

Спектры предельных линий тока показывают, что на остром полуконусе при большом числе Рейнольдса, так же как и на затупленном полуконусе, происходит отрыв пограничного слоя у боковых кромок. Однако признаки присоединения пограничного слоя и растекания на плоской поверхности полуконуса в этих условиях не обнаруживаются.

6. При большом числе Рейнольдса ($R_l \approx 10^6$) было исследовано влияние угла атаки на теплообмен на плоской поверхности затупленного полуконуса ($\theta = 24^\circ 15'$, $M = 5$).

При небольших углах атаки (до 5°) сохраняется описанная картина течения. Однако с увеличением α линии присоединения сближаются, а значения коэффициента теплопередачи на них уменьшаются. В некоторых поперечных сечениях при $\alpha = 15-25^\circ$ максимум тепловых потоков получается точно на оси полуконуса.

На фиг. 12 показана зависимость максимального относительного коэффициента теплопередачи от угла атаки (значения коэффициента теплопередачи были отнесены к расчетному значению коэффициента теплопередачи на пластине, установленной под нулевым углом атаки, $R_l = 10^6$, $M = 5$, $\theta = 24^\circ 15'$). Результаты приведены для двух поперечных сечений (светлые точки $x^\circ = 4.9$, темные точки $x^\circ = 7.8$). Коэффициент теплопередачи на линиях присоединения достигает максимума при $\alpha \approx 0$. При увеличении α коэффициент теплопередачи падает. Однако даже при $\alpha = 25^\circ$ он еще приблизительно вдвое превосходит коэффициент теплопередачи на продольно обтекаемой пластине.

Измерения давления показали, что вследствие отрыва пограничного слоя увеличение угла атаки не вызывает заметного падения давления на плоской (подветренной) поверхности полуконуса. Значительное падение коэффициента теплопередачи с ростом угла атаки связано с увеличением размеров и изменением конфигурации срывной зоны.

Поступило 6 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровой В. Я., Давлет-Кильдеев Р. З., Рыжкова М. В. Об особенностях теплообмена на поверхности некоторых несущих тел при больших сверхзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1.
2. Kestin J. The effect of free-stream turbulence on heat transfer rates. Advances in Heat Transfer. New York — London, 1966, vol. 3.
3. Майкапар Г. И. Вихри за головной ударной волной. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.

О ЗАКОНЕ ПОДОБИЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

В. П. СТУЛОВ

(Москва)

На основе анализа большого количества точных численных решений задачи сверхзвукового обтекания затупленных тел различной формы совершенным и реальным газом установлен приближенный закон подобия течений в дозвуковой области ударного слоя. Выведены аппроксимирующие зависимости для отхода ударной волны и скорости растекания в критической точке от величины сжатия газа на оси симметрии течения. Показано, что в широком диапазоне условий течения ударная волна в дозвуковой области близка к окружности.

Здесь рассматриваются осесимметричные течения совершенного газа, равновесного воздуха и углекислого газа, неравновесного воздуха около сферы, эллипсоидов, тел типа торца со скруглением и тел сегментальной формы со скруглением. Обобщение результатов на случай течения излучающего газа не представляет особого труда. Явлениями молекулярного переноса пренебрегается.

В книге [1] указывается, что «теорию Ньютона следует применять, связывая ее с формой скачка, а не с формой тела». Естественно предположить, что и в диапазоне условий, выходящем за рамки гиперзвукового, можно получить упрощенные соотношения для параметров обтекания, принимая в качестве определяющих констант величины, характеризующие форму ударной волны. Анализ решений перечисленных выше задач позволил установить следующий приближенный закон подобия течений.

Если за характерный размер задачи принять радиус кривизны ударной волны на оси симметрии R_s , то свойства течения в дозвуковой области зависят от двух безразмерных параметров: максимального сжатия газа в ударном слое ε и времени релаксации τ .

При обтекании равновесным и совершенным газом сжатие равно изменению плотности в прямом скачке

$$\varepsilon = \rho_\infty / \rho_s$$

В неравновесном течении, когда плотность вдоль оси симметрии меняется значительно, сжатие равно

$$\varepsilon = \left(\int_0^1 \rho / \rho_\infty d\xi \right)^{-1} \quad (1)$$

Если в неравновесном течении имеется несколько процессов с существенно различными скоростями, необходимо ввести несколько параметров τ_i .

Рассмотрим некоторые следствия.

Следствие 1. Отношение отхода ударной волны Δ к радиусу кривизны скачка на оси симметрии R_s будет универсальной функцией сжатия ε .

На фиг. 1 значения Δ / R_s из численных решений в зависимости от ε (значки) аппроксимированы функцией

$$\frac{\Delta}{R_s} = \frac{\varepsilon}{1 + \sqrt[3]{\varepsilon}} \quad (2)$$

которая показана сплошной линией. На фиг. 1, 2, 4, 5 приняты следующие обозначения: светлые кружки, ромбы, квадраты и вертикальные полукружки — обтекание совершенным газом сферы эллипсоида, скругленных торца и сегмента; такие же темные значки — обтекание тех же тел равновесным воздухом; горизонтальные полукружки, кресты, треугольники и опрокинутые треугольники — обтекание сферы равновесным углекислым газом, воздухом с неравновесным возбуждением колебаний, воздухом с неравномерными колебаниями и химическими реакциями, а также гремучей смесью с неравновесными химическими реакциями соответственно. Возвращаясь к фиг. 1 заметим, что наибольший разброс при $\varepsilon = 0.26$ относится к обтеканию тел при числе Маха потока $M = 3$. В этом случае для эллипсоидов величина Δ / R_s монотонно увеличивается от 0.135 до 0.142 с увеличением отношения δ вертикальной полуоси к горизонтальной от 0.5 до 3. Для тел типа торца со скруглением, контур которого задается соотношением

$$x^n + y^n = 1 \quad (3)$$

величина Δ / R_s увеличивается от 0.152 до 0.154 с увеличением n от 5 до 10. Таким образом, наилучшая аппроксимация универсальной функцией (2) имеет место для тела (3) с бесконечным радиусом кривизны в критической точке.

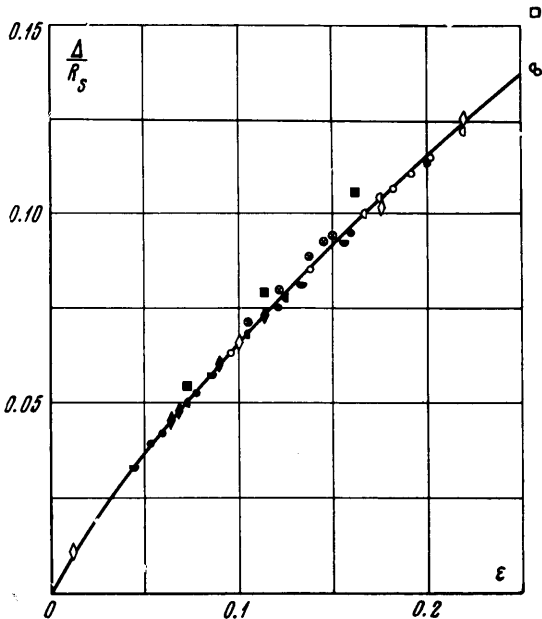
Для неравновесных течений систематическое отличие от формулы (2) можно устранить путем введения несколько иной зависимости

$$\frac{\Delta}{R_s} = \frac{\varepsilon}{1 + \sqrt[3]{\varepsilon \varepsilon_0}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{\rho_\infty}{\rho_0} \quad (4)$$

Здесь ρ_0 — плотность в критической точке.

На фиг. 2 приведена зависимость Δ / R_0 от ε для сферы ($\delta = 1$) и эллипсоидов ($\delta = 2$ и 3). Функция $\Delta(\varepsilon) / R_0$ в случае сферы близка к линейной. Для улучшения аппроксимации Δ / R_0 в случае совершенного газа при небольших M (например, $M \leq 5$) и не слишком малых $\gamma - 1$ в качестве сжатия следует брать интегральную величину (1).

Для неравновесного обтекания сферы величина Δ / R_0 хорошо аппроксимируется линейной зависимостью. Следовательно, влияние неравновесности на безразмерный отход ударной волны проявляется только через величину интегрального сжатия. Это свойство неравновесных течений можно использовать для определения отхода ударной волны, если известно распределение плотности за фронтом прямой ударной волны для тех же условий набегающего потока.

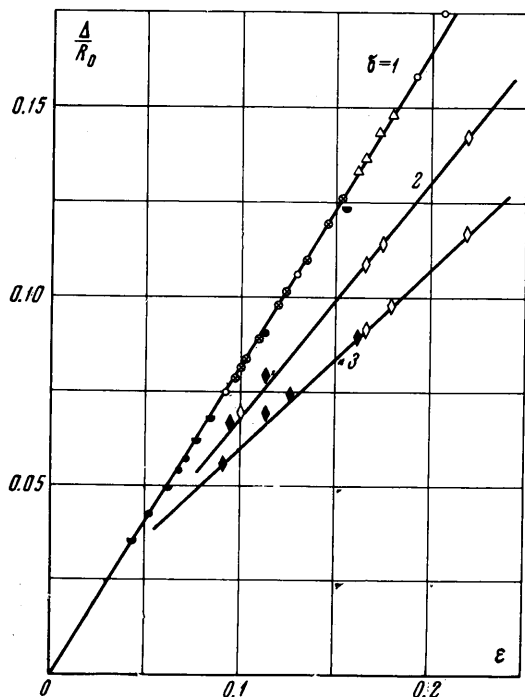


Фиг. 1

В предположении линейного распределения нормального к телу потока массы вдоль линии торможения подобие течений в сжатом слое перед затупленным телом и за фронтом прямой ударной волны устанавливается посредством преобразования независимой переменной $\xi/\Delta = 1 - e^{-x/\Delta}$ (начало координат помещается на фронте волны; в ударном слое $0 \leq \xi \leq \Delta$, в течении за прямым фронтом x меняется от 0 до ∞). Поскольку $\Delta/R_0 = A\epsilon$, где $A = \text{const}$, легко показать, что отход ударной волны Δ получается из уравнения

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\rho_{\infty}} \rho(x) e^{-x/\Delta} dx = A \quad (5)$$

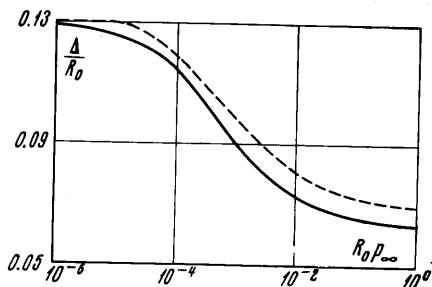
где $\rho(x)$ — распределение плотности за фронтом прямой ударной волны. На фиг. 3 проведено сравнение величины отхода волны, полученной в точном решении (пунктирная линия), с результатом решения уравнения (5) для случая обтекания сферы неравновесным воздухом при $M = 15$, $T = 300^\circ \text{К}$. По оси абсцисс отложена величина $\rho_{\infty} R_0$ (в атм·см), обратно пропорциональная безразмерному времени релаксации.



Фиг. 2

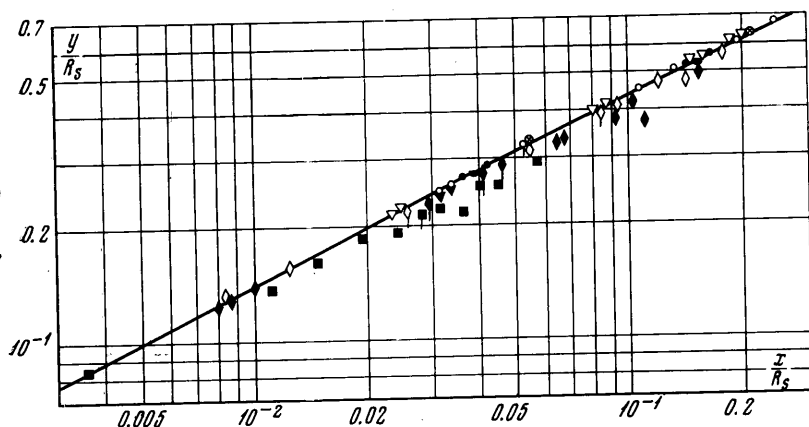
Гассмотрим теперь форму ударной волны. Поскольку рассматриваются только осесимметричные течения, всюду речь будет идти о меридиональном сечении поверхности ударной волны. Следствие 2. Форма ударной волны в дозвуковой области течения удовлетворительно аппроксимируется окружностью радиуса R_s . Форма волны для различных случаев представлена на фиг. 4 в координатах x/R_s , y/R_s (начало координат в вершине волны). Значки с вертикальной линией отмечают положение звуковой точки. Сплошной линией изображена окружность. Ухудшение аппроксимации с увеличением степени затупленности тела объясняется тем, что для сильно затупленных тел увеличение сжатия (или числа M) значительно сильнее изменяет форму волны в трансзвуковой области, чем в окрестности оси симметрии. В случае обтекания сферы ударная волна весьма близка к окружности независимо от состояния газа в ударном слое (в том числе и для неравновесных течений).

В работе [2] указана возможность аппроксимации ударных волн перед телами различной формы при одном числе M двухпараметрическим семейством эллипсов. По-видимому, эту аппроксимацию следует рассматривать как второе приближение после отмеченной здесь аппроксимации ударной волны окружностью. При аппроксимации эллипсами возникает вопрос о выборе второго параметра эллипса (в качестве первого берется R_s). Можно предположить, что в силу отмеченного выше характера изменения формы ударной волны у сильно затупленных тел этот параметр не может быть связан со свойствами течения в окрестности осевой линии тока. В качестве второго параметра можно



Фиг. 3

взять некоторый характерный радиус кривизны скачка в окрестности звуковой точки. Итак, если оставаться в рамках аппроксимации ударной волны окружностью, следствие 2 означает, что форма ударной волны не зависит от ϵ и τ .



Фиг. 4

При составлении универсальной зависимости для градиента поперечной к оси течения составляющей скорости dv/ds следует иметь в виду, что в неравновесных течениях эта величина не должна зависеть от τ , поскольку в некоторой окрестности критической точки течение всегда близко к равновесию. Так как сжатие зависит от τ , то dv/ds нельзя выразить в виде универсальной функции сжатия.

Поскольку

$$(dv/ds)^2 = -2p_1/\rho_0$$

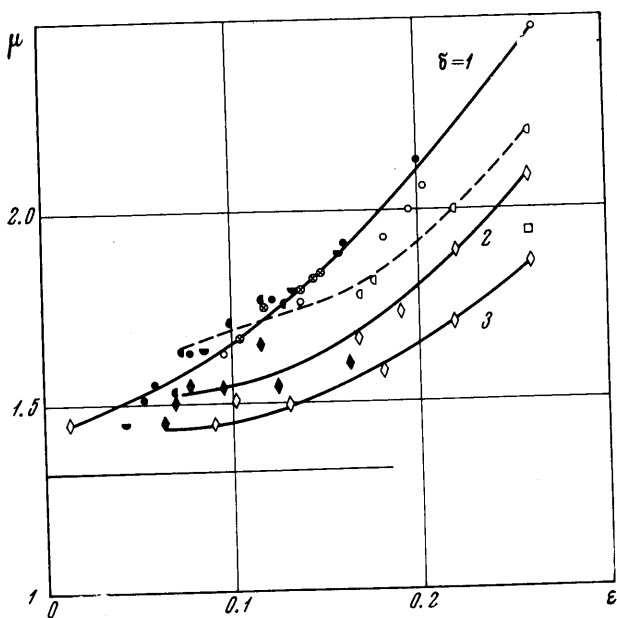
$$p = p_0 + p_1 s^2$$

а величина p_1 , как и давление p , в критической точке зависит от τ , попытаемся построить аппроксимирующую формулу для p_1 .

Следствие 3. Безразмерная комбинация $\mu = R_s^2 p_1 / \rho_\infty U_\infty^2$ будет универсальной функцией сжатия.

Для распределения давления по формуле Ньютона $\mu = 1$, для локального решения Хейза [1] $\mu = 4/3$. Значительный разброс значений μ будет следствием слабой зависимости μ от R_s (фиг. 5).

С увеличением затупленности при постоянном сжатии параметр μ уменьшается. Величина μ зависит не только от затупленности, но и от формы тела вблизи критической точки. Для подтверждения этого рассмотрим кривую для сегмента с углом полураствора 30° (пунктирная линия). Его затупленность $R_0/b = 2$, как и в случае эллипсоида $\delta = b/a = 2$, а форма тела в достаточно большой окрестности критической точки очень близка к сфере. Кривая $\mu(\epsilon)$ для этого тела при средних ϵ лежит между кривыми для сферы и эллипсоида $\delta = 2$, а при сильных сжатиях (малые ϵ) сливается с кривой для сферы.



Фиг. 5

Итак, если μ аппроксимировать универсальной зависимостью, то безразмерный параметр скорости растекания газа в критической точке вычисляется по формулам

$$\frac{R_s}{U_\infty} \frac{dv}{ds} = \sqrt{2\mu(\epsilon)} \epsilon \quad \text{для совершенного газа и для равновесного газа} \quad (6)$$

$$\frac{R_s}{U_\infty} \frac{dv}{ds} = \sqrt{2\mu(\epsilon)} \epsilon_0 \quad \text{для неравновесного газа} \quad (7)$$

Ошибка аппроксимации существенно уменьшается, если для различных тел на основании фиг. 5 брать различные приближающие выражения $\mu(\epsilon)$.

При $\tau \rightarrow 0$ величины в левых частях (6) и (7) терпят разрыв. В самом деле, при любом сколь угодно малом, но отличном от нуля значении τ , состояние в критической точке равновесно и ϵ_0 определяется равновесным сжатием. При $\tau = 0$ сжатие газа всюду в ударном слое и, следовательно, в критической точке естественно считать соответствующим течению совершенного газа. Эта величина может сильно отличаться от ϵ_0 (заметим, что $\mu(\epsilon)$ непрерывно переходит к значению в замороженном течении). Разрывное поведение dv/ds находится в полном соответствии с наличием релаксационного слоя на поверхности тела в околзамороженном течении. Так как в этих условиях толщина пограничного слоя больше толщины релаксационного слоя, а величина p_1 не испытывает резких изменений вблизи поверхности (как и давление), то для определения dv/ds нужно использовать формулу (6).

Следствие 4. Поля газодинамических параметров в ударном слое зависят только от сжатия ϵ и времени релаксации τ . Независимость от формы тела в случае течения совершенного газа ($\tau = 0$) при фиксированном ϵ (соответствующем $M = 3$) показана в работе [2] на примере распределения давления.

В неравновесном течении некоторое преобразование переменных позволяет установить подобие полей параметров в ударном слое с распределениями величин за фронтом прямой ударной волны [3].

Описанный выше закон подобия сверхзвукового обтекания затупленных тел позволяет построить методику экспериментального определения свойств течения в дозвуковой части ударного слоя. Пусть условия в набегающем потоке известны. Тогда можно определить сжатие газа ϵ . Из эксперимента определяется величина отхода Δ . По формуле (2) находится R_s . После этого из (6) можно найти dv/ds .

Универсальность формы ударной волны можно использовать для упрощения итерационной процедуры подбора ударной волны при численном решении прямой задачи обтекания. Поместим начало координат в критическую точку. Поскольку Δ/R_s известно из формулы (2), уравнение ударной волны $y = \{2R_s(x + \Delta) - (x + \Delta)^2\}^{1/2}$ содержит лишь один неизвестный параметр, подбор которого не представляет особого труда. Дальнейшее уточнение можно сделать с помощью двухпараметрического семейства ударных волн.

ЛИТЕРАТУРА

Поступило 28 VIII 1968

- Хейз, Пробстин. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд. иностр. лит., 1962.
- Гилинский С. М., Теленин Г. Ф. Сверхзвуковое обтекание тел различной формы с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
- Gibson, Marrone Correspondence between normal-shock and blunt-body flows. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 12, p. 1649.

РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПОТОКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Э. П. КАЗАНДЖАН, В. С. ТАТАРЕНЧИК

(Москва)

Рассматриваются метод и результаты расчета газодинамических функций сверхзвуковых осесимметричных течений по заданному распределению плотности. Эта задача будет вторым этапом количественного исследования газовых потоков с помощью оптических методов; первый этап состоит в определении из экспериментальной плотности, а также геометрических параметров как головной ударной волны, ограничивающей возмущенную область течения, так и линий слабого и сильного разрыва параметров внутри возмущенной области. Искомые распределения давления и компонент вектора скорости находятся с помощью уравнений газовой динамики.

Такая задача будет переопределенной, так как три неизвестные функции (давление и две скорости) должны удовлетворять четырем дифференциальным уравнениям (двум уравнениям движения, уравнению неразрывности и условию изэнтропичности) при наличии трех условий на головной волне и условия непротекания на теле. При