

дифференцированной формуле Ньютона (штрих-пунктирные линии). Из приведенного сравнения видно, что полученное в работе распределение давления значительно отличается от величины давления, определяемого формулами Ньютона. Аналогичное заключение справедливо и для коэффициента сопротивления. На фиг. 3 приведено изменение градиента скорости в критической точке в зависимости от чисел Маха и полуугла раствора клиновидного профиля. Градиент скорости увеличивается с увеличением числа Маха и уменьшением полуугла раствора.

Поступило 2 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М. Обтекание симметричного профиля с отошедшей ударной волной. ПММ, 1958, т. 22, вып. 2.
2. Базжин А. П. К расчету обтекания сверхзвуковым потоком газа плоской пластинки с неприсоединенным скачком уплотнения. Инж. ж., 1963, т. 3, вып. 2.

О НЕКОТОРЫХ ЭФФЕКТАХ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ ГАЗА ОКОЛО ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

А. Н. ЛЮБИМОВ

(Москва)

В работах [1, 2] подробно изложены и обоснованы конечно-разностные методы решения многомерных задач газовой динамики. В данной статье приводятся результаты расчетов и анализа пространственных сверхзвуковых течений идеального газа, выполненные этими методами. Расчеты приводятся для случаев обтекания круговых, эллиптических параболоидов и конусов, имеющих сферическое затупление. Основное внимание при изложении уделяется новым эффектам в пространственных течениях газа, обнаруженным при численном анализе.

1. Детальное исследование пространственного обтекания затупленных тел сверхзвуковым потоком идеального газа должно проводиться на основе полных уравнений газовой динамики без каких-либо упрощающих предположений. Несмотря на возникающие при таком исследовании трудности целесообразность детального исследования поля течения в настоящее время не вызывает сомнений.

Вследствие отсутствия точных аналитических решений ведущее положение в исследовании пространственных течений занимают численные методы, и в частности, метод конечных разностей. Современный уровень развития численных методов позволяет в ряде случаев проводить детальное исследование пространственных течений газа. Следует сразу же подчеркнуть, что для этого численное решение должно быть получено с известной и высокой точностью, иначе многие, существенные детали течения останутся незамеченными или будут сделаны неверные выводы о характере потока.

Решение пространственной задачи, полученное конечно-разностным методом, состоит из значений искомых функций в нескольких десятках тысяч узлов сетки. Ясно, что исследование такого огромного количества информации (до нескольких миллиардов десятичных цифр), равно как и представление результатов в обозримом и удобном виде, требует специальных методов автоматической обработки информации. Поэтому для обработки результатов численного решения пространственных задач должны составляться специальные программы обработки.

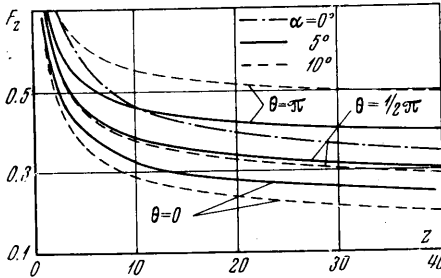
Ниже излагаются некоторые результаты, полученные при изучении полей течения совершенного газа около конусов, имеющих сферическое затупление, а также около круговых и эллиптических параболоидов.

Кратко остановимся на численных методах, применявшихся для расчетов.

Течение около затупленной носовой части рассчитывалось конечно-разностным методом, основанным на принципе установления. Если в выбранной системе координат тело неподвижно и поток на бесконечности постояен, то, как известно, принцип установления состоит в том, что решение нестационарных уравнений имеет своим пределом независящее от времени решение стационарных уравнений. Таким обра-

зом, расчет пространственного обтекания затупленного тела равномерным сверхзвуковым потоком сводится к решению смешанной задачи для нестационарных уравнений газовой динамики с четырьмя независимыми переменными.

В работе [1] содержится полное описание конечно-разностного алгоритма решения этой задачи. В принципе указанный метод позволяет рассчитывать течение около тела большого удлинения, как в носовой части, так и сколь угодно далеко вниз по потоку. Однако, если имеется лишь одна дозвуковая область течения, расположенная около носовой части тела, расчет течения в сверхзвуковой области более экономно проводить методом работы [2]. Идея метода состоит в использовании свойства гиперболичности стационарных уравнений газовой динамики и возможности, в связи с этим, вести расчет последовательными шагами вниз по потоку. Это уменьшает число независимых переменных до трех и во много раз сокращает время, необходимое для решения задачи на ЭВМ. Поэтому расчет течения в сверхзвуковой области проведен по методу, изложенному в работе [2].



Фиг. 1

Для анализа пространственных полей течения, полученных численными методами, была составлена специальная программа обработки. Программа выполняет следующие основные операции по обработке информации: выдача на печатающие устройства необходимых величин и функций в заданных плоскостях $z = \text{const}$; расчет различных интегральных характеристик течения, например аэродинамических коэффициентов; определение точности полученного численного решения путем вычисления значений интеграла Бернулли, определения значений энтропийной функции, вычисления разностей и контроля по разностям, контроля за выполнением законов сохранения и т. д.; определение экстремальных значений функций; построение линий тока и линий постоянных значений функций.

Не останавливаясь здесь более подробно на структуре и описании блоков программы обработки, заметим, что особое значение для детального изучения характера пространственного потока, по-видимому, имеет анализ изолиний. Они позволяют качественно и количественно исследовать и представить наглядно поле пространственного течения. Отметим, что анализ пространственного течения с помощью изолиний можно эффективно проводить лишь при высокой точности полученного численного решения.

Результаты, представленные ниже, даны в цилиндрической системе координат (z, r, θ) . Приняты также следующие обозначения: число Маха — M , угол полураствора конуса — β_k , угол атаки — α , энтропийная функция $S = p / \rho^h$. Индексом ∞ отмечены величины невозмущенного телом потока газа.

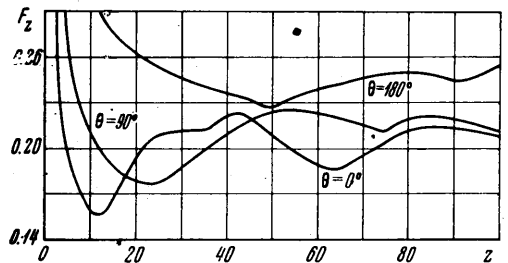
Давление p и плотность ρ отнесены к p_∞ и ρ_∞ . Единицы измерения линейных размеров выбраны таким образом: при расчетах обтекания кругового параболоида радиус кривизны в его вершине равен $4/3$; при изучении течения около эллиптического параболоида главные радиусы кривизны в его вершине равны $1/3$ и $1/5$, при исследовании обтекания конусов, имеющих сферическое затупление, радиус сферы равен 1.

Расчеты течений выполнены при постоянном отношении удельных теплоемкостей $k = 1.4$.

Результаты, изложенные в статье, получены автором совместно с В. В. Русановым.

2. Наклон ударной волны к оси z в каждой меридиональной плоскости определяется производной $F_z = (\partial F / \partial z)_{\theta = \text{const}}$, где F — расстояние от оси z до поверхности ударной волны.

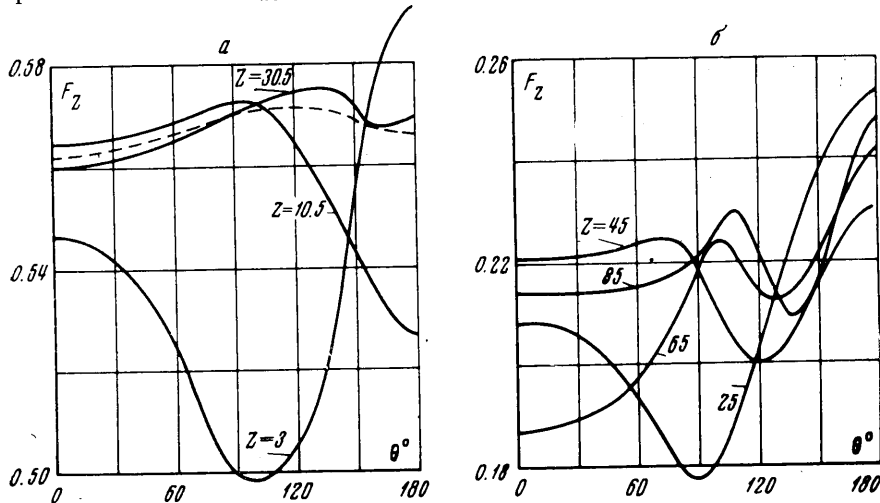
На фиг. 1 сплошной линией нанесены графики функции в случае обтекания при $M_\infty = 4$ кругового параболоида. С увеличением z производная F_z монотонно убывает. Из графика видно, что до $z = 40$ производная F_z приближается к своему асимптотическому значению монотонно. Однако из этих примеров еще не следует, что процесс установления асимптотических значений будет всегда монотонным.



Фиг. 2

На фиг. 2 представлены графики функций F_z для трех значений θ при обтекании конуса с углом полураствора $\beta_k = 10^\circ$, имеющего сферическое затупление, $M_\infty = 10$, $\alpha = 5^\circ$. Функция F_z в этом случае имеет значительно более сложный вид. Это объясняется характером изменения кривизны поверхности тела, в частности, разрывом кривизны на линии сопряжения сферы с конусом. Взаимодействие возникающей волны сжатия и ее многократные отражения от поверхности тела и ударной волны и определяют немонотонный характер зависимости F_z от z .

В плоскости $\theta = 0$ взаимодействие наиболее сильное. Сначала в области влияния сферы значение F_z уменьшается монотонно, достигая при $z \approx 12$ минимума $F_z = 0.157$. Затем на вид функции F_z начинает сказываться влияние конуса. На графике F_z видна «полочка», замеченная также в работе [2] при обтекании тела другой формы. При $z \approx 42$ функция F_z имеет максимум $F_z = 0.224$, а при $z \approx 66$ опять минимум $F_z = 0.187$. В плоскости $\theta = 1/2\pi$ взаимодействие менее сильное. Соответствующие экстремальные значения функция F_z принимает при больших по сравнению с плос-



Фиг. 3 а, б

костью $\theta = 0$ значениях координаты z . Минимум $F_z = 0.177$ при $z \approx 23$, максимум $F_z = 0.225$ при $z \approx 54$, второй минимум $F_z = 0.212$ при $z \approx 74$. В плоскости $\theta = \pi$ для значений $z \leq 100$ имеется один минимум и один максимум.

Следует подчеркнуть, что даже при сравнительно большом значении координаты z значения F_z еще не близки к асимптотическим.

Зависимость F_z по θ при различных значениях z , $M_\infty = 6$, $\beta_k = 25^\circ$, $\alpha = 10^\circ$ приведена на фиг. 3а, а для значений $M_\infty = 10$, $\beta_k = 10^\circ$, $\alpha = 5^\circ$ — на фиг. 3б.

Сначала напомним, что у острого конуса функция F_z при $\alpha < \beta_k$ внутри промежутка $[0, \pi]$ или вообще не принимает экстремальных значений, или имеет один максимум — все зависит от комбинации параметров M_∞ , β_k , α [2]. На фиг. 3а пунктиром нанесены значения F_z для острого конуса, $M_\infty = 6$, $\beta_k = 25^\circ$, $\alpha = 10^\circ$.

При обтекании затупленного конуса в ряде случаев было обнаружено, что F_z до некоторого значения z_1 монотонна по θ внутри промежутка $[0, \pi]$. При $z_1 < z < z_2$ имеется один минимум F_z , а при $z > z_2$ минимум и максимум (фиг. 3), причем максимум соответствует меньшему значению θ .

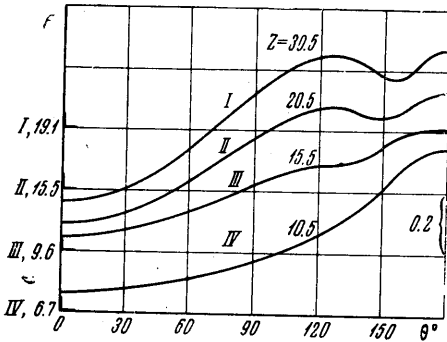
При дальнейшем увеличении координаты z экстремумы, становясь все более ярко выраженными, приближаются друг к другу, одновременно смещаясь в сторону $\theta = \pi$. Вполне понятно, что отмеченное поведение F_z и связанные с ним явления затрудняют расчет течений около затупленных конусов, начиная с некоторого значения z .

Расстояние от оси острого конуса до поверхности ударной волны при $\alpha < \beta_k$ определено в работе [2]. Там же было обнаружено, что это расстояние может быть максимально не только в плоскости симметрии течения.

Расстояние от оси затупленного конуса до ударной волны при малых значениях z возрастает с увеличением θ . Оно минимально при $\theta = 0$ и максимально при $\theta = \pi$. С увеличением значения z характер зависимости F от θ становится другим, причем эти изменения наступают при тем меньших z , чем меньше разность $\beta_k - \alpha$. Зависимость F от θ перестает быть монотонной и образуется максимум и минимум, которые с увеличением z становятся все более ярко выраженными. При еще больших z максимум и минимум сближаются, одновременно смещаясь в сторону $\theta = \pi$.

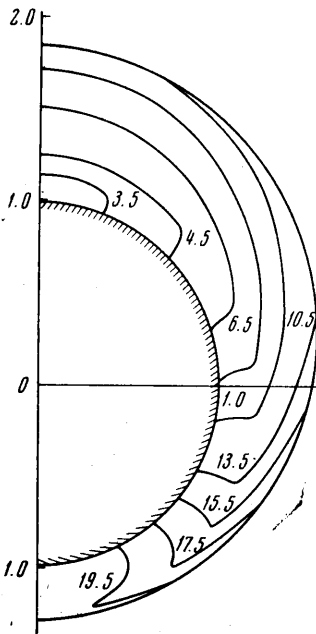
На фиг. 4 приведен пример отмеченного поведения расстояния до ударной волны при $M_\infty = 6$, $\beta_\lambda = 25^\circ$, $\alpha = 10^\circ$. На оси ординат указано начало отсчета F для каждой кривой. Масштаб для всех графиков фиг. 4 одинаков.

Таким образом обнаружено интересное явление — появление на поверхности ударной волны, образованной затупленным конусом, впадины и перемещение ее при увеличении значения z к плоскости симметрии течения.

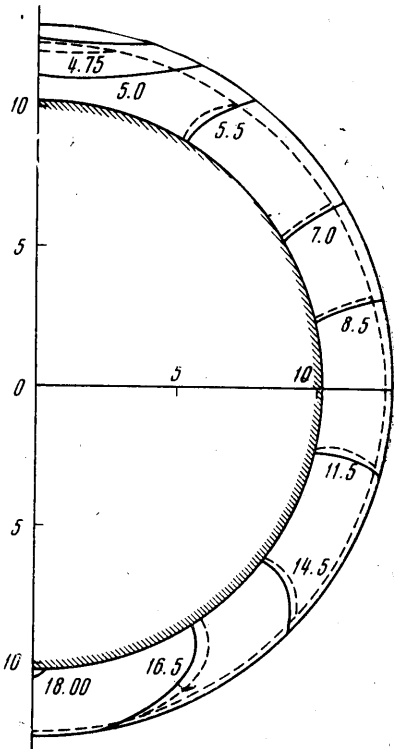


Фиг. 4

$z = 0.75$. Это сечение незначительно удалено от плоскости сопряжения ($z_c = 0.741$), проходящей через линию сопряжения конуса и сферы. На фиг. 5 хорошо видны изломы изобар, которые определяют положение характеристической поверхности, отходящей от линии сопряжения. В области влияния конуса давление, по нормали к поверхности, вблизи поверхности меняется мало, а в области влияния сферы изменяется су-



Фиг. 5



Фиг. 6

щественно. С наветренной стороны конуса с увеличением значения z излом изобар происходит под все более острым углом, затем они принимают вид характерных «языкообразных» кривых и, наконец, разрываются. При дальнейшем увеличении z

с наветренной стороны около затупленного конуса устанавливается картина изобар, соответствующая картине около острого конуса. Характер установления определяется значениями координат r, θ , величиной параметров $M_\infty, \beta_k, \alpha$ и их комбинацией.

На фиг. 6 дано сравнение линий уровня давления и ударных волн для острого (пунктир) и затупленного конуса при $M_\infty = 6, \beta_k = 25^\circ, \alpha = 10^\circ$ на расстоянии $z = 20.5$ от начала координат.

В литературе неоднократно высказывались предположения, что поле течения около затупленного конуса не будет отличаться от поля течения около соответствующего острого конуса уже при $z = 5 \div 10$ [3, 4]. Из приведенного примера следует, что даже при значительно большем значении z поле давления и положение ударной волны у затупленного и острого конусов отличаются, хотя качественно уже и имеют одинаковый характер.

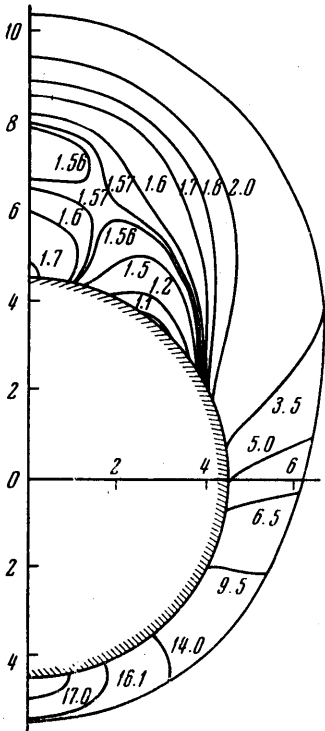
На фиг. 7 изображены изобары для случая $M_\infty = 10, \beta_k = 10^\circ, \alpha = 10^\circ$ в плоскости $z = 21$. С подветренной стороны изобары образуют седловую точку, которая при увеличении z перемещается к ударной волне. Обратим внимание на то, что эта особенность в поведении изобар в приведенном примере проявляется в третьем знаке давления. В наветренной области при этом поле давления имеет качественно такой же характер, как и у острого конуса.

Приводим значения координат седловой точки и значения давления в ней для случая $M_\infty = 6, \beta_k = 15^\circ, \alpha = 15^\circ$.

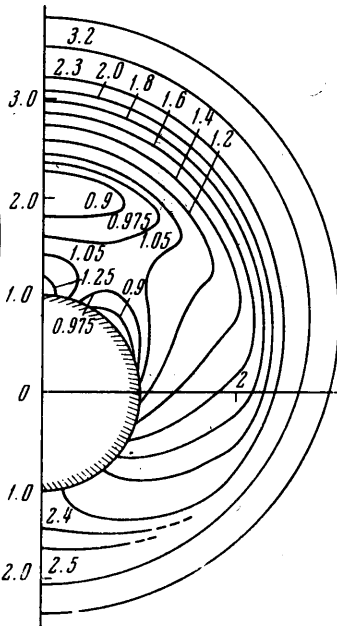
$z = 1.5$	4	6	15	$\xi = \frac{r-G}{F-G}$
$\xi = 0.218$	0.498	0.590	0.717	
$p = 1.79$	1.43	1.35	1.29	

Здесь G — расстояние от оси конуса до его поверхности.

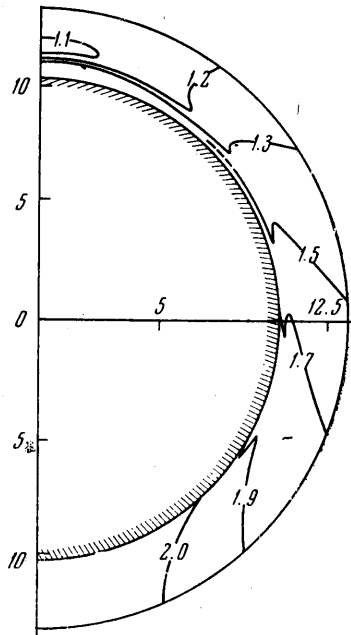
В связи с выяснением характера поля давления можно отметить, что А. Ферри [5] предложил давление на затупленном конусе при $\theta = 1/2\pi$ считать приблизительно равным давлению на этом же затупленном конусе при $\alpha = 0$. В результате проведенной проверки оказалось, что отличие в величинах этих давлений не превышает 15% для всех $1 \leq z \leq 30, 2 \leq M_\infty \leq 10, \alpha \leq \beta_k$.



Фиг. 7

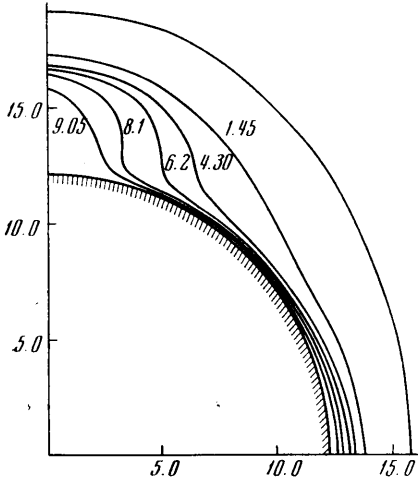


Фиг. 8



Фиг. 9

Изобары у затупленного по сфере цилиндра на небольшом удалении от плоскости сопряжения $z_c = 1$ имеют качественно такой же характер, как и у затупленного конуса. При более значительном удалении от плоскости, проходящей через линию сопряжения, характер изобар будет совершенно другим.



Фиг. 10

На фиг. 8 приведены изобары около затупленного цилиндра при $M_\infty = 6$, $\alpha = 10^\circ$, в плоскости $z = 4$. С подветренной стороны они образуют седло.

На фиг. 9 представлены линии постоянной энтропии S в плоскости $z = 20.5$ $M_\infty = 6$, $\beta_k = 25^\circ$, $\alpha = 10^\circ$. В значительной части области течения они имеют вид, аналогичный приведенному в [2] для острых конусов. Существенные отличия имеются в подветренной области и вблизи поверхности тела.

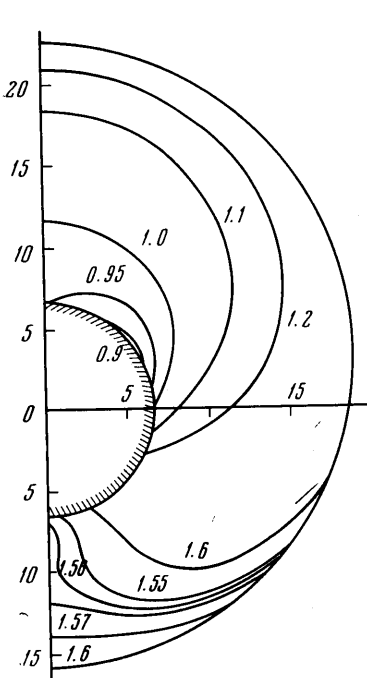
А. Ферри было высказано предположение о том, что особая точка энтропии может быть расположена не на поверхности острого конуса, а на некотором расстоянии от нее [8].

На фиг. 10 приведены линии постоянных значений энтропии в сечении $z = 65$ для затупленного конуса $M_\infty = 10$, $\beta_k = 10^\circ$, $\alpha = 5^\circ$. Как видно из фиг. 10, линии постоянных значений имеют тенденцию собираться в некоторой точке, не лежащей на поверхности конуса. Естественно, что вы-

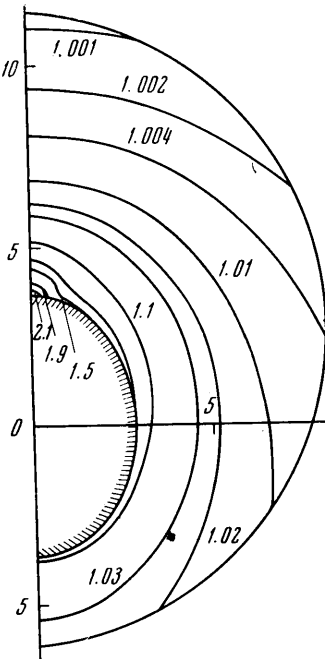
вода о «всплывании» особой точки на основании фиг. 10 еще сделать нельзя.

На фиг. 11 приведены изобары около кругового параболоида в плоскости $z = 50$, $M_\infty = 4$, $\alpha = 5^\circ$. Вид их с наветренной стороны напоминает вид изобар около затупленного цилиндра. Однако в поле течения с подветренной стороны не замечено седла, имеющегося у затупленного цилиндра.

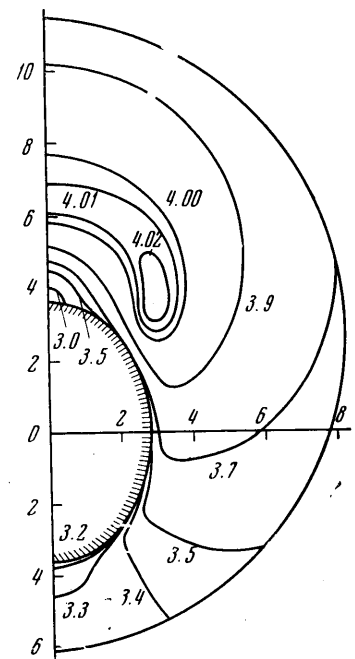
На фиг. 12 показаны линии постоянной энтропии в плоскости $z = 20$ около эллиптического параболоида при $M_\infty = 4$, $\alpha = 10^\circ$. Заслуживает внимания наличие больших градиентов энтропии по нормали к поверхности тела, а также «отскакивание»



Фиг. 11



Фиг. 12



Фиг. 13

линий постоянной энтропии от поверхности тела с подветренной стороны, а также большая область почти постоянного значения энтропии с подветренной стороны. Получение гладких (в четвертом знаке значения S) линий постоянной энтропии свидетельствует о высокой точности расчета в этой области.

На фиг. 13 показаны линии постоянного числа Маха для только что рассмотренного примера течения. Здесь следует обратить внимание на существование замкнутой области с числом M , превышающим число Маха невозмущенного потока. Модуль вектора скорости в этой области также близок к модулю вектора скорости невозмущенного потока.

При больших значениях z область с максимальным значением числа M располагается дальше от плоскости симметрии течения и ближе к поверхности параболоида.

Отметим, что в поле течения затупленного по сфере конуса также образуются области с высоким значением местного числа Маха, однако областей, в которых бы местное значение числа Маха превосходило бы M_∞ , установлено не было.

В заключение автор приносит благодарность Э. И. Нажесткиной и М. В. Орловскому, которыми были составлены все основные программы, а также программы обработки результатов.

Поступило 27 VI 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Русанов В. В. Пространственное обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1969, т. 8, № 3.
2. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.
3. Moretti G. Inviscid flowfield about a pointed cone at an angle of attack. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 4. (Рус. перев.: Невязкое обтекание заостренного конуса под углом атаки. Ракетная техника и космонавтика, 1967, № 4.)
4. Moretti G. Three-dimensional supersonic flow computations. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 9. (Рус. перев. Расчет трехмерных сверхзвуковых течений. Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 9).
5. Ferri A. A review of some recent developments in hypersonic flow. In: Advances in Aeronaut. Sci. (Proc. Ist. Internaut. Congr. Aeron. Sci., Madrid, 1958), 1959, vol. 2, pp. 723—770.
6. Ferri A. Supersonic flow around circular cones at angles of attack. NASA Techn. Repts., 1951, No. 1045.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ДВУХ РАЗДЕЛЯЮЩИХСЯ ТЕЛ

В. Н. КУДРЯВЦЕВ, А. Я. ЧЕРКЕЗ, В. А. ШИЛОВ

(Москва)

В квазистационарной постановке рассмотрена задача об обтекании сверхзвуковым потоком двух близко расположенных соосных тел, имеющих относительную скорость в направлении внешнего потока. Показано, что параметры газа в области отрывного течения между телами зависят от скорости разделения даже при весьма малой ее величине по сравнению со скоростью набегающего потока.

В работе [1] рассмотрено отрывное обтекание сверхзвуковым потоком выреза (углубления) в боковой поверхности тела или области между двумя соосными близко расположенными телами. Полученные решения можно распространить на более общий случай, когда близко расположенные тела имеют относительную скорость в направлении внешнего потока. Такая задача возникает, в частности, при анализе процесса разделения частей или отдельных ступеней летательного аппарата в сверхзвуковом полете.

Пусть два тела расположены соосно одно за другим под нулевым углом атаки в сверхзвуковом потоке, скорость которого равна u_∞ (фиг. 1). Выберем систему координат, связанную с расположенным впереди телом, тогда второе тело в общем случае движется вдоль оси X с некоторой скоростью U , причем в соответствии с реальными значениями скоростей $U \ll u_\infty$.

Если расстояние между телами L не превышает некоторой величины L_* (порядка нескольких калибров), зависящей в основном от поперечных размеров обоих тел