

P_0	P_n	n	$K_0 n^{1/2}$
741	$9.7 \cdot 10^{-2}$	7640	$9.84 \cdot 10^{-4}$
371	$8.5 \cdot 10^{-2}$	4370	$1.49 \cdot 10^{-3}$
741	$2.1 \cdot 10^{-2}$	35300	$2.12 \cdot 10^{-2}$
300	$5 \cdot 10^{-2}$	6000	$2.16 \cdot 10^{-2}$
500	$3 \cdot 10^{-2}$	16650	$2.16 \cdot 10^{-2}$
160	$3.33 \cdot 10^{-2}$	4810	$3.28 \cdot 10^{-2}$
160	$2.5 \cdot 10^{-2}$	6400	$3.78 \cdot 10^{-2}$
75	$2 \cdot 10^{-2}$	3570	$4.27 \cdot 10^{-2}$
110	$2 \cdot 10^{-2}$	5500	$5.6 \cdot 10^{-2}$

ществленным фактором и может быть интерпретировано в рамках бимодальной схемы Мотт-Смита [13] уменьшением интенсивности процесса диффузии молекул из области сжатия навстречу потоку. Для предельного случая больших разрежений число таких диффундирующих молекул становится пренебрежимо малым выше по течению от точки, в которой значение плотности в невозмущенном потоке по порядку величины равно плотности за скачком.

Это обстоятельство может быть положено в основу оценок величины области невозмущенного течения струи.

В заключение следует обратить внимание на необходимость теоретических исследований вопросов образования и структуры размытых ударных волн в газовой среде с неоднородным распределением параметров.

Поступило 14 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Ю. Н., Леонас В. Б. Получение интенсивных молекулярных пучков. Вестн. МГУ, Сер. 3, физика, астрономия, 1963, № 5.
2. Гусев В. Н., Ладыженский М. Д. Газодинамический расчет ударных труб и гиперзвуковых сопел в условиях равновесной диссоциации и ионизации воздуха. Тр. ЦАГИ, 1960, вып. 779.
3. Ashkenas H., Sherman F. S. The structure and utilization of supersonic free jets in low density wind tunnels. In: «Rarefied Gas Dynamics», New York — London, Acad. Press, 1965, vol. 2.
4. Samas M. Argon shock thickness. Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No. 7.
5. Robben F., Talbot L. Measurements of shock wave thickness by the electron beam fluorescence method. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 4, p. 633.
6. Иванов А. В. Структура ударной волны в воздухе при числах M от 2.6 до 6. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.
7. Зельдович Л. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
8. Muntz E. P., Marsden D. J. Electron excitation applied to the experimental investigation of rarefied gas flows. In: «Rarefied Gas Dynamics», New York — London, Acad. Press, 1963, vol. 2.
9. Marrone P. U. Temperature and density measurements in free jets and shock waves. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 3.
10. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А. Истечение сверхзвуковой струи в вакуум. Сб. Вычислительные методы и программирование. М., Изд-во МГУ, 1967.
11. Muntz E. P. The direct measurement of velocity distribution functions. In: «Rarefied Gas Dynamics», New York — London, Acad. Press, 1965, vol. 2.
12. Авдугевский В. С., Иванов А. В. Течение разреженного газа вблизи передней критической точки затупленного тела при гиперзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.
13. Mott-Smith H. M. The solution of the Boltzman equation for a shock wave. Phys. Rev., 1951, vol. 82.

УДАР НЕРАВНОМЕРНОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА ГАЗА В ПЛОСКУЮ ПРЕГРАДУ

М. Г. ЛЕБЕДЕВ, К. Г. САВИНОВ

(Москва)

Задача об обтекании затупленных тел различной формы сверхзвуковым равномерным потоком газа почти досконально исследована. При этом основные результаты получены численными методами. Известный интерес представляет случай, когда набегающий на преграду поток является неравномерным по величине и направлению; к этому классу задач относится исследование удара в преграду потока, порожденного сверхзвуковым источником, и сверхзвуковой свободно расширяющейся струи. Авторам известны работы [1-3], посвященные этому вопросу. В названных работах получен ряд интересных результатов, однако использованные численные методы не обладают высокой точностью и не позволяют достаточно полно изучить рассматриваемое явление. В работах [1, 2] использовано первое приближение метода

интегральных соотношений; при этом достаточно точно вычисляются распределения газодинамических параметров на обтекаемой поверхности и отошедшей ударной волне, однако не могут быть определены значения этих параметров внутри ударного слоя и построены звуковые линии, линии тока и т. д. Недостатки обратного метода Ван Дайка [3] подробно обсуждаются в [4].

В данной работе задача об обтекании преграды сверхзвуковым неравномерным потоком газа решается методом устанавления К. И. Бабенко и В. В. Русанова [5], который представляет собой модификацию на случай двумерного нестационарного течения известного метода расчета пространственных сверхзвуковых течений невязкого газа [6]. Точность полученных решений находится в пределах нескольких процентов.

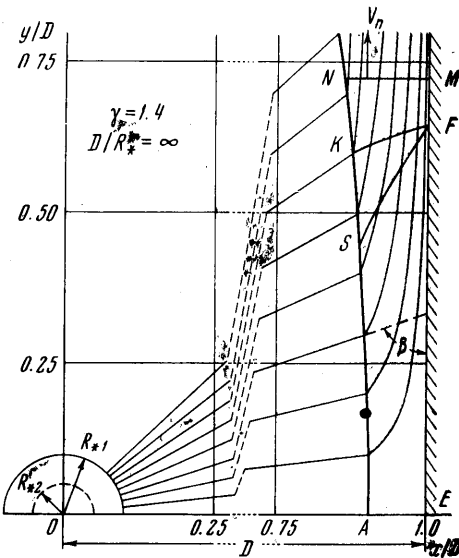
Обозначения

- | | |
|--|---|
| a — скорость звука, | ε — отношение плотностей в скачке уплотнения, |
| D — расстояние между центром источника или срезом сопла и преградой, | ϑ — угол наклона вектора скорости к оси симметрии, |
| M — число Маха, | ρ — плотность, |
| p — давление, | σ — угол наклона ударной волны к направлению невозмущенного течения. |
| R — радиус, | Индексы |
| r° — радиус сопла, | s — на обтекаемой поверхности, |
| V — абсолютная величина скорости, | w — на ударной волне, |
| V_{\max} — предельная скорость, | 0 — на оси симметрии, |
| x, y — декартова система координат в меридианальной плоскости, | $^\circ$ — на срезе сопла, |
| r, θ — полярная система координат в меридианальной плоскости, | — — непосредственно перед ударной волной, |
| γ — показатель адиабаты, | + — непосредственно за ударной волной, |
| β — угол встречи линии тока невозмущенного течения с преградой, | * — при звуковой скорости. |
| Δ — отход ударной волны от преграды | |

1. Постановка задачи. Пусть неравномерный сверхзвуковой поток совершенного невязкого газа набегаает на плоскую преграду; перед преградой образуется отошедшая ударная волна. На фиг. 1 изображена картина обтекания плоской преграды потоком, образованным пространственным сверхзвуковым источником.

Требуется рассчитать до- и трансзвуковое течение в области $AEFK$, ограниченной участком ударной волны KA , осью симметрии AE , участком преграды EF и предельной характеристикой FK , ограничивающей область влияния области течения в ударном слое на дозвуковую (дозвуковая и сверхзвуковая области разделяются звуковой линией SF). За граничные условия принимаются: условие на оси симметрии, условие непротекания на обтекаемой поверхности и условие сохранения массы, импульса и энергии на ударной волне.

Практически удобно проводить расчеты, не привязываясь к предельной характеристике FK , например, в области $AEMN$. На граничной линии MN составляющая скорости, нормальная к этой линии, должна быть больше местной скорости звука: $V_n > a$; в этом случае возмущения из области, расположенной вниз по потоку относительно MN , не передаются в область $AEMN$ и на линии MN можно не ставить никаких граничных условий. Следует заметить, что, как показывает опыт расчетов, для того чтобы получить решение в дозвуковой области, можно и не требовать выполнения условия $V_n > a$; достаточно, чтобы на граничной линии было $V_n \sim a$, а решение обладало бы достаточной гладкостью. Это связано с тем, что при $V_n \sim a$ через граничную линию MN в дозвуковую область передается мало информации из области, расположенной ниже по потоку относительно MN , и она практически не оказывает влияние на счет в дозвуковой области.



Фиг. 1

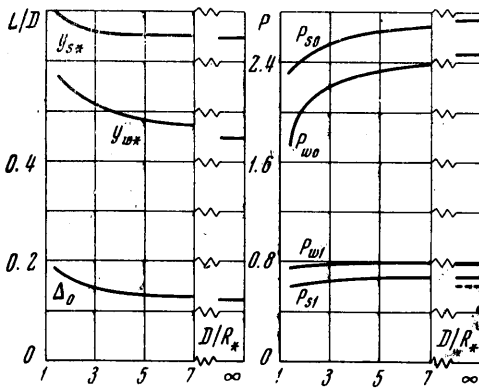
2. Обтекание плоской преграды потоком, образованным пространственным сверхзвуковым источником. Течение от пространственного сверхзвукового источника существует вне сферы радиуса R_* , на которой скорость течения равна скорости звука (см., например, [7]); радиус R_* характеризует интенсивность источника. Зависимость числа Маха в этом течении от безразмерного расстояния r/R_* дается уравнением

$$\left(\frac{R_*}{r}\right)^2 = M \left(\frac{\gamma + 1}{2 + M^2(\gamma - 1)}\right)^{1/2(\gamma + 1)/(\gamma - 1)} \quad (2.1)$$

Скорость, плотность и давление находятся по формулам изэнтропического течения. На больших расстояниях от центра источника ($r/R_* \gg 1$) уравнение (2.1) и формулы для скорости, плотности и давления можно записать в следующем приближенном виде:

$$\begin{aligned} M &\approx \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}\right)^{1/4(\gamma + 1)} \left(\frac{r}{R_*}\right)^{\gamma - 1}, & \frac{V}{a_*} &\approx \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}\right)^{1/2} = \frac{V_{\max}}{a_*} \\ \frac{\rho}{\rho_*} &\approx \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right)^{1/2} \left(\frac{R_*}{r}\right)^2, & \frac{p}{\rho_* a_*^2} &\approx \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right)^{1/2} \left(\frac{R_*}{r}\right)^{2\gamma} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Рассмотрим случай, когда расстояние D между центром источника и помещенной в поток преградой таково, что $D/R_* \gg 1$. В этом случае, используя геометрическое подобие картины течения от источника при различных r/R_* и свойства течений газа при $M \rightarrow \infty$ (из (2.1) $M \rightarrow \infty$ при $r/R_* \rightarrow \infty$), нетрудно показать, если пользоваться специальными переменными подобия, что решение задачи об обтекании преграды потоком от источника при $D/R_* \gg 1$ не зависит от D/R_* , т. е. будет автомодельным.



Фиг. 2

при условии, что характерный размер преграды отнесен к расстоянию D . Картина обтекания плоской преграды при $D/R_* \gg 1$ для $\gamma = 1.4$ изображена на фиг. 1.

В соответствии со сделанным выводом находятся результаты проведенных расчетов. Зависимость названных величин от безразмерного расстояния D/R_* практически исчезает уже при $D/R_* \geq 25$, а с точностью в несколько процентов — при $D/R_* \geq 10$. Это хорошо видно из фиг. 2, где приведена зависимость от D/R_* трех величин, характеризующих геометрическую картину обтекания — отхода ударной волны на оси симметрии Δ_0/D и ординат звуковых точек на поверхности y_{s*}/D и ударной волне y_{w*}/D , а также давлений

$$P = \frac{p}{\rho_* a_*^2} \left(\frac{D}{R_*}\right)^2$$

в четырех точках ударного слоя: в критической точке (p_{s0}), за прямым скачком (p_{w0}) и в точках пересечения прямой $y/D = 1$ с поверхностью (p_{s1}) и с ударной волной (p_{w1}). На этой же фигуре для $D/R_* = \infty$ пунктиром нанесено значение давления на поверхности при $y/D = 1$, полученное по модифицированной формуле Ньютона, которая в случае обтекания плоской преграды в автомодельном режиме имеет вид

$$\frac{P}{p_0'} = \sin^4 \beta = \frac{1}{[1 + (y/D)^2]^2} \quad (2.3)$$

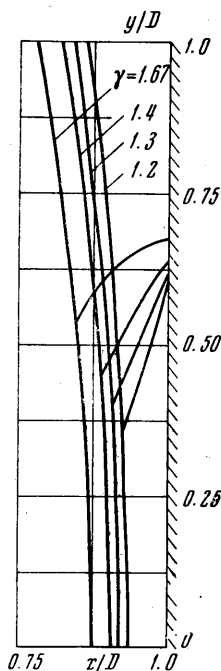
где β — угол встречи линии тока невозмущенного течения с плоскостью.

При $D/R_* < 10$ автомодельность нарушается. С уменьшением D/R_* увеличивается отношение плотностей в прямом скачке $\epsilon = (\rho_-/\rho_+)_0$ и в соответствии с этим увеличивается толщина ударного слоя и растут размеры области, занятой дозвуковым течением в ударном слое. Расчеты проводились вплоть до значения $D = 1.4 R_*$, при котором отошедшая ударная волна очень близко подходит к звуковой сфере.

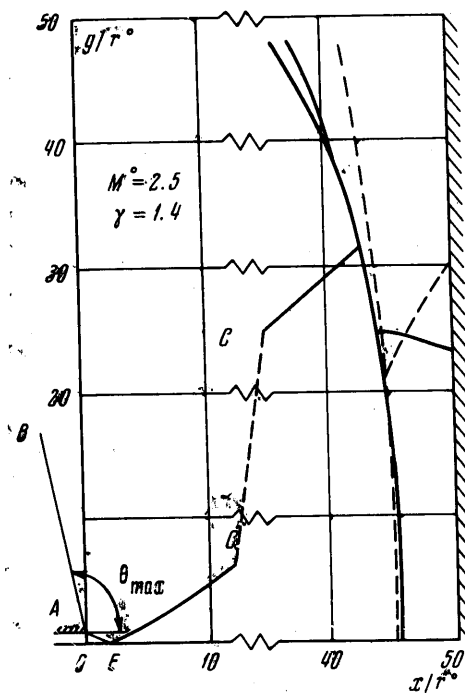
На фиг. 3 показана зависимость автомодельного решения от показателя адиабаты γ ($\gamma = 1.67 \div 1.2$). Распределения давления по плоской поверхности слабо отличаются одно от другого при изменении γ ; так, в точке $y/D = 1$ значение давления изменяется на $\sim 8\%$ при изменении γ от 1.67 до 1.2 и на $\sim 4\%$ при изменении γ от 1.4 до 1.2.

3. Обтекание преграды сверхзвуковой осесимметричной струей, вытекающей в вакуум. Течение в сверхзвуковой свободно расширяющейся осесимметричной струе подробно исследовано как аналитическими, так и численными методами (см., например, [8-10]).

На фиг. 4. изображена картина течения в струе для сопла с равномерным потоком на срезе при $\gamma = 1.4$ и числе Маха на срезе $M^{\circ} = 2.5$. Здесь AB — свободная



Фиг. 3



Фиг. 4

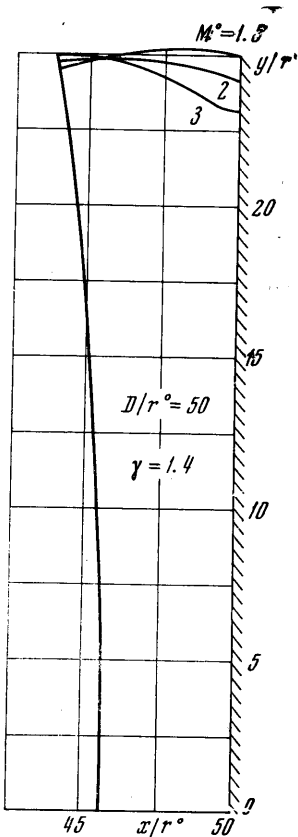
поверхность, на которой давление и плотность равны нулю; AE — начальная характеристика волны разрежения; EC — первая отраженная от оси характеристика.

В ряде работ отмечалось, что на некотором расстоянии от среза сопла линии тока становятся близкими к прямым, а распределения параметров вдоль линий тока с хорошей точностью подчиняются закону источника (2.1) (или (2.2)). Центр фиктивного источника обычно помещают в точке O на срезе сопла. Выход течения в струе на режим источника для различных параметров течения имеет место на разных расстояниях от среза сопла; при исследовании удара струи в преграду этим представлением можно пользоваться для расстояний порядка нескольких длин OE (фиг. 4). Существенное отличие от случая обычного течения от источника здесь состоит в том, что интенсивность эквивалентного источника меняется с переходом от одной линии тока к другой. При этом в области между осью симметрии и отраженной характеристикой EC интенсивность эквивалентного источника меняется слабо, и течение в этой области можно приближенно рассматривать как обычное течение от источника [9]. Для определения радиуса эквивалентного источника R_{*0} на оси симметрии предложен ряд методов. Например, из результатов работы [9] получается, что

$$\frac{R_{*0}}{r^{\circ}} = \frac{m(\gamma)}{\theta_{\max}} \sqrt{q(M^{\circ})} \quad (3.1)$$

Здесь $q(M^{\circ})$ — расходная функция, θ_{\max} — максимальный угол поворота потока при расширении в вакуум, а функция $m(\gamma)$ находится из расчетов; таблица значений этой функции приведена в работе [9].

Ниже рассматривается обтекание плоской преграды, расположенной перпендикулярно оси сопла за точкой E . При таком положении преграды можно выделить два различных режима ее обтекания в зависимости от того, будет или нет интенсивное



Фиг. 5

от друга лишь соответствующими значениями R_{*0} . Поэтому поля скоростей в ударном слое и положения и формы ударных волн слабо зависят от M^0 , а поля давлений и плотностей, соответствующие обтеканиям при M_1^0 и M_2^0 , легко пересчитать от одного на другое по простым формулам

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{R_{01}}{R_{02}} \right)^2 \quad (3.3)$$

Подтверждением этого факта служат изображенные на фиг. 5 геометрические картины обтекания плоской преграды при $D/r^0 = 50$ и $\gamma = 1.4$ для чисел $M^0 = 1.5, 2, 3$. Ударные волны в этом случае так близки, что на графике они сливаются в одну.

На фиг. 4 изображены геометрические картины обтекания плоской стенки на расстоянии $D/r^0 = 50$ струей при $M^0 = 2.5, \gamma = 1.4$ (сплошная кривая) и источником (пунктир) с постоянным радиусом R_* , вычисленным по (3.1): $R_* = 0.9 r^0$. Как видно из фиг. 4, на участке между осью и характеристикой EC ударные волны для обоих обтеканий мало отличаются одна от другой. Следует, однако, отметить, что расхождение в полях течений более значительные. Течение в струе выше характеристики EC существенно отличается от течения, порожденного источником, так как здесь происходит интенсивное расширение газа.

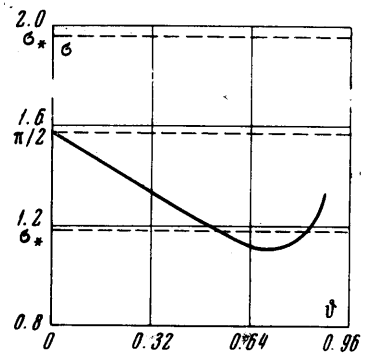
расширение потока в центрированной волне разрежения выше характеристики EC оказывать влияние на течение в до- и трансзвуковой областях ударного слоя. Поскольку течение в струе между осью симметрии и характеристикой EC близко к обычному течению от источника, можно воспользоваться результатами, полученными в п. 2. Определяя по данным расчетов течения в свободно расширяющейся струе при фиксированных значениях M^0, γ и D угол ϕ_{EC} наклона вектора скорости к оси на отраженной характеристике EC и сравнивая его с углом ϕ_K наклона вектора скорости в течении от эквивалентного источника в точке K пересечения ударной волны с предельной характеристикой (фиг. 1), можно определить, скажется ли интенсивное расширение над EC на течении в до- и трансзвуковой областях ударного слоя. Из результатов такого сравнения следует, что при фиксированном значении γ для каждого D существует наибольшее значение числа Маха M_{max}^0 , такое, что при $M^0 < M_{max}^0$ будет выполняться неравенство $\phi_{EC} < \phi_K$ и характер обтекания преграды будет сходен с описанным в п. 2; например, для $\gamma = 1.4$ и $D/r^0 = 50$ $M_{max}^0 \approx 2.85$. С уменьшением расстояния D и с увеличением γ значение числа M_{max}^0 уменьшается.

Решение задачи об обтекании преграды струей при больших расстояния D/r^0 от сопла является автомодельным по тем же соображениям, что и в п. 2. Перемненные подобия имеют тот же вид, что и в п. 2.

$$\begin{aligned} V(x, y), \phi(x, y), p(x, y) (D/R_{*0})^2, \\ \rho(x, y) (D/R_{*0})^2, \Delta(y)/D \end{aligned} \quad (3.2)$$

Радиус эквивалентного источника на оси симметрии R_{*0} можно определить по формуле (3.1). В тех случаях, когда автомодельность нарушается, использование переменных (3.2) позволяет все же представить полученные результаты в более компактном виде.

В области между отраженной характеристикой EC и осью симметрии автомодельные решения, полученные при разных значениях M^0 , будут отличаться друг



Фиг. 6

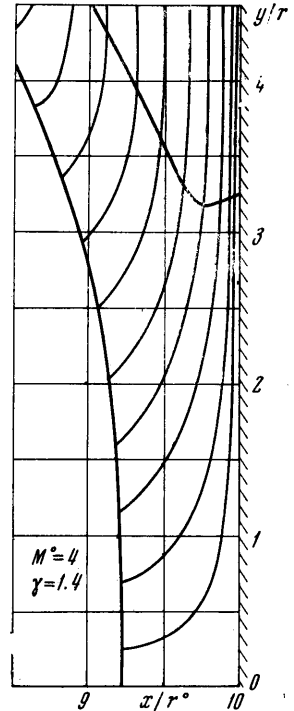
Из соображения сохранения расхода нетрудно показать, что ударная волна в случае струи выше ES не может занять то же положение, что и в случае источника. Как показывает расчет, ударная волна выше характеристики ES сильно отклоняется в сторону сопла; при этом увеличивается угол σ наклона ударной волны к направлению набегающего потока. График величины σ в зависимости от угла θ направления невозмущенного течения построен на фиг. 6. При больших значениях числа Маха набегающего потока величина угла σ_* , соответствующая звуковой скорости, равна приблизительно $\sigma_* = \arcsin \cos \gamma / (\gamma - 1) / 2\gamma$ (для $\gamma = 1.4$, $\sigma_* = 1.18$). Из графика видно, что сначала угол σ уменьшается, проходит звуковое значение, достигает минимума и начинает снова возрастать. При этом он вновь проходит через звуковое значение, и в ударном слое образуется вторая дозвуковая зона, прилегающая к ударной волне.

Расчет такого течения вплоть до второй звуковой точки является вполне корректным: возмущения из области, расположенной ниже по потоку от граничной линии, не проходят в рассматриваемую область, так как скорость на этой линии сверхзвуковая. Поэтому образование второй дозвуковой области, полученное в расчете, не должно вызывать сомнений.

При увеличении числа M° или показателя адиабаты γ вторая звуковая точка быстро спускается вниз по ударной волне и при некотором значении M° происходит смыкание двух дозвуковых областей. Это значение M° равно значению M_{\max} , о котором говорилось выше.

Геометрическая картина обтекания стенки при $M^\circ = 4$, $\gamma = 1.4$, $D = 10^\circ$, характерная для такого режима, изображена на фиг. 7. В этом случае часть граничной линии проходит через дозвуковую область и условие $V_n > a$ нарушается; но решение может быть получено, если на граничной линии $V_n \sim a$, а поведение газодинамических функций достаточно гладкое.

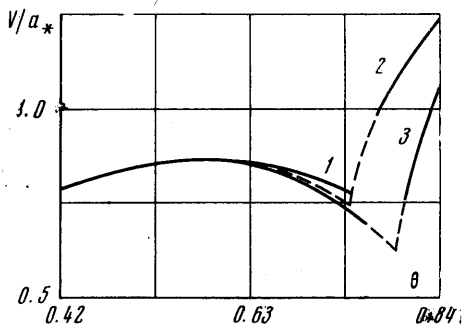
То, что решения, получаемые в этом случае, соответствуют действительности, подтверждается следующим численным экспериментом. Был проведен расчет обтекания плоской преграды потоком от источника, радиус которого менялся по заданному закону; при этом поле течения было близко к течению в струе при $\gamma = 1.4$, $M^\circ = 2.65$. Расчет проводился в сферической системе координат с центром в центре источника при положении крайнего луча $\theta_K = 0.64$ и $\theta_K = 0.74$; для обоих случаев поля течений в ударном слое совпали с высокой точностью. При $\theta_K > 0.74$ расчет провести не удалось.



Фиг. 7

Далее расчет проводился для случая, когда, начиная с некоторого значения $\theta = \theta_{const}$, радиус источника оставался постоянным. В расчетах бралось $\theta_{const} = 0.74$ и $\theta_{const} = 0.79$, а положение крайнего луча $\theta_K = 0.84$. В этих случаях граничная линия лежит уже в сверхзвуковой области. До $\theta = \theta_{const}$ ударные волны, звуковые линии и поля течений для всех трех случаев практически совпадают; отличия становятся существенными при $\theta > \theta_{const}$; для скорости на ударной волне это отчетливо видно из фиг. 8 ($\theta_K = 0.74$ — кривая 1, $\theta_K = 0.84$, $\theta_{const} = 0.74$ — кривая 2. $\theta_K = 0.84$, $\theta_{const} = 0.79$ — кривая 3).

Следовательно, возмущения, вносимые в поток выше $\theta = \theta_{const}$, практически не передаются в дозвуковую область. Этот



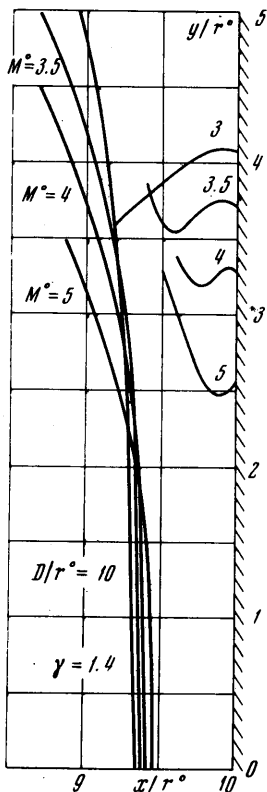
Фиг. 8

факт можно объяснить тем, что участок граничной линии, на котором скорости дозвуковые, невелик, а сами скорости сравнимы со скоростью звука. Вследствие этого информация через относительно узкую дозвуковую зону, прилегающую к ударной волне, практически не передается вверх по потоку. Таким образом, можно получить решение, соответствующее действительности, не выводя крайний луч в область сверхзвуковых скоростей.

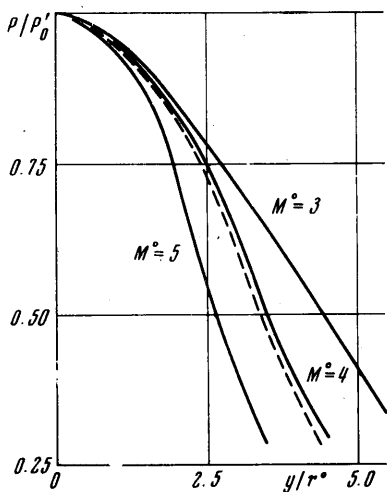
Однако такая устойчивость по отношению к возмущениям будет иметь место не во всей узкой дозвуковой зоне, прилегающей к ударной волне. Скорость на ударной волне, достигнув максимума, начинает убывать, и дозвуковое течение у ударной волны становится более чувствительным к возмущениям, приходящим со стороны границы струи.

Таким образом, существует некоторая область высоких дозвуковых скоростей, слабо передающая возмущения вверх по потоку. Она является своего рода аналогом сверхзвуковой области между двумя звуковыми точками на ударной волне в случае обтекания с двумя дозвуковыми областями. Заметим здесь, что в струе, вытекающей из осесимметричного сопла в пространство с противодавлением, образуется виская ударная волна, которая пересекает отошедшую ударную волну, возникающую перед преградой, в точке, где скорость за ударной волной дозвуковая. На основании проведенных исследований можно утверждать, что возмущения, вносимые виской ударной волной, не скажутся на течении в некоторой части ударного слоя перед преградой.

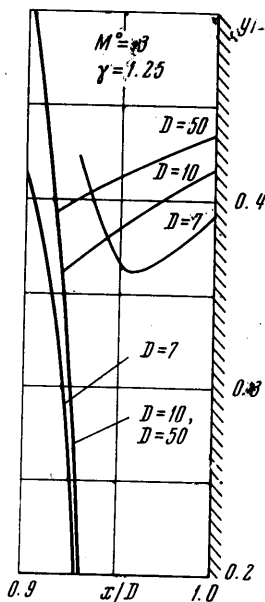
Приведем некоторые результаты проведенных расчетов. На фиг. 9 изображены геометрические картины обтекания плоскости для $D/r^0 = 10$, $\gamma = 1.25$ при $M^0 = 3.0, 3.5, 4.0, 5.0$ (на фигуре изображены только участки звуковых линий, чтобы не загромождать рисунок). При $M^0 = 3$ осуществляется первый из вышеупомянутых режимов обтекания, при $M^0 = 3.5, 4.0, 5.0$ — второй. Ударные волны близки одна к другой в области между осью симметрии и соответствующими отраженными характеристиками. Выше отраженных харак-



Фиг. 9



Фиг. 10



Фиг. 11

теристик отличия в поведении ударных волн и в полях течений становятся существенными. Распределения давления по поверхности для $M^0 = 3, 4, 5$, отнесенного к давлению в точке торможения, представлены на фиг. 10. На этой же фигуре нанесено пунк-

тиром распределение давления, вычисленное по модифицированной формуле Ньютона для $M^{\circ} = 4$, которое близко к полученному в расчете. Влияние расстояния D на обтекание плоской стенки при $M^{\circ} = 3$, $\gamma = 1.25$ показано на фиг. 11.

В заключении о контроле точности расчетов, которые проводились на разностной сетке, имеющей 11×21 точек. Для контроля использовались конечные соотношения, вытекающие из уравнений газовой динамики, но не из аппроксимирующей системы разностных уравнений. При проверке выполнения уравнения Бернулли в узлах сетки ошибка составляла $0.5 \div 2\%$; ошибка была наибольшей в точках пересечения крайнего луча с ударной волной и преградой. Также вычислялась энтропийная функция $p^{1/\gamma} / \rho$; разброс ее значений на линиях тока составлял $0.5 \div 3\%$. Эти результаты относятся к случаю струи; в случае источника ошибка в выполнении уравнения Бернулли и разброс значений энтропийной функции не превышали 0.5% .

Авторы благодарят Г. Ф. Теленина за внимание к работе.

Поступило 9 IX 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Храмов Н. Е. Расчет обтекания сферы неравномерным потоком газа. ПММ, 1965, т. 29, вып. 1.
2. Храмов Н. Е. Расчет взаимодействия осесимметричной сверхзвуковой недорасширенной струи с преградой. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, вып. 5.
3. Eastman D. W., Bonner J. P. Flowfield of highly underexpanded jet impinging on a surface. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 7. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 7.)
4. Гилинский С. М., Лебедев М. Г. Исследование обтекания плоских и осесимметричных тел с отходящей ударной волной потоком с малой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1965, № 1.
5. Бабенко К. И., Русанов В. В. Разностные методы решения пространственных задач газовой динамики. Тр. II Всес. съезда по теоретической и прикладной механике (обз. докл., вып. 2), М., «Наука», 1965.
6. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.
7. Зауэр Р. Введение в газовую динамику. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
8. Roberts L., South Jr. J. C. Comments on exhaust flow field and surface impingement. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 5. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 5.)
9. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А. Истечение сверхзвуковой струи в вакуум. В сб.: «Вычислительные методы и программирование», Изд. МГУ, 1967, вып. 7.
10. Hill J. A. F., Draayer J. S. Analytical approximation for the flow from a nozzle into a vacuum. J. Spacecraft and Rockets, 1966, vol. 3, No. 10.

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С КЛИНОМ, ДВИЖУЩИМСЯ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Г. М. АРУТЮНЯН (Москва)

Рассматриваются два случая бокового взаимодействия плоской ударной волны с клином, движущимся со сверхзвуковой скоростью. Показывается, что при определенных соотношениях между углом полураствора клина δ и числом Маха набегающего потока M рассматриваемые задачи допускают точное аналитическое решение. Рассматривается также случай встречного взаимодействия плоской ударной волны с движущимся клином в предположении слабости взаимодействующих скачков. Показывается, что в рамках линеаризованной теории решение этой задачи допускает наглядную интерпретацию в плоскости $M\delta$.

Если на клин, движущийся в газе со сверхзвуковой скоростью, набегают спереди или сбоку плоская ударная волна, то она сначала взаимодействует с присоединенным скачком уплотнения, а затем около движущегося тела развивается весьма сложная картина дифракции ударной волны, сопровождаемая в общем случае серией новых отраженных ударных волн и контактных разрывов.

Однако оказывается, что возможны такие частные случаи, когда эта картина весьма проста и легко рассчитывается. Такие случаи взаимодействия при набегающей ударной волны спереди на клин и

$$M > 2 \left(\frac{3 - \gamma + 2 \sqrt{3 - \gamma}}{(\gamma + 1)(\gamma - 1)} \right)^{1/2}$$

были рассмотрены в работе [1]. Здесь γ — отношение теплоемкостей.