

ОБ ОСЛАБЛЕНИИ ПЕРЕСЖАТЫХ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН С КОНЕЧНОЙ СКОРОСТЬЮ РЕАКЦИИ

С. А. МЕДВЕДЕВ

(Москва)

Произведено численное исследование взаимодействия детонационной волны с конечной скоростью химической реакции с подходящей к ней сзади волной разрежения различной интенсивности для модели Зельдовича — Неймана — Деринга с одной необратимой реакцией $A \rightarrow B$. Обнаружено, что при фиксированном значении параметра, характеризующего начальную пересжатость, в зависимости от энергии активации и теплотворности смеси, рассмотренное взаимодействие приводит либо к постепенному ослаблению детонационной волны и переходу ее к режиму Чепмена — Жуге, либо к возникновению незатухающих колебаний.

В последние годы усилился интерес к проблемам детонации и сверхзвукового горения. Это связано как с появлением и развитием новых экспериментальных и расчетных средств, так и с дальнейшим развитием воздушно-реактивных двигателей и другими практическими нуждами. Современное состояние теории детонации отражено в обзоре [1].

Установлено [2], что волна детонации в газах почти всегда имеет сложную неоднородную структуру. Поперечные возмущения наблюдаются в широком диапазоне условий и различаются как амплитудой, так и длиной волны. В то же время за передним фронтом детонации регистрируется область не сгоревшего до конца газа, соответствующая эффективному периоду индукции воспламенения [3]. В спиновой детонации, когда период индукции существенно больше периода тепловыделения, появляются поперечные детонационные волны, движущиеся в зоне индукции головной волны [3, 4]. Такая вторичная волна детонации свободна от поперечных возмущений. То же справедливо для детонационных волн, наблюдаемых в следе за телом, движущимся с большой скоростью в горючей среде [5] или в предварительно нагретом ударной волной газе [6].

Хотя в благоприятных условиях удается подробно изучить систему разрывов, сопровождающих детонацию, сведения о протяженных зонах, в которых происходит тепловыделение, являются более скудными, не вполне ясен механизм автономности детонационной волны (в частности, роль зоны разрежения за волной) и ждет объяснения тот факт, что несмотря на сложную структуру, автономная детонация распространяется со скоростью Чепмена — Жуге (ЧЖ), рассчитанной по одномерной теории.

При изучении нелинейных явлений, связанных с конечной скоростью реакции, вполне доступна исследованию только простая одномерная модель детонации, в которой удобно ограничиться одной эффективной химической реакцией. Эта модель тем более разумна, что в отдельных случаях реальная детонация действительно близка к одномерной.

Вопрос об устойчивости одномерной детонационной волны к возмущениям ее структуры рассматривался рядом авторов [7–13]. Использование вычислительных машин позволяет непосредственно рассчитывать течения с тепловыделением и изучать их свойства. В приложении к задаче об устойчивости детонационной волны по отношению к конечным возмущениям этот метод был использован в работах [11–13].

В данной работе произведено численное исследование взаимодействия детонационной волны с конечной скоростью химической реакции с подходящей к ней сзади волной разрежения различной интенсивности для модели Зельдовича — Неймана — Деринга с одной необратимой реакцией $A \rightarrow B$. Обнаружено, что при фиксированном значении параметра, характеризующего отличие детонации от волны ЧЖ, в зависимости от энергии активации E и теплотворности смеси Q_m , рассмотренное взаимодействие приводит либо к постепенному ослаблению детонационной волны и переходу ее к режиму ЧЖ (это ослабление может сопровождаться затухающими колебаниями), либо к возникновению незатухающих колебаний (неустойчивый режим). Параметры E и Q_m влияют на устойчивость волны различно: с увеличением Q_m волна стабилизируется, с увеличением E — дестабилизируется. Найдена граница между устойчивыми и неустойчивыми режимами распространения детонационной волны. Эта граница слабо зависит от интенсивности волны разрежения. Оценки и рассчитанные примеры показывают, что амплитуда колебаний неустойчивой волны конечна и средняя скорость распространения детонации близка скорости Чепмена — Жуге, вычисленной для данной теплотворности Q_m .

1. Согласно модели Зельдовича — Неймана — Деринга за бесконечно тонкой ударной волной следует зона реакции конечной или бесконечной ширины. Движение газа в зоне реакции в рассматриваемом случае описывается уравнениями

$$\rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \frac{d \ln p}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{dp}{dt} + \gamma p \frac{du}{dx} = \rho(\gamma - 1) Q_m' \frac{d\lambda}{dt}$$

Уравнение для концентраций берется в виде

$$\frac{1}{\beta} \frac{d\lambda}{dt} = \sqrt{1 - \lambda} \exp \left\{ \frac{E}{RT_2} - \frac{E}{RT} \right\} \quad (1.2)$$

Здесь λ — концентрация продукта реакции B , β — скорость реакции и T_2 — температура за невозмущенной ударной волной, Q_m' — теплотворность на единицу массы газа. Постоянный множитель $\exp(E/RT_2)$ служит для нормировки ($d\lambda/dt|_2 = 1$).

Пусть на некотором расстоянии от движущейся волны детонации возникает центрированная волна разрежения. После того, как голова ее нагонит задний фронт волны детонации, начинается процесс взаимодействия, показанный в лагранжевых координатах на фиг. 1. Здесь AB — ударная волна, CD — задний фронт волны детонации, OG и GH — падающая и отраженная характеристики.

Стационарное решение, описывающее структуру невозмущенной пересжатой волны, дается формулами

$$v = \frac{(\gamma M_1^2 + 1) - (M_1^2 - 1) \sqrt{1 - (Q_m/Q_{mJ}) \lambda}}{(\gamma + 1) M_1}$$

$$a^2 = \gamma v \left[\frac{\gamma M_1^2 + 1}{\gamma M_1} - v \right] \quad (1.3)$$

$$p = \gamma M_1 \left[\frac{\gamma M_1^2 + 1}{\gamma M_1} - v \right]$$

Все безразмерные величины отнесены к соответствующим параметрам перед ударной волной

$$Q_m = \frac{Q_m'}{a_1^2}, \quad v = M_1 - u; \quad u = \frac{u'}{a_1} \quad \left(Q_{mJ} = \frac{(M_1^2 - 1)^2}{2(\gamma^2 - 1)M_1^2} \right)$$

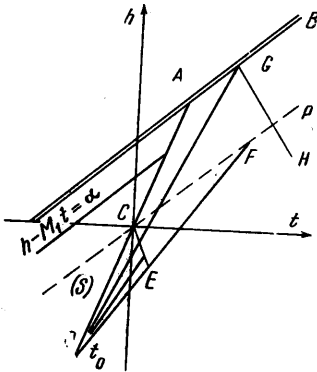
Отношение Q_m/Q_{mJ} меньше единицы, характеризует пересжатость детонации с теплоподводом Q_m и числом Маха головной волны M_1 . Число Маха в режиме ЧЖ для заданного Q_m вычисляется по формуле

$$M_J = \{ [1 + (\gamma^2 - 1)Q_m] + \{ [1 + (\gamma^2 - 1)Q_m]^2 - 1 \}^{1/2} \}^{1/2}. \quad (1.4)$$

Решая систему уравнений

$$\frac{dt}{d\lambda} = \frac{1}{M_1 - k(\lambda)} \frac{M_1}{K(E, \lambda)}, \quad k = \rho a$$

$$\frac{dh}{d\lambda} = \frac{k(\lambda)}{M_1 - k(\lambda)} \frac{M_1}{K(E, \lambda)}, \quad K(E, \lambda) = \sqrt{1 - \lambda} \exp E \left(\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a^2} \right)$$



Фиг. 1

с начальными данными $\lambda = 1$, $h = 0$, $t = 0$ на отрезке $0 \leq \lambda \leq 1$ и используя формулы (1.3) можно построить характеристику AC (фиг. 1) и вычислить на ней все необходимые величины. Уравнение характеристики CE записывается в виде

$$h = -k_s t \left(1 + \frac{t}{t_0}\right)^{-1}$$

Здесь

$$k_s = \rho_s a_s = \pi_s^{(\gamma-1)/(\gamma+1)} \exp \frac{-\sigma_s}{2\gamma}; \quad \pi = p^{1/2(\gamma-1)/\gamma}; \quad \sigma = \ln \frac{p}{\rho^\gamma}$$

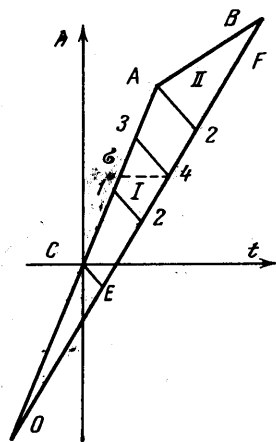
Индекс «s» относится к области (s) на фиг. 1, величина $t_0 = t_0' \beta$ представляет собой время, за которое возмущение доходит из полюса волны Римана до заднего фронта детонации.

Из изложенного следует, что задача полностью определяется пятью безразмерными параметрами M_1 , Q_m , E , t_0 и γ . Шестой параметр $f = Q_m / Q_m'$ зависит от γ , M_1 и Q_m . Под E понимается E' / RT_1 . Граница между колебательными и устойчивыми режимами определяется равенством вида $\Phi(M_1, t_0, Q_m, E, \gamma) = 0$. В предельном случае слабо пересжатых волн $f \approx 1$ и в предположении, что величина возмущения незначительна, нейтральная линия определяется равенством $\Phi(Q_m, E, \gamma) = 0$.

Решение рассчитывается в области $BACE$ (фиг. 1). Отметим, что в уравнении (1.2) множитель $\sqrt{1 - \lambda}$ взят для того, чтобы реакция заканчивалась на конечном расстоянии от ударной волны. При $\lambda = 1$ в точке C $d\lambda / dt = 0$ и решение в зоне тепловыделения непрерывно сопрягается с волной разряжения. Производные в точке сопряжения терпят разрыв. Так как задний фронт детонации в общем случае не является характеристикой, то такое составное решение будет стационарным лишь тогда, когда волна детонации есть волна Чепмена — Жуге.

2. Известно, что при учете многих химических реакций в областях, где $d\lambda_i / dt \approx 0$ явные численные схемы оказываются неустойчивыми. При расчете течений с одной реакцией $A \rightarrow B$ вычислительные ошибки и другие погрешности можно считать малыми физическими возмущениями поля течения. Поэтому при выборе численной схемы основное внимание уделялось уменьшению ошибок аппроксимации и интерполяции. Для расчета поля течения уравнения характеристик системы (1.1) записывались в лагранжевых координатах в переменных π и σ . В этом случае ошибки аппроксимации уравнений характеристик конечно-разностными уравнениями и ошибки интерполяции достаточно малы. Численная схема расчета близка схеме, использованной в [13], однако для увеличения точности решения системы разностных уравнений производились итерации.

После определения характеристики AC последовательно определялись характеристики первого семейства EF . В ячейках типа II производилось пять итераций, в ячейках типа I — три итерации (фиг. 2). Программа, составленная для БЭСМ-3М, предусматривала автоматический выбор шага вдоль характеристики CE с тем, чтобы размер вдоль ударной волны ячейки II не превосходил в процессе счета соответствующего размера начальной ячейки II. Точность расчетов проверялась изменением числа точек на начальной характеристике вдвое и вчетверо, а также по законам сохране-



Фиг. 2

ния импульса и энергии. При этом относительная невязка для интеграла импульсов была в пределах 0,01—0,1%, а относительная невязка для интеграла энергии составляла 1—2%.

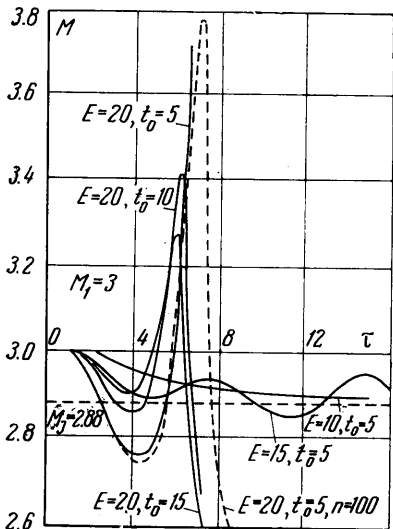
3. Расчеты проводились при $\gamma = 1.4$, $Q_m/Q_{mJ} = 0.9$, числа Маха $M_1 = 3, 5, 7$ и 10 , $0 \leq E \leq 85$ и $0.5 \leq t_0 \leq 15.0$. На фиг. 3—7 представлены зависимости числа M головной волны от времени $\tau = t'/\beta$. Для $M_1 = 3$ исследовано влияние E при $t_0 = 5$ и влияние t_0 при $E = 20$ (фиг. 3). Характер изменения $M(\tau)$ зависит от величины E : для $t_0 = 5$ $M(\tau)$ монотонно убывает до M_J , при $E = 15$ и 20 возникают незатухающие колебания, рост амплитуды которых зависит от t_0 .

Назовем устойчивой такую детонацию, которая под влиянием волны разрежения переходит к режиму ЧЖ. Результаты исследования влияния

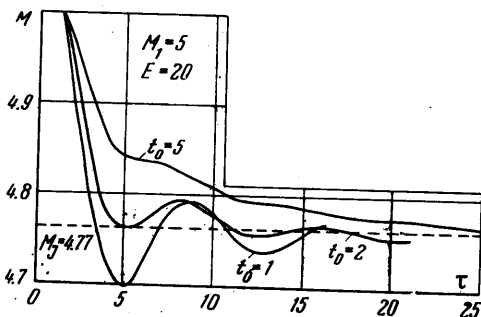
величины t_0 на переход к режиму ЧЖ устойчивой детонации при $M_1 = 5$ и $E = 20$ представлены на фиг. 4. При $t_0 = 5$ процесс сравнительно медленный, а при $t_0 = 1.0$ и 2.0 ударная волна быстро замедляется, после чего колебания ее скорости около скорости ЧЖ затухают.

Для $M_1 = 7$ на фиг. 5 приведены результаты более подробного изучения влияния E при постоянном $t_0 = 5$. Видно, что неустойчивость

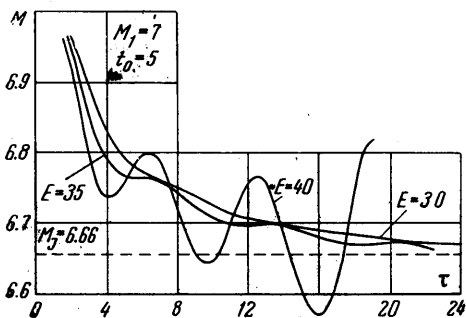
может проявляться в виде колебаний головной волны, амплитуда которых растет, хотя средняя скорость волны приближается к скорости ЧЖ



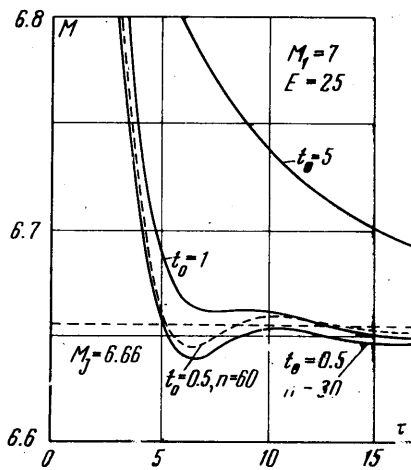
Фиг. 3



Фиг. 4



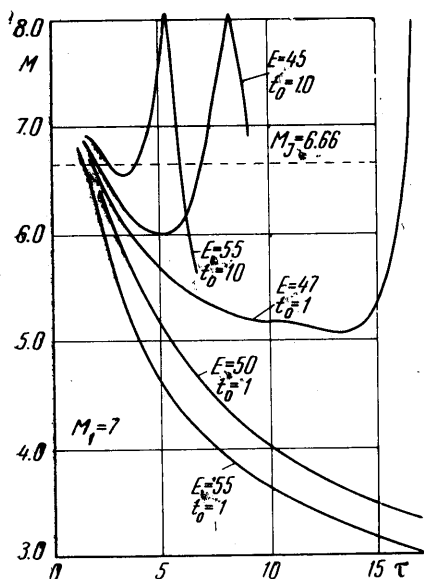
Фиг. 5



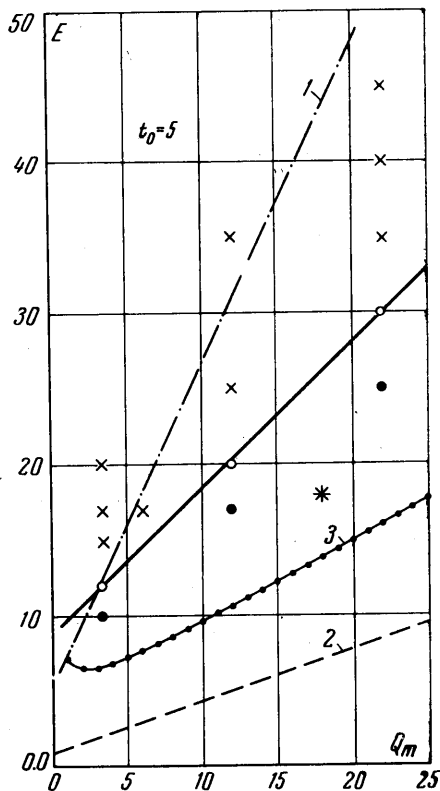
Фиг. 6

($E = 40$, фиг. 5). Для $E = 35$ колебания только намечаются. На фиг. 6 изображен переход устойчивой детонации при $M_1 = 7$ к режиму ЧЖ под влиянием сильных волн разрежения с $t_0 = 0.5$ и $t_0 = 1.0$. После резкого падения скорости волны величина $M(\tau)$ почти без колебаний приближается к M_J . Там же для сравнения нанесена кривая с $t_0 = 5$. Пунктирная кривая при $t_0 = 0.5$ и $n = 60$ отличается от кривой при $t_0 = 0.5$ и $n = 30$ количеством точек n на начальной характеристике АС. Точность вычисления первой значительно выше и число M головной волны колеблется около величины M_0 , вычисленной по (1.4). Это позволяет дополнительно оценить точность стандартного (при $n = 30$) варианта. Оценка показывает, что

$$-\frac{\Delta M_J(n)}{M_1 - M_J} \approx 1.5\%$$



Фиг. 7



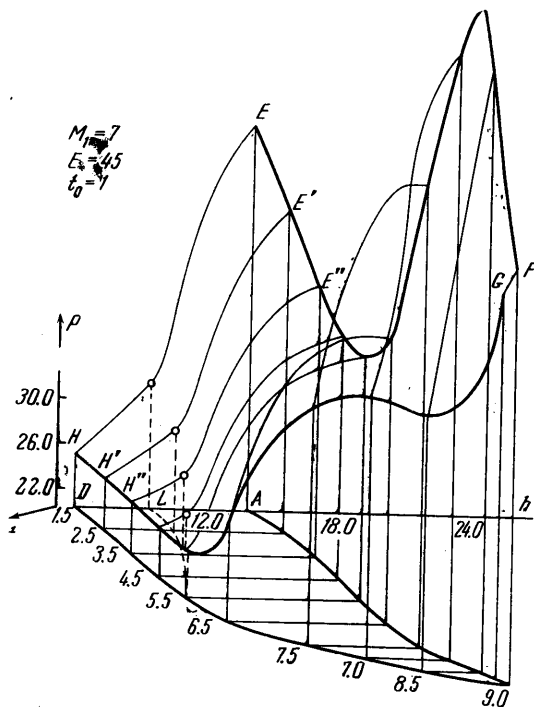
Фиг. 8

Результаты воздействия на неустойчивую детонацию при $M_1 = 7$, $E = 45, 50, 55$ сильной волны разрежения с $t = 1.0$ изображена на фиг. 7. При меньших E после быстрого падения скорости волны вновь происходит ее разгон. Для больших E из данных расчетов сделать определенных выводов нельзя.

Результаты расчетов при $M_1 = 10$ не показали новых качественных особенностей поведения детонации при разных E и t_0 , но подтвердили тот факт, что с увеличением Q_m область устойчивости расширяется в сторону больших E . Так, режим с $M_1 = 10$, $E = 55$, $t_0 = 1.0$ вполне аналогичен режиму с $M_1 = 7$, $E = 25$, $t_0 = 1.0$. Заметим, что фактически волны разрежения, соответствующие t_0 , являются тем более интенсивными, чем больше Q_m , так как реальное время $t_0' = t_0 / \beta$ уменьшается с ростом β за волной.

На фиг. 8 приведена сводная диаграмма вариантов, рассчитанных при $t_0 = 5$. Точками отмечены устойчивые режимы, крестиками — неустойчивые. Режимы, в которых колебания только намечаются, обозначаются кружками. Там же нанесены границы устойчивости, кривые 1, 2, 3 соответствуют работам [8, 9, 14]. Отметим расхождение с результатами работы [12], в которой режим $E = 18$, $Q_m = 18$ считался режимом загасания, тогда как согласно фиг. 8 этот режим лежит в устойчивой области (он отмечен знаком *).

В целом из фиг. 3—8 следует, что с уменьшением E и увеличением Q_m одномерная детонация приобретает устойчивость по отношению к конечным возмущениям разрежения, причем вне сравнительно узкой полосы

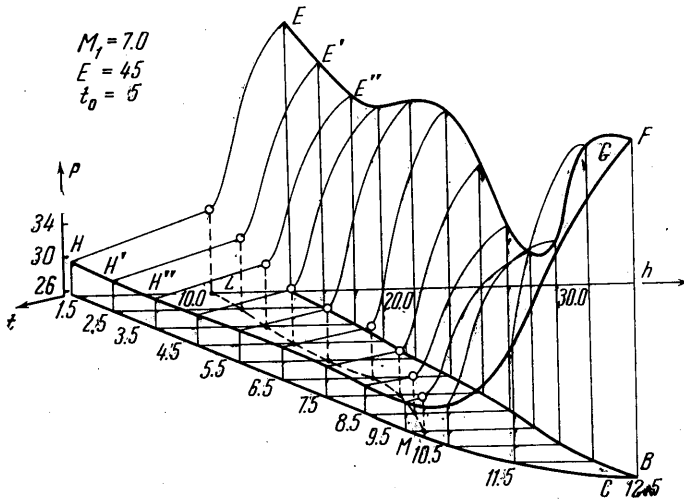


Фиг. 9

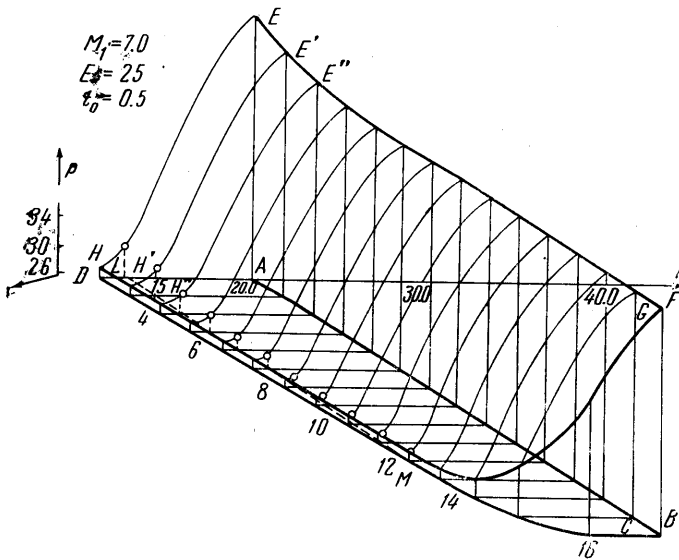
в плоскости (E, Q_m) величина возмущения незначительна: в нижней области волна устойчива, в верхней области колебания растут.

4. Результаты исследования структуры возмущенной детонационной волны представлены на фиг. 9—11. В плоскости h, t кривые AB , LM и DC изображают головную волну, задний фронт детонации и характеристику — границу области расчета. Кривые EH , $E'H'$ суть распределения давлений вдоль линий $t = \text{const}$. Кривая EF изображает распределение давления вдоль ударной волны, а HG — вдоль крайней характеристики DC . Часть рельефа давления над областью DLM соответствует волне разрежения, остальное изображает зону теплоподвода. Из фиг. 9 видно, что волна разрежения не подвергается возмущениям сжатия, однако в расчетной области наблю-

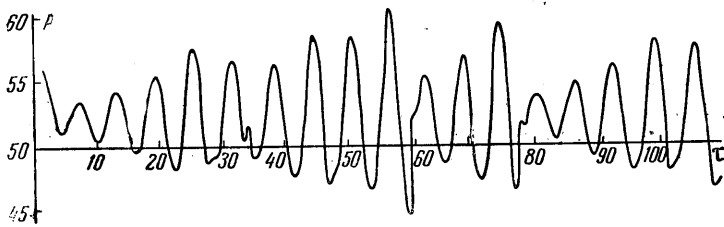
дается разгон и замедление головной волны. Это связано с тем, что процесс распространения детонации имеет автоколебательный характер. Роль источника энергии играет химическая реакция, а подвод энергии регулируется сильной зависимостью скорости реакции от местного газодинамического состояния. Детальная картина течения определяется взаимодействием возмущений, отраженных от ударной волны и заднего фронта, с волнами, порожденными местным теплоподводом. На фиг. 11 представлен случай, когда такое взаимодействие приводит к сглаживанию неоднородностей и детонация переходит к режиму ЧЖ. По-видимому, в силу автоколебательного характера процесса волна разрежения в дальнейшем не оказывает существенного влияния на развитие течения в зоне тепловыделения. Вообще, с продвижением детонационного фронта влияние волны разрежения должно ослабевать, и для увеличения расчетной области в сторону больших t целесообразно с некоторого момента производить расчет в области h, t , вытянутой вдоль зоны тепловыделения. Результаты такого



Фиг. 10



Фиг. 11



Фиг. 12

расчета для $M_1 = 7$, $E = 40$ и $t_0 = 5$ представлены на фиг. 12. Видно, что амплитуда колебаний ограничена и среднее давление близко давлению в волне Чепмена — Жуге.

Автор благодарен Г. Г. Черному за руководство и Л. А. Чудову за консультации по вычислительным вопросам.

НИИ Механики МГУ

Поступило 12 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Strehlow R. A. Gas phase detonations: Recent Developments. Combustion and Flame, 1968, vol. 12, No. 2.
2. Войцеховский Б. В., Топчийн М. Е., Митрофанов В. В. Структура детонационного фронта в газах. Новосибирск, Изд. СО АН СССР, 1963.
3. Денисов Ю. Н., Трошин Я. К. Механизм детонационного сгорания. ПМТФ, 1960, № 1, стр. 21.
4. Schott C. L. Observations of the structure of spinning detonations. Phys. Fluids, 1965, No. 5, p. 850.
5. Behrens H., Struth W., Wecken F. Studies of hypervelocity firings into mixtures of hydrogen with air or with oxygen. X Sympos. (Internat.) on Combustion, 1965, pp. 245—252. The Combustion Institute.
6. Солоухин Р. И. О детонации в газе, нагретом ударной волной. ПМТФ, 1964, № 4.
7. Щелкин К. И. Два случая неустойчивого горения. ЖЭТФ, 1959, т. 36, вып. 2.
8. Зайдель Р. М., Зельдович Я. Б. Одномерная неустойчивость и затухание детонации. ПМТФ, 1963, № 6.
9. Левин В. А. О переходе плоской пересжатой детонации к режиму Чепмена — Жуге. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 2.
10. Erpenbeck J. J. Non-Linear theory of unstable one-dimensional detonations. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 2.
11. Ильяева Л. А., Попов Н. А. Гидродинамические решения для одномерных возмущений неустойчивой детонационной волны. Физика горения и взрыва, 1965, № 3.
12. Strehlow R. A., Hartung W. E. On the early relaxation of an everdriven detonation wave. Combustion and Flame, 1965, vol. 9, No. 4.
13. Fickett W. and Wood W. W. Flow calculations for pulsating one-dimensional detonations. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 5.
14. Черный Г. Г. Возникновение колебаний при ослаблении пересжатых детонационных волн. ПММ, 1969, № 3.