

ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ ТРУБЫ В ВАКУУМ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ПОДВОДЕ МАССЫ И ЭНЕРГИИ

А. И. КОНДРАТЬЕВ, В. А. МАХИН

(Днепропетровск)

Рассматривается задача истечения идеального газа в вакуум из цилиндрической трубы, закрытой с одного торца, при нестационарном подводе массы и энергии. Масса газа образуется при испарении материала стенок трубы за счет теплового потока от нагреваемого газа. В предположении равномерного по объему подвода энергии, изменяющейся по закону затухающих колебаний, получены приближенные зависимости по времени и энергии массы истекающего газа и импульса сил давления на торцовую стенку.

Проведено сравнение полученных значений импульса с его значениями, определенными при нестационарном расширении в вакуум идеального газа заданной массы при подводе к нему энергии. Показано завышение импульса, вычисленного таким способом, по сравнению с вычисленным по предлагаемому методу.

1. В [1] рассмотрен случай подвода энергии по степенному закону к заданной массе газа и его нестационарное расширение в вакуум.

В [2] дано решение для адиабатического разлета плоского слоя газа в предположении, что время выделения энергии значительно меньше характерного времени газодинамического разлета. В [3] рассмотрен разлет заданной массы газа при экспоненциальном законе подвода энергии. В этих работах показано, что величина полного импульса сил давления на стенку, ограничивающую газ, не зависит ни от показателя адиабаты, ни от показателя степени в законе подвода энергии. В автотомодельной задаче величина полного импульса вообще не зависит от закона подвода энергии и определяется лишь полной энергией, массой газа и коэффициентом, зависящим от вида распределения энергии по объему. В этих случаях импульс на стенку определяется из выражения

$$I_+'' = P(0)\sqrt{2MW} \quad (1.1)$$

Здесь I_+'' — полный импульс, M — масса газа, W — полная подведенная энергия, $P(0)$ — коэффициент, зависящий от вида распределения энергии по объему газа. Например, для равномерного распределения

$$P(0) = \sqrt{2/\pi}$$

В [3] показано, что при нестационарном расширении в вакуум заданной массы газа для различных законов подвода энергии и различных начальных распределений параметров величина полного импульса сил давления на стенку определяется выражением

$$I_+'' = \xi\sqrt{2MW} \quad (1.2)$$

Коэффициент ξ практически не зависит от вида начальных распределений параметров газа и равен $0.8660 \div 0.8075$ для всех показателей адиабаты в диапазоне $\kappa = 1 \div 3$.

Интересно сравнить значения импульса из выражения (1.2) с импульсом сил давления на торцовую стенку трубы, создающимся при не-

стационарном расширении в вакуум переменной массы газа при подводе к нему энергии.

2. Рассмотрим трубу, боковые стенки которой выполнены из легкоиспаряющегося материала. Труба закрыта с одной стороны торцевой стенкой, которая не испаряется. Зададим закон подвода энергии в виде

$$Q = Fe^{-2bt} \sin^2 \omega t \quad (2.1)$$

Здесь t — время, b и ω — постоянные, F — множитель, характеризующий распределение энергии по объему. Для равномерного распределения F — постоянная величина. Закон подвода энергии в таком виде встречается в некоторых случаях на практике.

Под действием теплового потока от порции первичного горячего газа стенки начинают испаряться. Пары заполняют объем трубы, разогреваются вследствие подвода энергии и расширяются в вакуум вне трубы. Разогрев паров вызывает дальнейшее испарение стенок. Оно продолжается и после окончания подвода энергии, так как от оставшегося к этому моменту в трубе горячего газа продолжается воздействие теплового потока на стенки. Испарение заканчивается в тот момент, когда тепловой поток уменьшается до значения, равного потоку тепла, уходящего в глубь стенок за счет теплопроводности. Истечение находящегося в это время в трубе газа заканчивается, когда давление в ней сравнивается с наружным давлением. Таким образом, масса газа, участвующая в процессе, изменяется по времени. Вначале она возрастает от малой величины массы первичного газа до максимального значения, затем уменьшается до нуля.

Процесс в трубе описывается уравнениями нестационарной газовой динамики для сжимаемого газа с учетом трения и теплообмена, записанными, например, в форме, указанной в работе [4], безразмерные переменные определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} t &= \frac{t'}{t_0}, & x &= \frac{x'}{x_0}, & y &= \frac{\sqrt{R_0} y'}{x_0}, & r &= \frac{r'}{x_0}, & u &= \frac{u'}{u_0} \\ v &= \frac{\sqrt{R_0} v'}{u_0}, & \rho &= \frac{\rho'}{\rho_0}, & p &= \frac{p'}{\rho_0 u_0^2}, & H &= \frac{1}{u_0^2} \int_0^{T'} c_p' dT' \\ \mu &= \frac{\mu'}{\mu_0}, & T &= \frac{R' T'}{u_0^2}, & u_0 &= \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}}, & t_0 &= \frac{x_0 \sqrt{\rho_0}}{\sqrt{p_0}} \end{aligned}$$

x и y — координаты (начало координат находится на оси трубы у торцевой стенки), r — текущий радиус, u и v — осевая и радиальная составляющие скорости, ρ — плотность, p — давление; H — полная энтальпия, μ — коэффициент вязкости; T — температура, R' — газовая постоянная, R_0 — число Рейнольдса, C_p — теплоемкость при постоянном давлении, штрихом сверху обозначены размерные значения величин, индекс 0 относится к характерным значениям соответствующих величин. Примем за характерную длину x_0 длину трубы, за характерную плотность ρ_0 — плотность газа у стенки, за характерное давление p_0 — давление газа с плотностью ρ_0 и температурой, равной температуре стенки.

Зададим профиль осевой скорости, полной энтальпии и плотности газа в круглой трубе в виде [5]

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_1} &= \left(1 - \frac{r^2}{r_w^2}\right)^k, & \frac{\rho - \rho_w}{\rho_1 - \rho_w} &= \left(1 - \frac{r^2}{r_w^2}\right)^l \\ \frac{H - H_w}{H_1 - H_w} &= \left(1 - \frac{r^2}{r_w^2}\right)^m \end{aligned} \quad (2.2)$$

где индекс 1 относится к значениям на оси трубы, индекс w — к значениям на боковой стенке; k, l, m — постоянные.

Тепловой поток от газа к испаряющейся стенке с учетом снижения за счет эффекта вдувания [7] зададим следующей зависимостью:

$$Q_w = B \rho_1 \sqrt{T_1} (CT_1 + G) - D \rho_w v_w (H_1 - H_w) \quad (2.3)$$

где B, C, D и G — постоянные. Первый член правой части выражения (2.3) — тепловой поток без учета эффекта вдувания; второй член — уменьшение теплового потока за счет вдува газа в трубу со стенки.

Рассмотрим баланс мощности на испаряющейся стенке

$$\rho_w v_w (H_w - H_*) + \rho_w v_w Q_* = Q_w - Q_M \quad (2.4)$$

Здесь H_0 — энтальпия материала стенки в момент $t = 0$; Q_* — удельная теплота испарения; Q_M — тепловой поток, уходящий в стенку за счет теплопроводности. Согласно [8], для стенки при условии, что температура на ее поверхности сохраняется постоянной

$$Q_M = 0.55 \sqrt{\lambda_M \rho_M C_M} T_w / \sqrt{t} \quad (2.5)$$

где λ_M, ρ_M, C_M — соответственно коэффициент теплопроводности, плотность и удельная теплоемкость материала стенки. В нашем случае условие постоянства температуры на поверхности испаряющейся стенки считаем выполненным.

Из уравнения баланса (2.4) с учетом (2.3) выразим плотность потока паров стенки (по абсолютной величине)

$$|\rho_w v_w| = \frac{B \beta_1 \sqrt{T_1} (CT_1 + G) - \alpha / \sqrt{t}}{E + D(H_1 - H_w)} \quad (2.6)$$

$$\alpha = 0.55 T_w \sqrt{\lambda_M \rho_M C_M}, \quad E = (H_w - H_0) + Q_*$$

Рассмотрим начальное сечение трубы $x = 0$. В этом месте осевая скорость газа равна нулю по всему сечению, так как с торцевой стенки отсутствует поступление газа (на этой стенке испарения не происходит.)

Будем решать систему уравнений, описывающих процесс в трубе с учетом (2.6), при следующих условиях:

1) процесс в трубе разбивается на три периода по времени: в первом периоде осуществляется подвод энергии, происходит испарение стенок и истечение газа из трубы в вакуум; во втором периоде подвод энергии прекратился, продолжается испарение стенок и истечение газа; в третьем периоде испарение стенок прекратилось, продолжается истечение находящегося в трубе газа;

2) подвод энергии осуществляется изотермически; истечение во втором периоде происходит по политропе с показателем n ; истечение в третьем периоде происходит адиабатически (процесс массообмена закончен, тепловой поток на стенку упал настолько, что теплообменом можно пренебречь);

3) величины ρ_w, T_w, H_w принимаются постоянными по времени;

4) профили плотности и полной энтальпии газа принимаются подобными, т. е. $l = m$ (в дальнейшем будем обозначать k).

Тогда система уравнений существенно упрощается. Проинтегрировав уравнения неразрывности и энергии по радиусу трубы от оси до стенки с использованием (2.2) и проведя преобразования, аналогичные проведен-

ным в [4-6] с учетом допущений 1) и 2), получаем для начального сечения

$$\begin{aligned}
 & a_1 \frac{dH_1}{dt} + a_2 \frac{d\rho_1}{dt} + b_1 \rho_1 \frac{dH_1}{dt} + b_1 H_1 \frac{d\rho_1}{dt} - (c_1 + d_1 \rho_1 H_1 + e_1 \rho_1) \times \\
 & \times \left(\frac{2}{r_w} \rho_w v_w + \frac{1}{k+1} \frac{d\rho_1}{dt} \right) \left[\frac{2a_1}{\rho_w} \left(\rho_w + \frac{k+1}{k} \rho_1 \right) \right]^{-1} = \\
 & = - \frac{B}{r_w} \rho_1 \sqrt{T_1} (CT_1 + G) - \frac{D}{r_w} \rho_w v_w H_1 + \frac{D-1}{r_w} \rho_w v_w H_w + \\
 & + \frac{F}{2} e^{-2bt} \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} \frac{dp}{dt} \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{k\rho_w}{2(k+1)(2k+1)} & a_2 &= \frac{kH_w}{2(k+1)(2k+1)}, & b_1 &= \frac{1}{2(2k+1)} \\
 c_1 &= \frac{k^2 \rho_w H_w}{(k+1)(2k+1)(3k+1)}, & d_1 &= \frac{1}{2(3k+1)} \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

$$e_1 = \frac{kH_w}{2(2k+1)(3k+1)}, \quad \rho_w v_w = - \frac{B \rho_1 \sqrt{T_1} (CT_1 + G) - \alpha \sqrt{t}}{E + D(H_1 - H_w)}$$

Для первого периода процесса из (2.7) получаем следующее нелинейное дифференциальное уравнение относительно давления p

$$\begin{aligned}
 & \frac{dp}{dt} + \frac{p(C_1 p + D_1)}{B_1 p + A_1} + \frac{E_1 p + G_1}{\sqrt{t}(B_1 p + A_1)} - \frac{F_1 p + H_2}{B_1 p + A_1} e^{-2bt} \sin^2 \omega t = 0 \quad (2.9) \\
 & A_1 = g f_1 - \frac{f_2 c_1}{k+1} - \frac{g}{2}, \quad B_1 = f_2 h_1 - \frac{f_1 s}{k+1} - \frac{h_1}{2} \\
 & C_1 = h_1 M + \frac{D}{r_w} h_1 L_1 H_1 - \frac{D-1}{r_w} h_1 L_1 H_w - \frac{2L_1 s}{r_w} \\
 & M = \frac{B \sqrt{T_1} (CT_1 + G)}{r_w T_1} \quad L_1 = - \frac{r_w M}{E + D(H_1 - H_w)} \\
 & D_1 = g M - \frac{2C_1 L_1}{r_w} + \frac{D}{r_w} g L_1 H_1 + \frac{D-1}{r_w} g h_1 H_w \\
 & E_1 = \frac{2\alpha_1 s}{r_w} - \frac{D}{r_w} \alpha_1 h_1 H_1 + \frac{D-1}{r_w} \alpha_1 h_1 H_w \\
 & F_1 = \frac{h_1 F}{2}, \quad H_2 = \frac{g F}{2}, \quad \alpha_1 = - \frac{\alpha}{E + D(H_1 - H_w)}, \quad h_1 = \frac{2a_1(k+1)}{k\rho_w T_1} \\
 & G_1 = \frac{2\alpha_1 c}{r_w} - \frac{D}{r_w} \alpha_1 g H_1 + \frac{D-1}{r_w} \alpha_1 g H_w \\
 & f_1 = \frac{1}{T_1}, \quad s = \frac{d_1 H_1 + e_1}{T_1}, \quad f_2 = f_1(a_1 + b_1 H_1), \quad g = \frac{k\rho_w}{(k+1)(2k+1)}
 \end{aligned}$$

Для первого периода плотность потока газа со стенок

$$\rho_w v_w = \left(L_1 p - \frac{\alpha_1}{\sqrt{t}} \right) \quad (2.10)$$

Для второго периода процесса получаем из (2.7) следующее нелинейное дифференциальное уравнение относительно давления p

$$\frac{dp}{dt} = \frac{F_3 + G_3 p + H_3 p^\nu + K_3 p^{1-\nu}}{A_3 + B_3 p^{-\nu} + C_3 p^\nu + D_3 p^{\nu-1} + E_3 p^{2\nu-1}} \times \quad (2.11)$$

$$\times \left[\frac{B_2 p^{1/2(\nu+1)} (C_2 p^{1-\nu} + G)}{E_2 + D_2 p^{1-\nu}} - \frac{\alpha}{\sqrt{t} (E_2 + D_2 p^{1-\nu})} \right] -$$

$$- \frac{L_3 p^{1/2(3-\nu)} + M_3 p^{1/2(3+\nu)} + N_3 p^{1/2(1+\nu)} + Q_3 p^{1/2(1+3\nu)}}{A_3 + B_3 p^{-\nu} + C_3 p^\nu + D_3 p^{\nu-1} + E_3 p^{2\nu-1}}$$

$$\nu = \frac{1}{n}, \quad A_3 = \frac{2n-1}{n} g b_1 C_p - \frac{g}{2}, \quad D_3 = \frac{C_5}{n} \left(a_2 g - \frac{C_1}{k+1} \right)$$

$$B_3 = h_2 C_p \frac{n(k+1)(3k+1) - (2k+1)}{2n(k+1)(2k+1)(3k+1)} - \frac{h_2}{2}$$

$$E_3 = \frac{C_5^2}{n} \left(\frac{h_1 a_2}{f_1} - \frac{e_1}{k+1} \right)$$

$$F_3 = \frac{(1-D)gH_w}{r_w} - \frac{2c_1}{r_w}, \quad G_3 = \frac{C_p}{r_w} \left(\frac{h_1 D}{f_1} - 2d_1 \right)$$

$$K_3 = \frac{gDC_p C_6}{r_w}, \quad H_3 = \frac{C_5}{r_w} \left[\frac{(1-D)h_1 H_w}{f_1} - 2e_1 \right]$$

$$Q_3 = \frac{h_2 B G C_5 \sqrt{C_6}}{r_w}, \quad M_3 = \frac{h_2 c B \sqrt{C_6}}{r_w}$$

$$L_3 = \frac{c g B \sqrt{C_6}}{r_w}, \quad N_3 = \frac{g B G C_5 \sqrt{C_6}}{r_w}, \quad h_2 = \frac{g(k+1)C_5}{k\rho_w}$$

$$B_2 = B C_5 \sqrt{C_6}, \quad C_2 = c C_6, \quad E_2 = E - D H_w, \quad D_2 = D C_p C_6$$

$$C_4 = \frac{C_4' \rho_0^{n-1}}{u_0^2}, \quad C_5 = \frac{1}{C_4^\nu}, \quad C_6 = \frac{1}{C_5}, \quad C_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

Здесь C_4' — постоянная в выражении связи параметров газа в политропическом процессе.

Плотность потока газа со стенок во втором периоде процесса выражается зависимостью

$$\rho_w v_w = \frac{B_2 p^{1/2(1+\nu)} (C_2 p^{1-\nu} + G) - \alpha / \sqrt{t}}{E_2 + D_2 p^{1-\nu}} \quad (2.12)$$

Для третьего периода процесса справедливы выражения (2.11) и (2.12) с заменой в них n на показатель адиабаты κ .

Уравнения решались для импульсного процесса при значениях постоянных:

$$k = 1/7, \quad \rho_0 = 0.35 \text{ кг/м}^3, \quad H_w = 1.8 \cdot 10^9 \text{ Дж/кг}, \quad B = 1.35 \cdot 10^{-11},$$

$$C = 4.95 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг град}^{1/2} \text{ сек}, \quad G = 3.98 \cdot 10^9 \text{ Дж} \cdot \text{м/град}^{1/2} \text{ сек кг},$$

$$r_w = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad D = 1.72 \cdot 10^{-10}, \quad x_0 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad L = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$u_0 = 6.32 \cdot 10^2 \text{ м/сек}, \quad t_0 = 1.265 \cdot 10^{-4} \text{ сек}, \quad R_0 = 6.25 \cdot 10^8,$$

$$\rho_0 = \rho_w = 0.35 \text{ кг/м}^3, \quad \kappa = 1.15, \quad \lambda_m = 0.133 \text{ Дж/м} \cdot \text{сек} \cdot \text{град},$$

$$\rho_m = 2.2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad C_m = 1.96 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг град}, \quad T_w = 800^\circ \text{ К}.$$

3. Уравнения (2.9) и (2.11) решались численным методом на ЭВМ-20, при этом варьировался множитель F в законе подвода энергии. Приводим значения T_1 , ω , b , W , $\tau_{(1)}$, определенные для некоторых значений F .

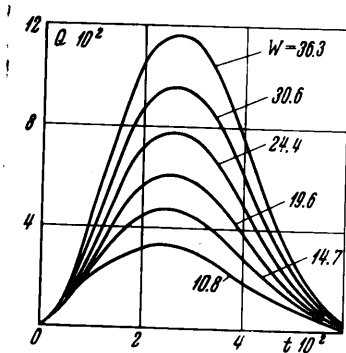
$10^{-3} F$	1.652	1.692	1.735	1.956	2.282	2.585
T_1	21.9	34.9	47.5	61.3	72.1	82.5
ω	42.9	45.9	47.5	49.1	48.5	48.8
b	27.0	21.4	17.7	15.7	14.7	13.7
W	1.51	2.06	2.74	3.41	4.29	5.09
$10^{-2} \tau_{(1)}$	7.23	6.84	6.61	6.51	6.49	6.44

Продолжительность первого периода (1) процесса τ_1 принималась равной длительности первого всплеска в законе подвода энергии (2.1) (фиг. 1). Продолжительность второго периода (2) определялась по моменту времени, в котором $\rho_w v_w$ становилась равной нулю. Продолжительность третьего периода (3) определялась временем, когда давление в трубе падало до таких значений, при которых практически заканчивался рост импульса. Расчет второго периода процесса проводился для двух показателей политропы $n = 1.2$ и $n = 1.5$.

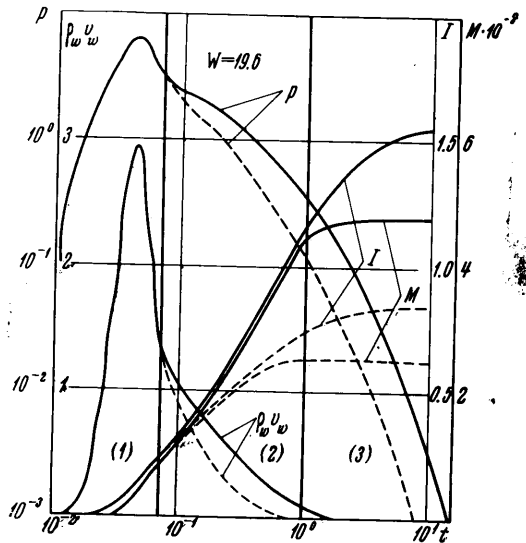
Путем численного интегрирования выражений (2.9) и (2.11) определялись давление газа p , импульс сил давления на единицу площади торцевой стенки

$$I' = \int p dt$$

Интегрированием выражений (2.10) и (2.12) определялась суммар-



Фиг. 1



Фиг. 2

ная масса газа на единицу площади боковой стенки, образующегося при ее испарении

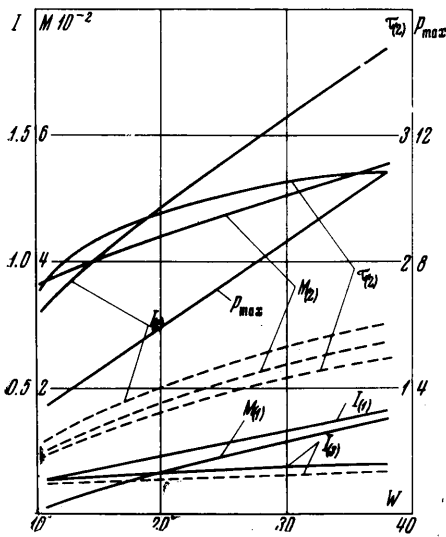
$$M = \int \rho_w v_w dt$$

Средняя за весь процесс скорость истечения (L — длина трубы)

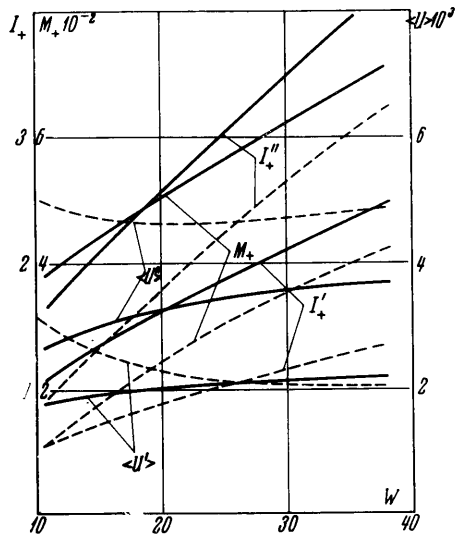
$$\langle U' \rangle = \frac{r_w I'_+}{2L M_+} \tag{3.1}$$

Кривые на фиг. 2, 3, 4 построены для значений показателя политропы $n = 1.2$ (штриховая) и $n = 1.5$ (сплошная линия); при этом приняты следующие обозначения: P_{max} — максимальное давление газа в процессе; $\tau_{(2)}$ — продолжительность второго периода; W — общая подведенная энергия; $\langle U' \rangle$ — средняя скорость истечения, определенная подстановкой I'_+ в выражение (3.1); индексы (1), (2), (3) отно-

сяются соответственно к первому, второму и третьему периодам, индекс плюс означает суммарное за весь процесс значение. На фиг. 2 приведено изменение параметров по времени для $W = 19.6$. Из этих данных вытекает, что между подводом энергии и поступлением массы со стенок существует сдвиг по времени. В течение некоторо-



Фиг. 3



Фиг. 4

го промежутка времени с начала процесса испарения стенок почти не происходит, весь поступающий тепловой поток уходит в стенку за счет теплопроводности. Основная масса газа поступает в трубу после окончания подвода энергии. Импульс сил давления на торцовую стенку и масса газа нарастают по времени по закону, близкому к логарифмическому.

Из фиг. 3 следует, что импульс I и масса M газа за отдельные периоды процесса увеличиваются при росте подводимой энергии почти линейно. Основной вклад в суммарные импульсы I_+ и массу M_+ дает второй период процесса. Продолжительность второго периода τ_2 увеличивается с ростом энергии. Импульс и масса газа растут при увеличении показателя политропы. Максимальное давление газа p_{max} в процессе линейно растет с ростом энергии в исследованном диапазоне.

Из фиг. 4 следует, что суммарные за весь процесс импульсы I_+ и масса M_+ газа растут почти линейно при увеличении энергии и увеличиваются с ростом показателя политропы. Значения импульса I_+ , вычисленные по формуле (1.2) (по работе [3]), значительно превышают импульсы, определенный с учетом переменного по времени подвода массы газа. Средняя скорость истечения $\langle U \rangle$ при изменении энергии в исследованном диапазоне изменяется довольно слабо.

Возможная неточность предлагаемого метода может вытекать из допущений о подобии профилей плотности и полной энтальпии газа, а также постоянства по времени плотности и температуры на испаряющейся стенке.

Поступило 12 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Немчинов И. В. Разлет плоского слоя газа при постепенном выделении энергии. ПМТФ, 1961, № 1.
2. Фонарев А. С. К задаче об адиабатическом разлете плоского слоя газа при произвольных начальных условиях. Инж. ж., 1963, т. 3, вып. 4.
3. Фонарев А. С. Нестационарное расширение газа в вакуум при различных законах и длительности выделения энергии. Инж. ж., 1965, т. 5, вып. 1.
4. Рахматулин Х. А., Сагомоян А. Я., Бунимович А. И., Зверев И. Н. Газовая динамика. М., «Высшая школа», 1965.
5. Назарчук М. М. Течение газа в каналах при наличии теплообмена. Изд-во АН УССР, 1961.
6. Гинзбург И. П. Аэрогазодинамика. М., «Высшая школа», 1966.
7. Романенко П. Н., Харченко В. Н. Влияние поперечного потока массы на сопротивление и теплообмен при турбулентном течении сжимаемого газа. Инж. физ. ж., 1963, № 2.
8. Маршак И. С. Сборник материалов по вакуумной технике. 1957, вып. 13.