

ОБТЕКАНИЕ КЛИНОВИДНОГО ПРОФИЛЯ С ОТСОЕДИНЕННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

В. Г. БУКОВШИН

(Москва)

В статье приведено решение методом интегральных соотношений в первом приближении задачи об обтекании сверхзвуковым потоком под нулевым углом атаки клиновидного профиля с отсоединенным головным скачком уплотнения. Результаты численных расчетов (градиент скорости в критической точке, распределение коэффициента давления c_p по профилю и коэффициент сопротивления c_x профиля) приведены для чисел Маха от 3 до 20 и полууглов раствора клиновидного профиля от 60 до 85°. Приведено также сравнение полученных результатов с результатами расчетов по теории Ньютона и по модифицированной формуле Ньютона.

1. Рассмотрим обтекание клиновидного профиля (фиг. 1) сверхзвуковым потоком невязкого газа под нулевым углом атаки. Будем предполагать, что для каждого рассматриваемого числа Маха набегающего потока M_∞ полуугол раствора профиля α превышает предельный угол. В этом случае перед профилем 1 образуется отсоединенный головной скачок уплотнения 2. В области, ограниченной профилем 1, скачком уплотнения 2 и звуковыми линиями 3, выходящими из угловых точек A и B, течение газа будет дозвуковым. Область влияния включает в себя и часть сверхзвукового течения, ограниченного предельными характеристиками 4 одного или двух семейств. Задача состоит в определении течения в этой области.

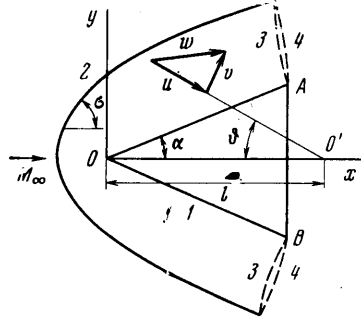
Исходная система уравнений газовой динамики, описывающая течение, может быть представлена в виде

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[r(kp + \rho u^2) \right] + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial \theta} = kp + \rho v^2$$

$$\left(k = \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \right) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} [ru(1 - w^2)^{1/(\kappa-1)}] + \frac{\partial}{\partial \theta} [v(1 - w^2)^{1/(\kappa-1)}] \quad (1.2)$$

$$p = \rho(1 - w^2), \quad p\rho^{-\kappa} = \varphi(\psi) \quad (1.3)$$



Фиг. 1

Здесь r и θ — координаты полярной системы координат; κ — отношение удельных теплоемкостей; p и ρ — давление и плотность, отнесенные соответственно к полному давлению и плотности торможения перед головным скачком уплотнения; u и v — проекции вектора скорости w , отнесенного к максимальной скорости, соответственно на направление радиус-вектора и на направление, перпендикулярное радиус-вектору (фиг. 1); ψ — функция тока. Граничные условия на поверхности профиля сводятся к условию параллельности вектора скорости и контура профиля, а на поверхности скачка уплотнения — к соотношениям для косога скачка уплотнения.

Задача решалась приближенно методом интегральных соотношений (см., например, [1]) в первом приближении в полярной системе координат. В результате интегрирования уравнений (1.1) и (1.2) по r от поверхности профиля ($r = r_0$) до поверхности скачка уплотнения ($r = r_1$) с одновременной линейной аппроксимацией поперек ударного слоя функций ρuv и $v(1 - w^2)^{1/(\kappa-1)}$ по их значениям на поверхности профиля и скачке уплотнения получаем два обыкновенных дифференциальных уравнения, которые вместе с уравнениями (1.3) и с уравнением для скачка уплотнения

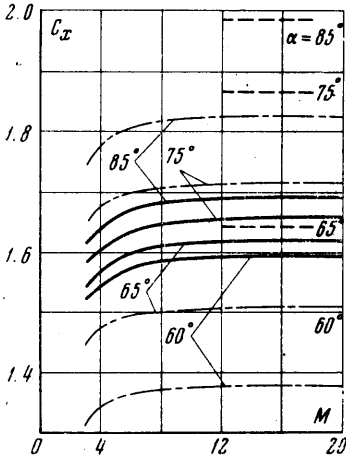
$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} = - \frac{(l + \varepsilon) \cos \sigma}{\cos \theta \sin(\theta + \sigma)} \quad (1.4)$$

составляют полную аппроксимирующую систему уравнений для определения трех неизвестных функций — скорости на поверхности профиля $w_0(\theta)$, угла наклона скачка уплотнения $\sigma(\theta)$ и расстояния от линии $x = 0$ до скачка уплотнения $\varepsilon(\theta)$ (фиг. 1). Интегрирование этой системы проводилось вследствие симметрии от плоскости симметрии ($\theta = 0$) до значения θ , соответствующего точке A.

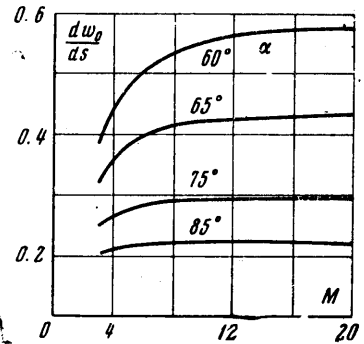
Значение ε_0 (расстояние до скачка уплотнения при $\theta = 0$) подбиралось таким, чтобы в точке A скорость w_0 достигала величины, равной местной скорости звука; w_0 при $\theta = 0$ равно нулю. Положение полюса полярной системы координат (величина l) определялось из условия перпендикулярности радиус-вектора и контура проф-

филя в точке А. Такой выбор положения полюса оправдан по двум соображениям. Во-первых, в этом случае направление радиус-вектора в угловой точке профиля совпадает с направлением характеристики и направлением линии постоянной скорости, а это означает, что в решении в рамках первого приближения метода интегральных соотношений будет наилучшим образом учитываться размер и форма области дозвукового течения. Во-вторых, такой способ выбора полюса при $\alpha \rightarrow 90^\circ$ обеспечивает непрерывный переход от решения для клиновидного профиля в полярной системе координат к решению для пластины, установленной перпендикулярно направлению скорости набегающего потока, в декартовой системе координат [2], которая наиболее удобна для рассмотрения этого предельного случая.

2. Интегрирование системы дифференциальных уравнений проводилось численно в диапазоне изменения чисел Маха от 3 до 20 и для углов полураствора профиля от 60° до 85° . Вычислялись как величины на поверхности профиля (скорость, давление, коэффициент давления, градиент скорости в критической точке), так и положение скачка уплотнения и коэффициент сопро-



Фиг. 2



Фиг. 3

тивления профиля. В статье приводятся наиболее характерные результаты. Для коэффициентов давления $c_p = (p - p_\infty) / q$ (p — давление на профиле, p_∞ — давление в невозмущенном потоке, q — скоростной напор) на профилях с полууглом раствора 65° и 85° при числах Маха 3, 5 и 20 получены следующие значения:

$S =$	0	0.5	0.7	0.9	1.0	
	$\alpha = 65^\circ$					
$c_p =$	1.756	1.593	1.464	1.244	0.9272	($M = 3$)
$c_p =$	1.809	1.630	1.515	1.310	0.9552	($M = 5$)
$c_p =$	1.837	1.656	1.550	1.350	0.9696	($M = 20$)
	$\alpha = 85^\circ$					
$c_p =$	1.756	1.677	1.576	1.347	0.9272	($M = 3$)
$c_p =$	1.809	1.726	1.627	1.403	0.9552	($M = 5$)
$c_p =$	1.837	1.754	1.657	1.437	0.9696	($M = 20$)

Заметим, что по теории Ньютона коэффициент давления для клиновидного профиля с полууглом раствора 65° равен 1.643, а для профиля с полууглом раствора 85° — 1.985. Коэффициенты давления, вычисленные по модифицированной формуле Ньютона, имеют следующие значения:

$M =$	3	5	20
	$\alpha = 65^\circ$		
$c_p =$	1.442	1.486	1.509
	$\alpha = 85^\circ$		
$c_p =$	1.743	1.795	1.823

Значения коэффициентов сопротивления приведены на фиг. 2. Здесь также приведены значения c_x , вычисленные по теории Ньютона (пунктирная линия), и по мо-

дифференцированной формуле Ньютона (штрих-пунктирные линии). Из приведенного сравнения видно, что полученное в работе распределение давления значительно отличается от величины давления, определяемого формулами Ньютона. Аналогичное заключение справедливо и для коэффициента сопротивления. На фиг. 3 приведено изменение градиента скорости в критической точке в зависимости от чисел Маха и полуугла раствора клиновидного профиля. Градиент скорости увеличивается с увеличением числа Маха и уменьшением полуугла раствора.

Поступило 2 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М. Обтекание симметричного профиля с отошедшей ударной волной. ПММ, 1958, т. 22, вып. 2.
2. Базжиин А. П. К расчету обтекания сверхзвуковым потоком газа плоской пластинки с неприсоединенным скачком уплотнения. Инж. ж., 1963, т. 3, вып. 2.

О НЕКОТОРЫХ ЭФФЕКТАХ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ ГАЗА ОКОЛО ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

А. Н. ЛЮБИМОВ

(Москва)

В работах [1, 2] подробно изложены и обоснованы конечно-разностные методы решения многомерных задач газовой динамики. В данной статье приводятся результаты расчетов и анализа пространственных сверхзвуковых течений идеального газа, выполненные этими методами. Расчеты приводятся для случаев обтекания круговых, эллиптических параболоидов и конусов, имеющих сферическое затупление. Основное внимание при изложении уделяется новым эффектам в пространственных течениях газа, обнаруженным при численном анализе.

1. Детальное исследование пространственного обтекания затупленных тел сверхзвуковым потоком идеального газа должно проводиться на основе полных уравнений газовой динамики без каких-либо упрощающих предположений. Несмотря на возникающие при таком исследовании трудности целесообразность детального исследования поля течения в настоящее время не вызывает сомнений.

Вследствие отсутствия точных аналитических решений ведущее положение в исследовании пространственных течений занимают численные методы, и в частности, метод конечных разностей. Современный уровень развития численных методов позволяет в ряде случаев проводить детальное исследование пространственных течений газа. Следует сразу же подчеркнуть, что для этого численное решение должно быть получено с известной и высокой точностью, иначе многие, существенные детали течения останутся незамеченными или будут сделаны неверные выводы о характере потока.

Решение пространственной задачи, полученное конечно-разностным методом, состоит из значений искомых функций в нескольких десятках тысяч узлов сетки. Ясно, что исследование такого огромного количества информации (до нескольких миллиардов десятичных цифр), равно как и представление результатов в обозримом и удобном виде, требует специальных методов автоматической обработки информации. Поэтому для обработки результатов численного решения пространственных задач должны составляться специальные программы обработки.

Ниже излагаются некоторые результаты, полученные при изучении полей течения совершенного газа около конусов, имеющих сферическое затупление, а также около круговых и эллиптических параболоидов.

Кратко остановимся на численных методах, применявшихся для расчетов.

Течение около затупленной носовой части рассчитывалось конечно-разностным методом, основанным на принципе установления. Если в выбранной системе координат тело неподвижно и поток на бесконечности постояен, то, как известно, принцип установления состоит в том, что решение нестационарных уравнений имеет своим пределом независящее от времени решение стационарных уравнений. Таким обра-