

Итак, если  $\mu$  аппроксимировать универсальной зависимостью, то безразмерный параметр скорости растекания газа в критической точке вычисляется по формулам

$$\frac{R_s}{U_\infty} \frac{dv}{ds} = \sqrt{2\mu(\epsilon)} \epsilon \quad \text{для совершенного газа и для равновесного газа} \quad (6)$$

$$\frac{R_s}{U_\infty} \frac{dv}{ds} = \sqrt{2\mu(\epsilon)} \epsilon_0 \quad \text{для неравновесного газа} \quad (7)$$

Ошибка аппроксимации существенно уменьшается, если для различных тел на основании фиг. 5 брать различные приближающие выражения  $\mu(\epsilon)$ .

При  $\tau \rightarrow 0$  величины в левых частях (6) и (7) терпят разрыв. В самом деле, при любом сколь угодно малом, но отличном от нуля значении  $\tau$ , состояние в критической точке равносечно и  $\epsilon_0$  определяется равновесным сжатием. При  $\tau = 0$  сжатие газа всюду в ударном слое и, следовательно, в критической точке естественно считать соответствующим течению совершенного газа. Эта величина может сильно отличаться от  $\epsilon_0$  (заметим, что  $\mu(\epsilon)$  непрерывно переходит к значению в замороженном течении). Разрывное поведение  $dv/ds$  находится в полном соответствии с наличием релаксационного слоя на поверхности тела в околзамороженном течения. Так как в этих условиях толщина пограничного слоя больше толщины релаксационного слоя, а величина  $p_1$  не испытывает резких изменений вблизи поверхности (как и давление), то для определения  $dv/ds$  нужно использовать формулу (6).

*Следствие 4.* Поля газодинамических параметров в ударном слое зависят только от сжатия  $\epsilon$  и времени релаксации  $\tau$ . Независимость от формы тела в случае течения совершенного газа ( $\tau = 0$ ) при фиксированном  $\epsilon$  (соответствующем  $M = 3$ ) показана в работе [2] на примере распределения давления.

В неравновесном течении некоторое преобразование переменных позволяет установить подобие полей параметров в ударном слое с распределениями величин за фронтом прямой ударной волны [3].

Описанный выше закон подобия сверхзвукового обтекания затупленных тел позволяет построить методику экспериментального определения свойств течения в дозвуковой части ударного слоя. Пусть условия в набегающем потоке известны. Тогда можно определить сжатие газа  $\epsilon$ . Из эксперимента определяется величина отхода  $\Delta$ . По формуле (2) находится  $R_s$ . После этого из (6) можно найти  $dv/ds$ .

Универсальность формы ударной волны можно использовать для упрощения итерационной процедуры подбора ударной волны при численном решении прямой задачи обтекания. Поместим начало координат в критическую точку. Поскольку  $\Delta/R_s$  известно из формулы (2), уравнение ударной волны  $y = \{2R_s(x + \Delta) - (x + \Delta)^2\}^{1/2}$  содержит лишь один неизвестный параметр, подбор которого не представляет особого труда. Дальнейшее уточнение можно сделать с помощью двухпараметрического семейства ударных волн.

#### ЛИТЕРАТУРА

Поступило 28 VIII 1968

- Хейз, Пробстин. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд. иностр. лит., 1962.
- Гилинский С. М., Теленин Г. Ф. Сверхзвуковое обтекание тел различной формы с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
- Gibson, Marrone Correspondence between normal-shock and blunt-body flows. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 12, p. 1649.

#### РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПОТОКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Э. П. КАЗАНДЖАН, В. С. ТАТАРЕНЧИК

(Москва)

Рассматриваются метод и результаты расчета газодинамических функций сверхзвуковых осесимметричных течений по заданному распределению плотности. Эта задача будет вторым этапом количественного исследования газовых потоков с помощью оптических методов; первый этап состоит в определении из экспериментальной плотности, а также геометрических параметров как головной ударной волны, ограничивающей возмущенную область течения, так и линий слабого и сильного разрыва параметров внутри возмущенной области. Искомые распределения давления и компонент вектора скорости находятся с помощью уравнений газовой динамики.

Такая задача будет переопределенной, так как три неизвестные функции (давление и две скорости) должны удовлетворять четырем дифференциальным уравнениям (двум уравнениям движения, уравнению неразрывности и условию изэнтропичности) при наличии трех условий на головной волне и условия непротекания на теле. При

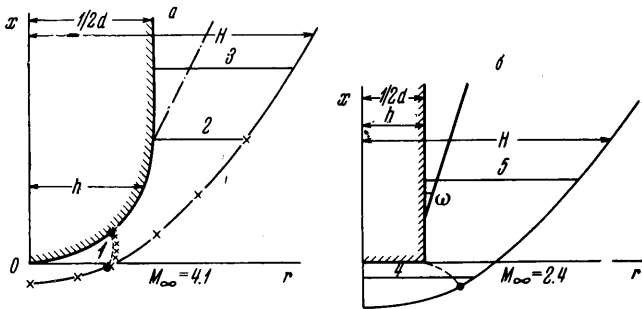
наличии погрешности в исходном распределении плотности лишние уравнения и условия могут не удовлетворяться.

Для расчета используются уравнение неразрывности, уравнение Бернулли и условие изоэнтропичности вдоль линий тока, условия на головной волне. Известно распределение плотности  $\rho$ ; искомыми величинами будут давление  $p$ , модуль скорости  $v$  и угол  $\theta$  наклона скорости к оси симметрии (величины  $\rho$ ,  $p$ ,  $v$  отнесены соответственно к их значениям в невозмущенном потоке). В произвольной меридиональной полу плоскости течения принята система координат  $x, r$  с осью  $x$ , направленной по оси симметрии (фиг. 1, а, б); безразмерные переменные введены соотношениями

$$X = x/d, \quad \zeta = (r-h)/H-h$$

Здесь  $d$  — максимальный диаметр тела вращения,  $h$  и  $H$  — расстояния от оси  $x$  до образующей тела и головной волны в сечении  $x = \text{const}$ .

Расчет ведется вниз по потоку вдоль линий тока, которые выстраиваются, начиная от головной волны. Расчетные линии тока выбираются так, чтобы между любыми соседними из них можно было полагать все газодинамические параметры линей-



Фиг. 1

но зависящими от  $r$ . Область течения разбивается рядом сечений  $x = x_k = \text{const}$ . Если в некотором сечении  $x = x_k$  все параметры течения уже известны, то в сечении  $x = x_{k+1}$  на  $i$ -й линии тока давление и скорость будут равны

$$p_{i, k+1} = p_{i, k} (\rho_{i, k+1} / \rho_{i, k})^\gamma \quad (\gamma = 1.4) \quad (1)$$

$$v_{i, k+1} = \frac{\sqrt{\beta^2 - (\beta^2 - v_{i, k}^2) (\rho_{i, k+1} / \rho_{i, k})^{\gamma-1}}}{\beta^2} \quad \beta^2 = 1 + 2 / [(\gamma - 1) M_\infty^2] \quad (2)$$

( $M_\infty$  — число Маха невозмущенного потока). Величина  $\theta_{i, k+1}$  определяется в предположении, что линия тока в интервале  $x_k \leq x \leq x_{k+1}$  может быть аппроксимирована дугой окружности

$$\theta_{i, k+1} = 2 \arctg [(r_{i, k+1} - r_{i, k}) / (x_{k+1} - x_k)] \quad (3)$$

Координата  $r_{i, k+1}$  находится из уравнения неразрывности, выражающего постоянство массового расхода между двумя соседними поверхностями тока

$$(r_{i-1, k+1}^2 - r_{i, k+1}^2) (q_{i-1, k+1} + q_{i, k+1}) - (r_{i-1, k}^2 - r_{i, k}^2) (q_{i-1, k} + q_{i, k}) = 0 \quad (4)$$

$$q = \rho v \cos \theta$$

Последовательно решая системы трансцендентных уравнений (1)–(4) относительно  $p_{i, k+1}$ ,  $v_{i, k+1}$ ,  $\theta_{i, k+1}$  и  $r_{i, k+1}$  для всех значений  $i$  и  $k$ , выбранного разбиения расчетной области, можно найти искомые распределения  $p$ ,  $v$  и  $\theta$ . Начальные значения для расчета этих параметров определяются по наклону головной волны к направлению невозмущенного потока из известных соотношений. При расчете параметров в сечении  $x = x_1$  (ближайшем к вершине головной волны) система уравнений (1)–(4) несколько трансформируется, так как все расчетные линии тока выходят из головной волны.

При наличии в возмущенной области течения линии слабого разрыва, выходящей из точки разрыва кривизны, образующей тела вращения<sup>1</sup> (фиг. 1, а), схема расчета, плотности и других параметров сохраняется, хотя в ряде случаев может потребоваться уменьшение расчетного шага.

При наличии в возмущенной области течения внутренней ударной волны (фиг. 1, б) точки пересечения последней с сечениями  $x = x_k$  и  $x = x_{k+1}$  включаются в число расчетных. Переход через внутреннюю ударную волну осуществляется с помощью

<sup>1</sup> Расположение линии слабого разрыва определяется по интерференционной картине или по серии теневых картин, получаемых при помощи метода щели и расфокусированной нити (при различных положениях последней).

уравнений сохранения массы, импульса и энергии

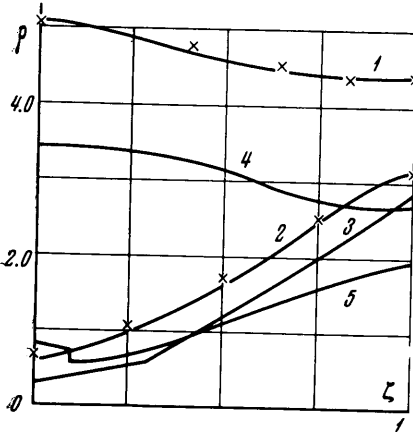
$$p_- = p_+ (6\rho_- - \rho_+) / (6\rho_+ - \rho_-) \quad (5)$$

$$v_- = v_+ \sqrt{\cos^2(\omega - \theta_+) + [(\rho_+ / \rho_-) \sin(\omega - \theta_+)]^2} \quad (6)$$

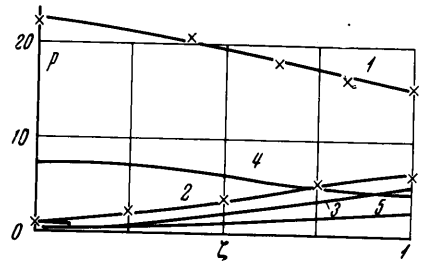
$$\theta_- = \omega - \arctg [(\rho_+ / \rho_-) \operatorname{tg}(\omega - \theta_+)] \quad (7)$$

где  $\omega$  — угол между осью симметрии и внутренней ударной волной (фиг. 1, б), значения параметров перед которой снабжены индексом плюс, а за которой — индексом минус.

Для проверки работоспособности метода проведен расчет обтекания сферы при  $M_\infty = 4$ , причем исходные данные (форма головной волны и поле плотности) взяты из результатов численного расчета методом интегральных соотношений [1]. Величины  $p$ ,  $v$  и  $\theta$ , полученные для 12 сечений ( $-0.07 \leq X \leq 0.28$ ), отклоняются от соответствующих результатов [1] не более чем на 1–2%.

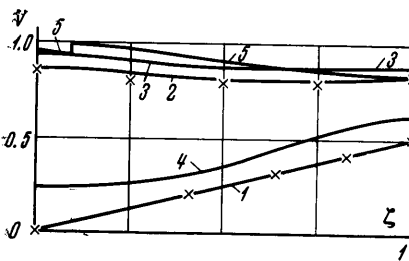


Фиг. 2

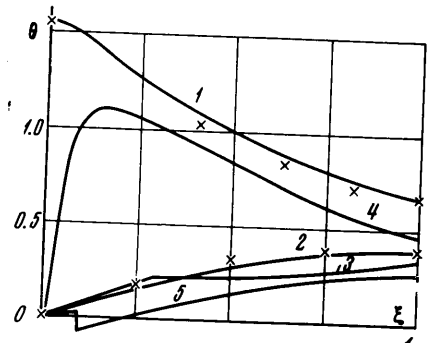


Фиг. 3

Изложенным методом рассчитаны потоки около цилиндра с полусферической головкой при  $M_\infty = 4.1$  (фиг. 1, а) и цилиндра с плоским торцом при  $M_\infty = 2.4$  (фиг. 1, б). Поля плотности определены по данным оптических измерений, выполненных с помощью интерферометра Маха — Цендера. Некоторые результаты проведенных расчетов представлены на фиг. 2–5 в виде зависимостей  $\rho(\xi)$ ,  $p(\xi)$ ,  $v(\xi)$  и  $\theta(\xi)$ . Положение расчетных сечений 1, 2, 3 для цилиндра с полусферой при  $X = 0, 0.5, 0.78$  указано на фиг. 1, а, а сечений 4, 5 для цилиндра при  $X = -0.11, 0.66$  указано на фиг. 1, б; ударные волны на фиг. 1, а, б изображены сплошными кривыми, звуковые линии — пунктиром, а линия слабого разрыва на фиг. 1, а — штрих-пунк-



Фиг. 4



Фиг. 5

тиром. Для сравнения на фиг. 1, а, 2–5 крестиками нанесены соответствующие данные для носовой части сферы ( $X \leq 0.5$ ) из работы [1]. Кроме того, на фиг. 1, а, б кружочками нанесены экспериментальные результаты определения положения звуковых точек на головной волне (фиг. 1, а, б) и на теле (фиг. 1, а) из работы [2].

Поступило 28 I 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М. Расчет обтекания осесимметричных тел с отошедшей ударной волной. М., ВЦ АН СССР, 1961.
2. Масленников В. Г. Определение положения звуковых точек на головной ударной волне и на поверхности тупого тела при баллистических исследованиях. Сб. «Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений», М.—Л., «Наука», 1967