкой отрыва, точками показаны экспериментальные значения C_{p2} на конусе, цифрой 2 обозначена расчетная зависимость для C_{p2} на конусе, кривая 3 соответствует данным о коэффициенте C_{p2} пластины, умноженным на $\sqrt{3}$. Видно, что расчетные и экспериментальные данные достаточно хорошо согласуются.



Фиг. 2

Далее, оценим, характер зависимости линейных размеров области ламинарного отрывного течения от параметров набегающего потока и угла отклонения конической юбки. Если размеры юбки велики и отрыв свободный, то длина зоны отрыва l от точки отрыва пограничного слоя до точки излома образующей обтекаемого тела прямо пропорциональна толщине пограничного слоя или длине конуса перед точкой отрыва, так как нет других характерных размеров.

Попробуем следующим образом объяснить характер зависимости l / δ_0^* от β в случае полностью ламинарного течения. Известно, что давление в области взаимодействия растёт вначале довольно медленно, затем быстрее, и вблизи точки отрыва градиент давления достигает максимума. Далее вниз по потоку градиент давления уменьшается почти до нуля («плато давления»). Затем давление снова начинает возрастать и градиент давления достигает нового максимума в области присоединения оторвавшегося слоя, после чего градиент давления снова уменьшается. Максимальная величина градиента давления в точке отрыва определяется критерием отрыва следующего вида:

$$\Gamma = (dC_p / dx) z \sqrt{R} \quad (1.7)$$

Если предположить, что течение в пограничном слое приближенно описывается однопараметрическим семейством профилей, то присоединение оторвавшегося слоя определяется также критерием типа (1.7).

Критерий отрыва (1.7) ограничивает, таким образом, максимальную величину градиента давления в области взаимодействия. Поэтому увеличение угла отклонения поверхности юбки β и, следовательно, коэффициента давления в конце области взаимодействия приводит к увеличению размеров области отрывного течения. Для грубой оценки длины зоны отрыва применим критерий (1.7) ко всей области взаимодействия. Тогда прира-

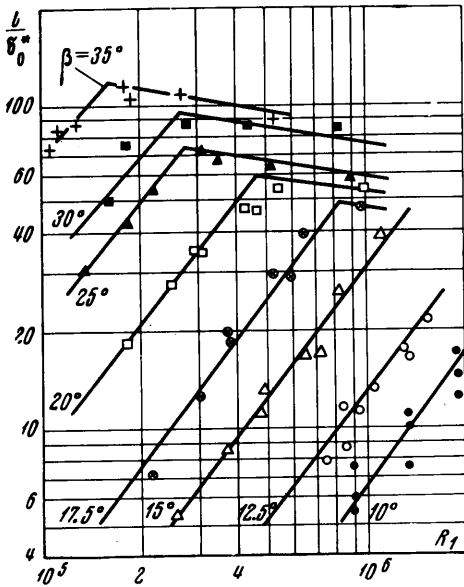
щение коэффициента давления $\Delta C_p \sim C_{p4}$, поскольку C_p в области взаимодействия изменяется от 0 до C_{p4} . Так как это изменение происходит на протяжении всей области взаимодействия, то примем, что $\Delta x \sim l$ — длине области взаимодействия. В случае, когда область отрывного течения невелика и толщина отрывной зоны не намного превышает толщину присоединенного пограничного слоя, то за характерный поперечный размер z можно принять толщину вытеснения δ_0^* перед точкой отрыва пограничного слоя. Тогда, воспользовавшись соотношением (1.7), получим

$$l / \delta_0^* \sim C_{p4} \sqrt{R_0} \tag{1.8}$$

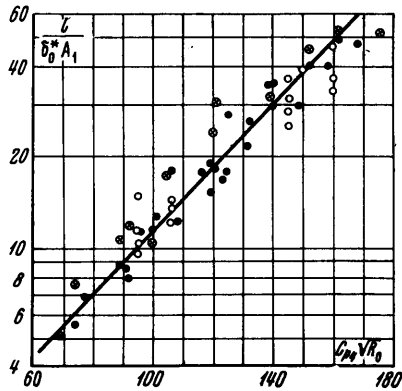
Совместно с Ю. З. Миропольским было проведено экспериментальное исследование размеров зон отрывного течения ламинарного пограничного слоя на конусах с полууглом раствора 5° при числах $M = 5.5, 6.2, 7.1$ на поверхности конуса перед точкой отрыва. На фиг. 3 показаны экспериментальные зависимости l / δ_0^* от R_0 при $M = 7.1$ для различных значений β . Видно, что при малых R_0 величина l / δ_0^* растет с ростом R_0 . При некотором числе $R_0 = R^+$ в конце зоны отрыва происходит переход и кривая l / δ_0^* терпит излом и при $R_0 > R^+$ величина l / δ_0^* уменьшается с ростом R . Если обработать данные для ламинарного участка течения в зависимости от параметра $C_{p4} \sqrt{R_0}$, то экспериментальные данные для данного числа M на поверхности конуса ложатся на одну кривую. Если ввести эмпирическую зависимость l / δ_0^* от M_0 , то экспериментальные данные о размерах зоны отрыва ламинарного пограничного слоя можно описать интерполяционной зависимостью, показанной на фиг. 4. На этой фигуре светлыми кружками изображены экспериментальные данные для числа M на поверхности конуса, равного 5.5, крестиками для $M_0 = 6.2$ и темными кружками для $M_0 = 7.1$. Представленную на фиг. 4 экспериментальную зависимость можно описать эмпирическими формулами

$$\frac{l}{\delta_0^*} = A_1 \exp \frac{C_{p4} \sqrt{R_0}}{41}$$

$$\left(A_1 = 1 + 10 \left[\frac{1}{M_0} - \frac{1}{7.1} \right] \right)$$



Фиг. 3



Фиг. 4

2. Если длина области отрывного течения l соизмерима с расстоянием от вершины конуса до точки излома обтекаемой поверхности x , то можно принять, что характерный поперечный размер области отрывного течения

пропорционален $\theta_2 x$, где θ_2 — угол наклона границы зоны отрывного течения. Согласно линейной теории

$$C_{p2} \sim \theta_2 / \sqrt{M_0^2 - 1}$$

Кроме того

$$C_{p2} \sim [(M_0^2 - 1)R_1]^{-1/4}$$

Тогда

$$z \sim \theta_2 x \sim x [(M_0^2 - 1)R_1]^{1/4}, \quad l/x \sim C_{p4} [(M_0^2 - 1)R_1]^{1/4} \quad (2.1)$$

На фиг. 5 показаны результаты обработки экспериментальных данных в зависимости от параметра

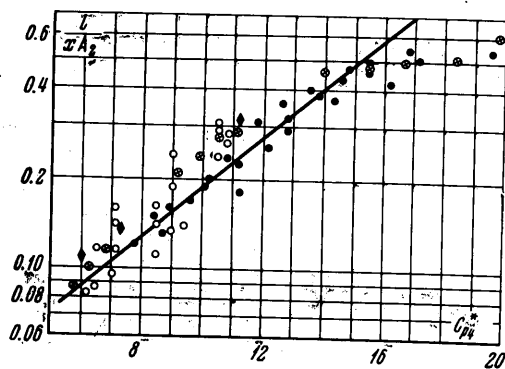
$$C_{p4}^* = C_{p4} [(M_0^2 - 1)R_1]^{1/4}$$

Результаты экспериментальных исследований можно описать эмпирической формулой

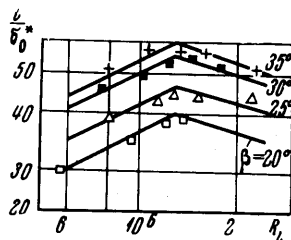
$$l/x = A_2 \exp [0.2(C_{p4}^* - 18.5)], \quad A_2 = 1 + 1.5[(1/M_0) - (1/7.1)] \quad (2.2)$$

Обозначения точек на фиг. 5 такие же, как и на фиг. 4, а ромбиками нанесены результаты расчетов длины зоны отрывного течения по описанному выше интегральному методу. Видно, что результаты расчетов достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Если в (2.2) перейти от l/x к l/δ_0^* , то

$$l/\delta_0^* \sim R_1^{3/4} C_{p4} [(M_0^2 - 1)]^{1/4} \quad (2.3)$$



Фиг. 5



Фиг. 6

т. е., если размеры зоны отрыва малы, то $l/\delta_0^* \sim R_1^{1/2}$, а если они значительны, то l/δ_0^* пропорционально $R_1^{3/4}$. Последняя зависимость совпадает с результатами обработки экспериментальных данных работы [1], в которой исследовался отрыв ламинарного пограничного слоя на пластине. В этой работе экспериментально показано, что $l/\delta_0^* \sim R_1^{3/4}$.

3. При некотором числе Рейнольдса R_1 в конце зоны отрывного течения происходит переход ламинарного течения в турбулентное. Как показывают экспериментальные данные, при достаточно малом угле отклонения поверхности юбки β отрыва турбулентного течения не происходит. В этом случае, несмотря на возникновение точки перехода в конце области отрывного течения, коэффициент давления в области плато C_{p2} подчиняется такой же зависимости от чисел M_0 и R_1 , как и в случае чисто ламинарного течения. На фиг. 3 видно, что зависимость l/δ_0^* от числа R_1 при некотором значении R_1 терпит излом. Это связано с появлением точки перехода ламинарного течения в турбулентное в конце зоны отрывного течения. После возникновения перехода l/δ_0^* начинает уменьшаться с ростом числа Рейнольдса. Анализ экспериментальных данных показывает, что изменение l/δ_0^* с изменением R_1 и β происходит таким образом, что число R_L^+ (число

R_L^+ рассчитывается по расстоянию L от точки отрыва до точки присоединения пограничного слоя и по параметрам внешнего потока на границе зоны отрывного течения в области плато давления) остается примерно постоянным. На фиг. 6 показан характер зависимости l/δ_0^* от R_L для $M = 7.1$ и значений $\beta = 20, 25, 30, 35^\circ$. Сопоставление измеренных значений числа Рейнольдса перехода R_L^+ с экспериментальными данными работы [2] показывает, что они хорошо коррелируются между собой и могут быть описаны приближенной зависимостью

$$R_L^+ = 7 \cdot 10^4 \exp [0.67 (M - 1)] \quad (3.1)$$

4. В случае, когда течение в области взаимодействия полностью турбулентное, то экспериментально измеренный коэффициент давления в области плато на конусе также оказывается примерно на 8—10% больше, чем при соответствующих условиях на пластине. Рассмотрим, как изменяется длина зоны турбулентного отрывного течения при увеличении угла отклонения юбки β . Если β меньше угла наклона границы отрывной зоны θ_2 , то отрыва пограничного слоя не возникает, но возмущение давления распространяется на некоторое расстояние вверх по потоку. Если β больше θ_2 , то возникает отрыв турбулентного пограничного слоя, но размеры зоны отрыва малы по сравнению с толщиной пограничного слоя, мало заметны на фотографиях и область отрывного течения практически не влияет на внешнее невязкое течение. Эксперименты показывают, что при дальнейшем увеличении угла β длина зоны отрыва растет относительно медленно до некоторого угла $\beta = \beta^*$. При $\beta < \beta^*$ толщина отрывной зоны порядка толщины невозмущенного пограничного слоя. В действительности длина отрывной зоны увеличивается непрерывно с ростом угла β и численное значение угла β^* зависит от чувствительности измерительной аппаратуры. Поэтому следует ввести более точное определение угла β^* . Можно считать, что угол β^* равен такому углу отклонения юбки β , при котором толщина отрывной зоны в точке излома образующей конуса примерно равна толщине невозмущенного пограничного слоя. Можно по другому определить β^* . Известно, что присоединение пограничного слоя, оторвавшегося от прямоугольного уступа, происходит под углом, близким по величине к углу наклона отрывной зоны θ_2 . Таким образом, если β^* больше суммы углов наклона отрывной зоны и угла присоединения оторвавшегося потока за уступом, т. е. $\beta > 2\theta_2$, то это должно привести к искривлению границы отрывной зоны вблизи точки присоединения, передаче давления вперед вверх по потоку и к резкому увеличению длины отрывной зоны. Результаты экспериментальных исследований показывают, что эти оценки угла β^* достаточно близко согласуются между собой. Для турбулентного пограничного слоя $\theta_2 \approx 13^\circ$ и при числах $M_0 > 2$ величина $\beta \approx 27^\circ$.

Для оценки характера изменения длины зоны отрыва с увеличением β при $\beta > \beta^*$ можно провести такие же рассуждения, как и для случая отрыва ламинарного слоя. Предположим, что максимальная величина градиента давления внутри зоны турбулентного отрывного течения определяется критерием отрыва вида

$$\frac{dp}{dx} \frac{z}{\rho u^2} \sim \frac{dC_p}{dx} z \quad (4.1)$$

Применим этот критерий отрыва области взаимодействия. Тогда приращение коэффициента давления ΔC_{p4} пропорционально C_{p4} , $\Delta x \sim l$, характерный поперечный размер z пропорционален толщине пограничного слоя δ_0 . Кроме того, если угол β не слишком велик, а число M достаточно большое, то можно приближенно принять, что $C_{p4} \sim \beta / M_0$.

Применив формулу (4.1) ко всей области взаимодействия, получим

$$M_0(l/\delta_0) \sim \beta \quad (4.2)$$

Если обработать экспериментальные данные о размерах зоны отрыва турбулентного слоя на конусе в координатах $M_0(l/\delta_0)$ и $(\beta - \beta^*)$, то экспериментальные данные хорошо группируются около единой кривой, показанной на фиг. 7. На этой фигуре светлыми кружками нанесены экспериментальные данные для числа M_0 на поверхности конуса 2.7, а темными кружками — данные для $M_0 = 4.9$. Результаты экспериментов можно описать эмпирической зависимостью

$$l/\delta_0 = (9.75/M_0) \exp[0.182(\beta - \beta^*)] \quad (4.3)$$

где β и β^* измерены в градусах и $\beta^* = 27^\circ$. В экспериментах диаметр конической юбки всегда имел конечный размер и когда точка присоединения оторвавшегося слоя приближалась к наружному краю юбки, то экспериментальные точки начинали отклоняться от этой зависимости. В этом случае отрыв перестает быть свободным. Зависимости длины зоны отрыва турбулентного пограничного слоя от числа Рейнольдса в проведенных экспериментах обнаружено не было. Следует отметить, что экспериментальные данные об отрыве турбулентного пограничного слоя на плоской пластине, полученные в работе [1], также могут быть описаны в координатах $M_0(l/\delta_0)$ и $(\beta - \beta^*)$ формулой

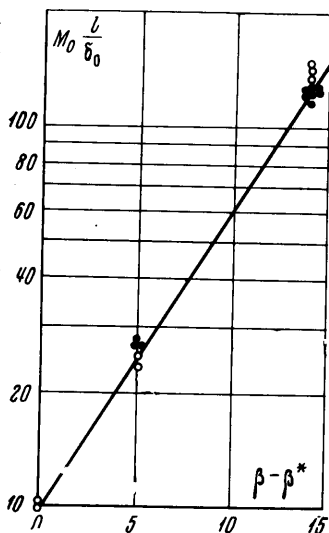
$$l/\delta_0 = (6.5/M_0) \exp[0.182(\beta - \beta^*)] \quad (4.4)$$

которая отличается от формулы (4.3) только тем, что численный коэффициент при ней примерно в полтора раза меньше.

Поступило 4 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Gadd G. E., Holder D. W., Regan J. D. An experimental investigation of the interaction between shock waves and boundary layers. Proc. Roy. Soc., Ser A, 1954, vol. 226, No. 1165.
2. Chapman D. R., Kuehn D. M., Larson H. K. Investigation of separated flows in supersonic streams with emphasis on the effect of transition. NACA Rept., 1356, 1958.
3. Crocco L., Lees L. A mixing theory for the interaction between dissipative flows and nearly isentropic streams. J. Aeronaut Sci., 1952, vol. 19, No. 10.
4. Lees L., Reeves B. L. Supersonic separated and reattaching laminar I. General theory and application to adiabatic boundary layers. Shock — wave interactions. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 11.
5. Cohen C. B., Rechetko E. Compressible laminar boundary layer with heat transfer and arbitrary pressure gradients. NACA Rept., 1294, 1956.
6. Бондарев Е. Н. Приближенный расчет взаимодействия сверхзвукового потока с ламинарным слоем в области отрывного течения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.



Фиг. 7