

тиром распределение давления, вычисленное по модифицированной формуле Ньютона для  $M^{\circ} = 4$ , которое близко к полученному в расчете. Влияние расстояния  $D$  на обтекание плоской стенки при  $M^{\circ} = 3$ ,  $\gamma = 1.25$  показано на фиг. 11.

В заключении о контроле точности расчетов, которые проводились на разностной сетке, имеющей  $11 \times 21$  точек. Для контроля использовались конечные соотношения, вытекающие из уравнений газовой динамики, но не из аппроксимирующей системы разностных уравнений. При проверке выполнения уравнения Бернулли в узлах сетки ошибка составляла  $0.5 \div 2\%$ ; ошибка была наибольшей в точках пересечения крайнего луча с ударной волной и преградой. Также вычислялась энтропийная функция  $p^{1/\gamma} / \rho$ ; разброс ее значений на линиях тока составлял  $0.5 \div 3\%$ . Эти результаты относятся к случаю струи; в случае источника ошибка в выполнении уравнения Бернулли и разброс значений энтропийной функции не превышали  $0.5\%$ .

Авторы благодарят Г. Ф. Теленина за внимание к работе.

Поступило 9 IX 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Храмов Н. Е. Расчет обтекания сферы неравномерным потоком газа. ПММ, 1965, т. 29, вып. 1.
2. Храмов Н. Е. Расчет взаимодействия осесимметричной сверхзвуковой недорасширенной струи с преградой. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, вып. 5.
3. Eastman D. W., Bonner J. P. Flowfield of highly underexpanded jet impinging on a surface. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 7. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 7.)
4. Гилинский С. М., Лебедев М. Г. Исследование обтекания плоских и осесимметричных тел с отходящей ударной волной потоком с малой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1965, № 1.
5. Бабенко К. И., Русанов В. В. Разностные методы решения пространственных задач газовой динамики. Тр. II Всес. съезда по теоретической и прикладной механике (обз. докл., вып. 2), М., «Наука», 1965.
6. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.
7. Зауэр Р. Введение в газовую динамику. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
8. Roberts L., South Jr. J. C. Comments on exhaust flow field and surface impingement. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 5. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 5.)
9. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А. Истечение сверхзвуковой струи в вакуум. В сб.: «Вычислительные методы и программирование», Изд. МГУ, 1967, вып. 7.
10. Hill J. A. F., Draeper J. S. Analytical approximation for the flow from a nozzle into a vacuum. J. Spacecraft and Rockets, 1966, vol. 3, No. 10.

### О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С КЛИНОМ, ДВИЖУЩИМСЯ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Г. М. АРУТЮНЯН (Москва)

Рассматриваются два случая бокового взаимодействия плоской ударной волны с клином, движущимся со сверхзвуковой скоростью. Показывается, что при определенных соотношениях между углом полураствора клина  $\delta$  и числом Маха набегающего потока  $M$  рассматриваемые задачи допускают точное аналитическое решение. Рассматривается также случай встречного взаимодействия плоской ударной волны с движущимся клином в предположении слабости взаимодействующих скачков. Показывается, что в рамках линеаризованной теории решение этой задачи допускает наглядную интерпретацию в плоскости  $M\delta$ .

Если на клин, движущийся в газе со сверхзвуковой скоростью, набегают спереди или сбоку плоская ударная волна, то она сначала взаимодействует с присоединенным скачком уплотнения, а затем около движущегося тела развивается весьма сложная картина дифракции ударной волны, сопровождаемая в общем случае серией новых отраженных ударных волн и контактных разрывов.

Однако оказывается, что возможны такие частные случаи, когда эта картина весьма проста и легко рассчитывается. Такие случаи взаимодействия при набегающей ударной волны спереди на клин и

$$M > 2 \left( \frac{3 - \gamma + 2 \sqrt{3 - \gamma}}{(\gamma + 1)(\gamma - 1)} \right)^{1/2}$$

были рассмотрены в работе [1]. Здесь  $\gamma$  — отношение теплоемкостей.

Покажем, что возможны и некоторые другие рассчитываемые случаи взаимодействия плоской ударной волны с движущимся клином.

1. Рассмотрим верхнюю поверхность клина (фиг. 1) с углом полураствора  $\delta$ , движущегося со сверхзвуковой скоростью  $V$  и предположим, что сбоку, под углом  $\beta$  к присоединенному скачку уплотнения, набегаёт на него плоская ударная волна.

Известно [2], что при отражении ударной волны от стенки независимо от интенсивности падающей волны угол отражения  $\omega_1$  равен углу падения  $\omega$ , если

$$\omega = \omega_0 = \text{arc ctg} \left( \frac{\gamma + 1}{3 - \gamma} \right)^{1/2} \quad (1.1)$$

Давление отражения оказывается при этом таким же, как и при лобовом столкновении скачка со стенкой. Значит, если

$$p_1 = p_2, \quad \beta = 2\omega_0 \quad (1.2)$$

то линия  $DA$  (фиг. 1) будет продолжением линии  $OD$ , а линия  $DC'$  — продолжением линии  $CD$ . Контактный разрыв в области (3) будет при этом отсутствовать, а давление  $p_3$ , постоянное в этой области, определится соотношением

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{(3\gamma - 1)p_1 - (\gamma - 1)p_0}{(\gamma - 1)p_1 + (\gamma + 1)p_0} \quad (1.3)$$

Если кроме условий (1.2) будет выполняться еще и соотношение

$$\varphi - \delta = 2\omega_0 \quad (1.4)$$

то линия  $CC'$  будет параллельна  $OB$ , и в результате скачок  $DC'$  испытает лобовое столкновение с верхней поверхностью клина.

Таким образом, при одновременном выполнении условий (1.2), и (1.4) у верхней поверхности клина будет реализована картина течения, представленная на фиг. 1, с последующим нормальным отражением скачка  $DC'$  от этой поверхности.

Выразим условие (1.4) в виде связи между углом полураствора клина и числом Маха набегающего потока.

На основании (1.1) это условие можно записать в виде

$$\text{tg}(\varphi - \delta) = \text{tg} 2\omega_0 = \frac{[(\gamma + 1)(3 - \gamma)]^{1/2}}{\gamma - 1} \quad \text{или} \quad \text{tg} \delta = \frac{\text{tg} \varphi - \text{tg} 2\omega_0}{1 + \text{tg} 2\omega_0 \text{tg} \varphi} \quad (1.5)$$

Из формул для косога скачка, с другой стороны, известно, что

$$\text{tg} \delta = \left[ \text{tg} \varphi \left( \frac{\gamma + 1}{2} \frac{M^2}{M^2 \sin^2 \varphi - 1} - 1 \right) \right]^{-1} \quad (1.6)$$

Поэтому, приравняв правые части (1.5) и (1.6), после ряда преобразований получим

$$(1 + \text{tg}^2 \varphi) \{ 1 - 1/2(\gamma + 1)M^2 \text{tg} 2\omega_0 \text{tg} \varphi + [1 + 1/2(\gamma - 1)M^2] \text{tg}^2 \varphi \} = 0 \quad (1.7)$$

Это уравнение имеет следующие действительные решения:

$$\text{tg} \varphi = \left[ \text{tg} 2\omega_0 \pm \left( \text{tg}^2 2\omega_0 - \frac{8(\gamma - 1)}{M^2(\gamma + 1)^2} - \frac{16}{M^4(\gamma + 1)^2} \right)^{1/2} \right] \left[ 2 \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{M^2(\gamma + 1)} \right) \right]^{-1} \quad (1.8)$$

Положив в (1.4)  $\delta = 0$ , заключаем, что угол наклона присоединенного скачка равен углу Маха, если

$$\text{tg} \varphi = \text{tg} 2\omega_0 \quad (1.9)$$

Но при этом должно выполняться также соотношение

$$\text{tg} \varphi = (M^2 - 1)^{-1/2} \quad (1.10)$$

Приравняв правые части (1.9) и (1.10) и воспользовавшись (1.1), можно теперь найти то значение  $M$ , при котором угол наклона присоединенного скачка равен углу

Маха. Оно оказывается равным

$$M_0 = 2[(\gamma + 1)(3 - \gamma)]^{-1/2} \tag{1.11}$$

Можно показать, что первое решение (1.8) (со знаком плюс у радикала) имеет смысл лишь при  $M \geq M_0$ . При  $M < M_0$  оно лишено смысла, так как определяемый им угол наклона скачка оказывается меньше угла Маха. Что же касается второго решения, то оно вообще не имеет смысла, так как определяемый им угол наклона скачка был бы всегда меньше угла Маха.

Для угла наклона присоединенного скачка при  $M \rightarrow \infty$  имеем

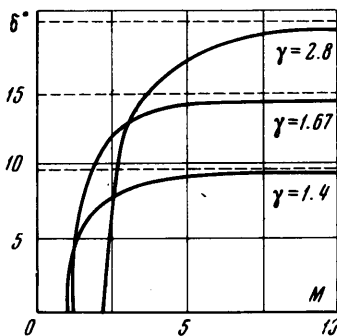
$$\lim_{M \rightarrow \infty} \varphi = \arctg \frac{(\gamma + 1)^{3/2}(3 - \gamma)^{1/2}}{(\gamma - 1)^2} \tag{1.12}$$

Соотношения (1.8) и (1.4) и определяют искомую зависимость  $\delta$  от  $M$ . Соответствующие расчеты, проведенные для различных значений  $\gamma$ , представлены на фиг. 2, откуда следует, что с увеличением  $M$  значение  $\delta$  непрерывно растет, асимптотически приближаясь к некоторому значению  $\delta_0$ . Из (1.4) и (1.12) следует, что

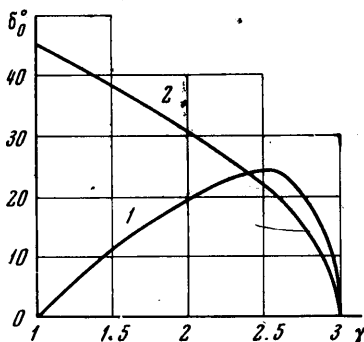
$$\delta_0 = \arctg \frac{(\gamma + 1)^{3/2}(3 - \gamma)^{1/2}}{(\gamma - 1)^2} - \arctg \frac{(\gamma + 1)^{1/2}(3 - \gamma)^{1/2}}{\gamma - 1} \tag{1.13}$$

Ход изменения  $\delta_0$  в зависимости от  $\gamma$  представлен на фиг. 3 кривой 1.

Из фиг. 2 видно, что значение  $\delta$  практически уже не отличается от  $\delta_0$  при  $M > 5$  в случае  $\gamma = 1.4$ , при  $M > 8$  в случае  $\gamma = 1.67$  и при  $M > 10$  в случае  $\gamma = 2.8$ .



Фиг. 2

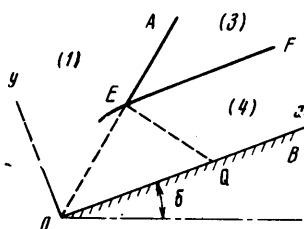


Фиг. 3

Таким образом, можно считать, что если клин с углом полураствора  $\delta_0$  движется с большими сверхзвуковыми скоростями и на него параллельно поверхности клина набегают сбоку плоская ударная волна с интенсивностью, равной интенсивности присоединенного скачка уплотнения, то эта волна, независимо от значения числа  $M$ , взаимодействует «без преломления» с присоединенным скачком уплотнения, испытывая затем лобовое столкновение с поверхностью клина.

После нормального отражения скачка  $DC'$  (фиг. 1) от поверхности  $OB$ , появляется новая область однородного течения (4) с отраженным скачком  $EF$  (фиг. 4). Скорость потока в этой области относительно клина по величине и направлению совпадает со скоростью потока в области (2), а давление определяется из соотношения

$$\frac{p_4}{p_3} = \frac{(3\gamma - 1)p_3 - (\gamma - 1)p_1}{(\gamma - 1)p_3 + (\gamma + 1)p_1} \tag{1.14}$$



Фиг. 4

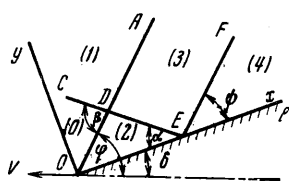
Характер взаимодействия отраженного скачка  $EF$  со скачком  $EA$  не отличается от случая, имеющего место при распаде произвольного разрыва, когда граница, разделяющая области высокого и низкого давления, внезапно убирается. При этом, как известно [2], в сторону области низкого давления распространяется ударная волна, а в сторону области высокого давления — волна разрежения. В рассматриваемом

случае  $p_4 > p_1$ , поэтому можно утверждать, что в сторону области (4) будет распространяться волна разрежения (фиг. 4).

2. Пусть теперь ударная волна набегаёт сбоку на клин так, как это показано на фиг. 5, а  $p_1$  и  $\beta$  удовлетворяют по-прежнему условиям (1.2). Тогда линия  $DE$  будет продолжением линии  $CD$ , а линия  $DA$  — продолжением  $OD$ . Контактный разрыв в области (3) будет при этом отсутствовать, а давление  $p_3$ , постоянное в этой области, будет определяться соотношением (1.3).

Допустим, что наряду с (1.2) выполняется также соотношение  $\alpha = \omega_0$  или, что то же

$$\varphi - \delta = \omega_0 \quad (2.1)$$



Фиг. 5

В этом случае угол  $\psi$  будет, очевидно, равен  $\omega_0$  и, как легко показать,  $\psi + \delta = \varphi$ . Следовательно, отраженный от поверхности клина скачок  $EF$  (фиг. 5) будет параллелен присоединенному скачку уплотнения

$OA$ , а давление  $p_4$ , постоянное в области (4), определится при этом формулой (1.14).

Таким образом, при одновременном выполнении условий (1.2) и (2.1) набегающий на клин скачок будет взаимодействовать «без преломления» с присоединенным скачком уплотнения  $OA$  с образованием области однородного течения (3), где давление должно определяться (1.3). Отраженный от поверхности клина скачок  $EF$ , оставаясь за собой областью однородного течения (4) с давлением, определяемым (1.14), будет при этом параллелен скачку  $DA$ .

Выразим условие (2.1) в виде связи между параметрами  $M$  и  $\delta$ . В силу (2.1) и (1.1) это условие можно записать в виде

$$\operatorname{tg}(\varphi - \delta) = \operatorname{tg} \omega_0 = \left( \frac{3 - \gamma}{\gamma + 1} \right)^{1/2} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \omega_0}{1 + \operatorname{tg} \omega_0 \operatorname{tg} \varphi} \quad (2.2)$$

Приравняв правые части (2.2) и (1.6), после ряда преобразований получим соотношения, аналогичные (1.7) и (1.8), с той лишь разницей, что в них вместо  $2\omega_0$  теперь должно быть  $\omega_0$ . Действительные решения для  $\operatorname{tg} \varphi$  при этом существуют, если

$$M \geq M_0 = 2(3 - \gamma)^{-1/2} \quad (2.3)$$

(при  $M < M_0$  подкоренное выражение для  $\operatorname{tg} \varphi$  отрицательно).

Положив в (2.1)  $\delta = 0$ , заключаем, что угол наклона присоединенного скачка уплотнения будет равен углу Маха, если

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \omega_0 \quad (2.4)$$

Но при этом должно выполняться также соотношение (1.10). Приравняв правые части (2.4) и (1.10), заключаем, что угол наклона присоединенного скачка будет равен углу Маха, если  $M = M_0$ .

Из двух решений для  $\operatorname{tg} \varphi$  смысл имеет лишь первое. Что же касается его второго решения (со знаком минус у радикала), то его необходимо отбросить, так как определяемый им угол наклона присоединенного скачка всегда меньше угла Маха.

При  $M \rightarrow \infty$  для угла наклона присоединенного скачка уплотнения имеем

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \varphi = \arctg \frac{(\gamma + 1)^{1/2} (3 - \gamma)^{1/2}}{\gamma - 1} \quad (2.5)$$

Полученные соотношения для  $\operatorname{tg} \varphi$  и (2.1), очевидно, и определяют искомую зависимость  $\delta$  от  $M$ . Результаты соответствующих расчетов, проведенных для разных значений  $\gamma$ , представлены на фиг. 6, откуда следует, что по мере увеличения  $M$  значение  $\delta$  непрерывно растет, асимптотически приближаясь к некоторому значению  $\delta_0$ . Ход изменения  $\delta_0$  в зависимости от  $\gamma$  представлен на фиг. 3 кривой 2.

Из фиг. 6 видно, что при достаточно больших значениях числа  $M$  значение  $\delta$  практически уже не отличается от  $\delta_0$ .

Таким образом, можно утверждать, что если клин с углом полураствора  $\delta_0$  движется с большими сверхзвуковыми скоростями и под углом  $\omega_0$  к его поверхности набегаёт на него плоская ударная волна, имеющая интенсивность присоединенного скачка уплотнения, то эта волна, независимо от числа  $M$ , взаимодействует без преломления с присоединенным скачком уплотнения и, отразившись от поверхности клина, испытывает затем нормальное соударение с этим скачком.

Взаимодействие скачка  $EF$  с присоединенным скачком уплотнения  $OA$  носит характер распада произвольного разрыва ( $p_4 > p_3 > p_1$ ), в результате которого в сторо-

ну области (4) будет распространяться волна разрежения. Действие давления  $p_4$  в любой точке области (4) завершится, очевидно, с приходом в эту точку фронта упомянутой волны разрежения.

Отсчитывая время от момента столкновения скачка  $EF$  с присоединенным скачком уплотнения  $OA$  и связав систему координат с движущимся телом так, как это показано на фиг. 5, при помощи несложных рассуждений можно получить следующее выражение для времени прихода фронта возмущений в точку  $x, y$  области (4):

$$t = \frac{x \sin \omega_0 - y \cos \omega_0}{a_4 \pm v_4 \sin \omega_0} \quad (2.6)$$

Знак плюс в знаменателе (2.6) необходим в том случае, если поток газа в области (4) (параллельный поверхности  $OB$ ) направлен вправо, а знак минус — если он направлен влево.

В (2.6)  $a_4$  — скорость звука в области (4), а  $v_4$  — величина скорости газа в этой области в выбранной системе координат. Значения  $a_4$  и  $v_4$  нетрудно определить, зная  $V$ , параметры газа в областях (0) — (3) и давление в области (4).

3. Рассмотрим снова верхнюю поверхность клина (фиг. 7) и допустим теперь, что ударная волна набегает на него спереди перпендикулярно этой поверхности. В работе [4] было показано, что при одинаковой интенсивности набегающего и присоединенного скачков задача допускает точное решение, если параметры  $M$  и  $\delta$  принадлежат некоторой кривой в плоскости  $M\delta$ .

Покажем, что для случая взаимодействия слабых скачков в плоскости  $M\delta$  можно выделить целую область, где эта задача допускает рассмотрение в рамках линеаризованной теории.

Таким образом

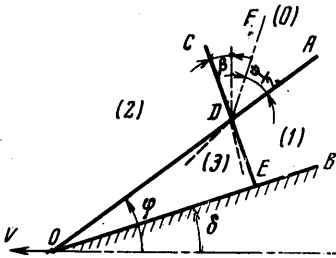
$$\beta = \delta, p_1 = p_2 \quad (3.1)$$

По предположению набегающий и присоединенный скачки слабые. Это значит [2], что независимо от величины  $1/2\psi$  половины угла  $CDA$  (фиг. 7) (в работе [4] требуется, чтобы  $1/2\psi = \omega_0$ ), если только

$$1/2\psi \leq \omega_0 \quad (3.2)$$

то взаимодействие скачков  $CD$  и  $DA$  приведет лишь к их преломлению (обозначено пунктиром) с образованием области однородного течения (3) (без появления третьего, маховского, скачка, ибо отражение от вспомогательной стенки  $DF$  будет при этом регулярным) с давлением, определяемым из соотношения

$$\frac{p_3}{p_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^2 \quad (3.3)$$



Фиг. 7

Так как рассматриваемые здесь скачки должны быть слабыми независимо от значения  $M$ , то это означает, что  $\delta$  при этом должно быть малым, и для принятой линеаризации все величины должны определяться с точностью до членов порядка  $\delta$ .

В этой связи следует заметить, что, как показывают простые расчеты, угол преломления взаимодействующих скачков порядка  $\delta$ , а учет отражения преломленного скачка (фиг. 7) даст при этом поправку к (3.3) порядка  $\delta^2$ . Значит, в рассматриваемом приближении этим отражением можно пренебречь.

Так как по предположению присоединенный скачок является слабым, то это означает, что

$$p_1 / p_0 \leq \eta \quad (3.4)$$

где  $\eta$  должно быть близко к 1.

Таким образом, для того, чтобы эти рассуждения имели силу, необходимо одновременное выполнение условий (3.1) — (3.2) и (3.4). Рассмотрим их более подробно.

Учитывая малость  $\delta$ , а также то, что для слабого присоединенного скачка его угол наклона  $\varphi$  близок к значению угла Маха  $\varphi_0 = \arcsin(1/M)$ , из (1.6) после разложения его правой части в ряд по  $\varphi - \varphi_0$  будем иметь

$$\varphi = \arcsin \frac{1}{M} + \frac{M^2(\gamma + 1)}{4(M^2 - 1)} \delta \quad (3.5)$$

Если иметь в виду, что  $\delta \leq \delta_{\max}$ , где  $\delta_{\max}$  — наибольшее значение  $\delta$  при заданном  $M$ , имеющее порядок  $(M-1)^{3/2}$  для значений  $M$ , близких к 1 [4], то из (3.5) легко показать, что  $\varphi \rightarrow 1/2\pi$  при  $M \rightarrow 1$ . Используя (3.1), можно показать, что

$$\psi = 1/2\pi + \delta - \varphi \quad (3.6)$$

Подставив затем (3.5) в (3.6) и воспользовавшись (1.4), условие (3.2) можно представить в виде

$$2 \operatorname{arctg} \left( \frac{\gamma+1}{3-\gamma} \right)^{1/2} + \operatorname{arcsin} \frac{1}{M} - \left( 1 - \frac{M^2(\gamma+1)}{4(M^2-1)} \right) \delta - \frac{\pi}{2} = f_1(M, \delta) \geq 0 \quad (3.7)$$

Давление в присоединенном скачке уплотнения вычисляется по формуле

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{2\gamma M^2 \sin^2 \varphi - (\gamma-1)}{\gamma+1} \quad (3.8)$$

Разложив теперь правую часть (3.8) в ряд по  $\varphi - \varphi_0$ , для  $p_1/p_0$  получим

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 + \frac{4\gamma(M^2-1)^{1/2}}{\gamma+1} \left( -\operatorname{arcsin} \frac{1}{M} \right) \quad (3.9)$$

Из (3.9) после подстановки в него (3.5) окончательно будем иметь

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 + \frac{\gamma M^2}{(M^2-1)^{1/2}} \delta \quad (3.10)$$

Условие (3.4) можно теперь записать в виде

$$\frac{(\eta-1)(M^2-1)^{1/2}}{\gamma M^2} - \delta = f_2(M, \delta) \geq 0 \quad (3.11)$$

Для выделения области, в которой соотношения (3.7) и (3.11) имеют смысл, необходимо, чтобы рассматриваемые значения  $\delta$  не превышали своих максимально возможных значений. Если последние невелики, то они могут быть определены из соотношения [4]

$$\delta_{\max} = \frac{8\sqrt{2}(M-1)^{3/2}}{3\sqrt{3}(\gamma+1)} \quad (3.12)$$

и тогда последнее условие можно записать в виде

$$\frac{8\sqrt{2}(M-1)^{3/2}}{3\sqrt{3}(\gamma+1)} - \delta = f_3(M, \delta) \geq 0 \quad (3.13)$$

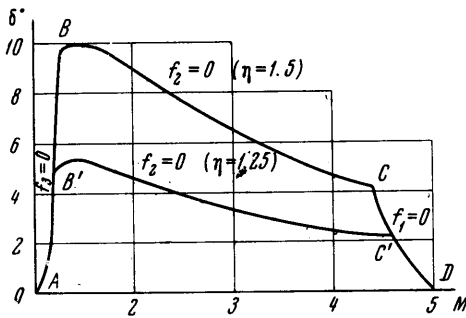
Анализ условий (3.7), (3.11), (3.13) показывает, что все они одновременно могут выполняться только в некоторой области  $ABCD$  плоскости  $M\delta$  (фиг. 8), ограниченной кривыми  $f_1(M, \delta) = 0$ ,  $f_2(M, \delta) = 0$ ,  $f_3(M, \delta) = 0$  и осью абс-

цисс. Абсциссы точек  $A$  и  $D$  при этом соответственно равны 1 и  $2/(\gamma-1)$ . Пример расчета границы этой области в случае  $\gamma = 1.4$  при значениях  $\eta$ , равных 1.25 и 1.5, дан на фиг. 8.

Заметим, что участок  $CD$  исследуемой границы совпадает с геометрическим местом точек, для которых имеется точное решение задачи, полученное в работе [4]. Для участка  $DA$ , очевидно, также существует тривиальное точное решение  $p = p_0$ . В целом же про область  $ABCD$  можно сказать, что для любой ее точки, с точностью до членов порядка  $\delta$

$$\frac{p}{p_0} = 1 + \frac{2\gamma M^2}{(M^2-1)^{1/2}} \delta \quad (3.14)$$

(последняя получается из (3.3), если подставить в него (3.10) и отбросить член порядка  $\delta^2$ ).



Фиг. 8

Таким образом, допустим, что точка с координатами  $M$  и  $\delta$  принадлежит области  $ABCD$ . Тогда, если спереди на клин будет набегать перпендикулярно его поверхности плоская ударная волна с интенсивностью, равной интенсивности присоединенного скачка уплотнения, то у его верхней поверхности возникнет при этом описанная выше картина течения, представленная на фиг. 8, с давлением, определяемым (в рамках линеаризованной теории) на основании (3.14).

Поступило 7 V 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Голубинский А. И. Набегание ударной волны на клин, движущийся со сверхзвуковой скоростью. ПММ, 1964, вып. 4.
2. Мизес Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
3. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехтеоретиздат, 1961.

### ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ ГИПЕРЗВУКОВЫХ САМОЛЕТОВ

В. В. КЕЛДЫШ, Г. И. МАЙКАПАР

(Москва)

При помощи вырезок из простейших сверхзвуковых конических и плоских течений может быть построен настолько широкий класс несущих тел, характеристики которых вычисляются элементарно, что этот метод может применяться для «конструирования» гиперзвуковых самолетов и выбора оптимальных форм.

Расчеты максимального аэродинамического качества для тел простейшей формы показывают, что форма волнолета близка к оптимальной. Системы пересекающихся плоских скачков уплотнения могут быть применены для конструирования воздухозаборников и органов управления.

#### Обозначения

$v_{\infty}$ — скорость полета,	$\tau$ — коэффициент объема,
$H$ — высота полета,	$2b$ — ширина донного сечения,
$M, R$ — число Маха, Рейнольдса,	$L$ — длина тела,
$p$ — давление,	$\gamma$ и $\delta$ — угол плоского скачка уплотнения и эквивалентного клина,
$K$ — аэродинамическое качество,	$\sigma$ и $\theta$ — полуугол конуса и конического скачка уплотнения.
$V$ — объем,	
$S$ — площадь несущей поверхности,	

Выбор формы гиперзвукового самолета можно рассматривать как задачу на экстремум: определение формы, обеспечивающей минимум расхода горючего, минимум сопротивления, максимум аэродинамического качества на расчетном режиме полета. Решение этой задачи затрудняется:

а) большим числом связей (заданный объем, размеры груза, требования устойчивости, тепловой защиты); требованиями, связанными с другими режимами (например, посадкой),

б) отсутствием эффективных методов расчета аэродинамических характеристик для случаев трехмерного обтекания.

Методы расчета обтекания с помощью машин пока еще ограничены простейшими телами и пригодны скорее для проверочных расчетов, а не для выбора формы. В расчетах оптимальных форм получила применение простейшая зависимость давления от местного угла между нормалью к твердой поверхности и вектором скорости невозмущенного потока — «закон» Ньютона, однако если возможность применения этого закона к телам малого удлинения оправдана, то в случае пологих тел — самолетов — закон Ньютона может привести к заметным ошибкам. Это подтверждается, в частности тем, что при малых углах клина и больших, но конечных числах  $M$ , давление  $p_N$ , вычисленное по формуле Ньютона, может сколь угодно отличаться от давления  $p$  за присоединенным плоским скачком уплотнения (фиг. 1).

Для оценки аэродинамических характеристик и выбора геометрических параметров гиперзвукового самолета Д. Кюхеманн предложил воспользоваться простейшей