

ЛИТЕРАТУРА

1. Шахов Е. М. О приближенных кинетических уравнениях в теории разреженных газов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1.
2. Шахов Е. М. Об обобщении релаксационного кинетического уравнения Крука. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.
3. Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krook M. A model for collision processes in gases. Phys. Rev., 1954, vol. 94, No. 3, p. 511 (Рус. перев.: В сб. «Проблемы современной физики», М., Изд-во иностр. лит., т. 2, 1956).
4. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
5. Liermann H. W., Narasimha R., Chahine M. T. Structure of a plane shock layer. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 11.
6. Chahine M. T. Numerical solution of the complete Krook — Boltzmann equation for strong shock waves. Methods in computational physics, ed. B. Alder. S. Fernbach, M. Rotenberg, 1965, 4.
7. Chu S. K. Kinetic — theoretic description of formation of a shock — waves. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 1,8, pp. 12—22, 1450—1455. (Рус. перев.: В период. сб. перев. иностр. статей «Механика», 1966, № 4, 6.)
8. Любарский Г. Я. К кинетической теории ударных волн. ЖЭТФ, 1961, т. 40, вып. 4, стр. 1050—1057.
9. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1952.
10. Сычев В. В. О гиперзвуковых течениях вязкого теплопроводного газа. ПММ, 1961, т. 25, вып. 4.
11. Шахов Е. М. Течение вязкого, теплопроводного газа в гиперзвуковой ударной волне. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 4.
12. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. 2. М., Физматгиз, 1963.
13. Gilbard D., Paolucci D. The structure of shock waves in continuum theory of fluids. J. Rat. Mech. and Analysis, 1953, vol. 2, No. 4.

ВЛИЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОБМЕН В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

В. П. СТУЛОВ, Е. Г. ШАПИРО

(Москва)

Проведен анализ теплообмена в критической точке затупленного тела при наличии излучения. Величина потока лучистой энергии бралась из решения задачи об излучении плоского слоя воздуха за прямой ударной волной. На модели серого газа проводится сравнение потоков излучения от плоского слоя и от ударного слоя той же толщины. Показано, что различие геометрии объема и структуры течения внутри слоев слабо влияет на поток лучистой энергии. Построено асимптотическое решение для излучающего течения в окрестности критической точки.

В работе [1] решена задача об излучении плоского слоя воздуха за сильной прямой ударной волной с учетом реального спектра. Здесь результаты работы [1] применены для сравнения роли лучистого и конвективного механизмов переноса тепла к критической точке затупленного тела для высот полета $H = 60-70$ км, скоростей полета $u_{\infty} = 10-16$ км/сек и различных размеров тела. Для принятой в [1] модели воздуха оказалось, что излучение становится преобладающим механизмом переноса тепла на тело в тех условиях, когда все химические и ионизационные процессы протекают равномерно.

Анализ течения излучающего газа вблизи критической точки в работах [2-5] проводился на основе приближенного решения интегро-дифференциального уравнения энергии. Показано, что в предельных случаях оптически тонкого и оптически толстого слоев температура газа в критической точке обращается в нуль. Высшие приближения относительно оптически толстого [4] и оптически тонкого [5] слоя позволяют построить физически верное решение с отличной от нуля температурой на стенке T_w . В данной работе задача решается в рамках диффузионного приближения. Получена явная формула, выражающая T_w через определяющие параметры задачи.

1. Сравнение лучистых потоков от плоского и ударного слоев на модели серого газа. Попытаемся использовать вычисленные в [1] потоки лучистой энергии для оценки лучистого теплообмена в критической точке. Для этого нужно проанализировать, во-первых, влияние геометрии излучающего объема, во-вторых, влияние структуры газодинамического течения в слоях и условий на стенке.

Сравним поток лучистой энергии от плоского слоя S_0 с потоком S_1 от сегмента, отсекаемого от тела вращения плоскостью, перпендикулярной оси вращения, в центре основания сегмента. Здесь и всюду далее индекс 0 относится к плоскому слою, индекс 1 — к ударному слою. Очевидно, что в задаче о сверхзвуковом обтекании тела поток излучения в критической точке образуется за счет излучения именно такой области, если пренебречь рассеянием и излучением газа вне ударного слоя, а в качестве поверхности вращения рассматривать ударную волну. Пусть указанные объемы заполнены однородным серым газом. Ширина слоя и высота сегмента одинаковы и равны единице. Используя формулу для излучения плоского слоя [8], получим

$$\delta S = \frac{S_0 - S_1}{S_0} = \frac{1}{J} \int_x^{x_1} E_2(t) \left(\frac{\varphi \varphi'}{1-y} - 1 \right)^{-1} dt$$

$$J = \int_0^x E_2(t) dt, \quad t^2 = \varphi^2(y) + (1-y)^2 \quad (1)$$

$$E_n(t) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-tu}}{u^n} du, \quad x_1 = \kappa \varphi(1)$$

Здесь $\varphi(y)$ — форма образующей ударной волны, κ — коэффициент поглощения, $\varphi(1)$ — радиус основания сегмента. Если $\varphi(y)$ — окружность радиуса R_s , то формула (1) упрощается и приближенная оценка относительной разности потоков имеет вид

$$\delta S = \frac{1}{R_s - 1} \frac{1}{J} \int_x^{x_1} E_2(t) (1-y) dt \approx \frac{1}{R_s} \frac{1}{1/2 \kappa e^{\kappa} - 1} \quad (2)$$

Поскольку при гиперзвуковом обтекании $R_s \gg 1$ (~ 20), то при $\kappa > 1$ величина δS очень мала.

Для оценки влияния структуры течения на поток лучистой энергии в критической точке и от плоского слоя рассмотрим одномерное движение серого излучающего газа. Одномерная модель точно описывает движение газа через плоский слой за ударной волной и приближенно описывает движение газа вдоль осевой линии тока при обтекании затупленного тела.

Левой границей обоих слоев служит фронт ударной волны. Поместим начало координат на правой границе каждого слоя (для ударного слоя — в критической точке), а ось x направим в сторону, противоположную движению газа. Тогда уравнения энергии и переноса излучения имеют вид

$$\rho u c_p \frac{dT}{dx} + q^0 = 0, \quad \frac{dS}{dx} = q^0 = c \kappa (U_p - U), \quad U_p = \frac{4\sigma T^4}{c} \quad (3)$$

Здесь S — поток излучения, U — плотность лучистой энергии. Если задать поток массы $\rho u(x)$, то для замыкания системы (3) нужно еще рассмотреть уравнение для интенсивности излучения; в результате получается интегро-дифференциальное уравнение. Вместо этого воспользуемся диффузионным приближением [8]. Дополнительное уравнение имеет вид

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{3\kappa}{c} S \quad (4)$$

Поток массы ρu вдоль оси симметрии при обтекании затупленного тела можно приближенно представить линейной функцией переменной Дородницына η

$$\left(\frac{\rho u}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \right)_0 = -1, \quad \left(\frac{\rho u}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \right)_1 = -\frac{\eta(x)}{\eta(\delta)} \quad \eta = \int_0^x \frac{\rho}{\rho_s} dx$$

Здесь ρ_s — плотность за ударной волной, δ — толщина ударного слоя в переменной x .

Температура газа на фронте ударной волны известна из условий Гюгонио. При постановке граничного условия для излучения будем считать, что лучистый поток от внешней по отношению к слою среды равен нулю. Это означает, что газ перед фронтом считается неизлучающим, а поверхность обтекаемого тела не отражает, и ее температура много меньше температуры газа, так что собственным излучением стенки также можно пренебречь. Формулируя это условие в рамках диффузионного при-

ближения, получим

$$T = T_s, \quad S = \frac{1}{2}cU \quad (x = \delta_i, \quad i = 0, 1)$$

$$S = -\frac{1}{2}cU \quad (x = 0) \quad (5)$$

Предположим, что коэффициент поглощения имеет степенную зависимость от температуры

$$\kappa = \kappa_0 T^n \quad (n > 0) \quad (6)$$

В приближении оптически тонкого слоя $q^0 = \kappa U_p$ и уравнение энергии отделяется от радиационных уравнений. Заменяя переменную x на η , получим

$$\text{рис. } p \frac{T_s}{T} \frac{dT}{d\eta} + 4\kappa_0 \sigma T^{4+n} = 0, \quad \left(\frac{T_s}{T} = \frac{\rho}{\rho_s} \right) \quad (7)$$

Переходя к безразмерным переменным $T = T^* T_s$, $\eta = \eta^* \eta_i$ и опуская звездочки, имеем

$$\left(\frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \right)_i \frac{1}{T} \frac{dT}{d\eta} + 4k_i \Gamma T^{4+n} = 0 \quad (8)$$

$$k_i = \kappa_0 T_s^n \eta_i, \quad \Gamma = \frac{\sigma T_s^4}{\rho_\infty u_\infty c_p T_s}, \quad \left(\frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \right)_i = -\eta^i \quad (9)$$

Решение уравнения (8) с начальным условием $T = 1$ при $\eta = 1$ имеет вид

$$T_0^{4+n} = \frac{1}{1 + m_0(1 - \eta)}, \quad T_1^{4+n} = \frac{1}{1 - m_1 \ln \eta} \quad (m_i = 4(4+n)k_i \Gamma) \quad (10)$$

Выражения для потока излучения через правую границу слоя $S_i(0)$ упрощаются с учетом неравенства $4 + n \gg 1$ и имеют вид

$$S_0(0) = -2k_0 \sigma T_s^4 \frac{1}{m_0} \ln(1 + m_0) \quad (11)$$

$$S_1(0) = -2k_1 \sigma T_s^4 \frac{1}{m_1} \exp \frac{1}{m_1} Ei \left(-\frac{1}{m_1} \right) \quad (12)$$

Обозначим

$$f_0(x) = x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right), \quad f_1(x) = x e^x Ei(x), \quad x = \frac{1}{m}$$

Функции f_0 и f_1 приведены на фиг. 1. Приравнявая (11) и (12), можно получить связь между толщинами η_0 и η_1 плоского и ударного слоев, потоки излучения от которых в точности равны. Однако, учитывая приближенную постановку задачи, этого делать не нужно, поскольку величины $f_0(x)$ и $f_1(x)$ при одинаковых x отличаются незначительно. Таким образом, для сравнения излучения плоского и ударного слоев следует принять критерий:

$$\eta_0 = \eta_1 \quad (13)$$

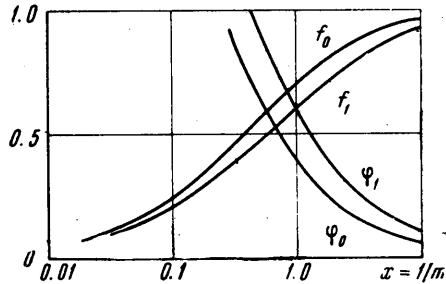
Рассмотрим теперь связь между толщинами слоев в исходных переменных. Получим

$$\frac{\delta_0}{\eta_0} = \frac{4+n}{3+n} \frac{1}{m_0} \{ (1+m_0)^{(3+n)/(4+n)} - 1 \} \quad (14)$$

$$\frac{\delta_1}{\eta_1} = \frac{1}{m_1} e^{1/m_1} Ei \left(\frac{1}{m_1} \right) \quad \left(\alpha = \frac{1}{4+n} \right) \quad (15)$$

Величина δ_i / η_i характеризует изменение толщины слоя в результате радиационного охлаждения. При $m \rightarrow 0$ $\delta_i / \eta_i \rightarrow 1$, при $m \rightarrow \infty$ $\delta_i / \eta_i \rightarrow 0$. Для промежуточных m величины

$$\varphi_i = \left(1 - \frac{\delta_i}{\eta_i} \right) (4+n) \quad (i = 0, 1)$$



Фиг. 1

полученные из (14), (15) с учетом $\alpha \ll 1$ (с точностью до α^2) для ограниченных m , приведены на фиг. 1. Видно, что различие δ_0 и δ_1 при одинаковых η_i невелико. Поэтому для простоты критерий сравнения (13) можно заменить условием равенства толщин слоев в исходных переменных

$$\delta_0 = \delta_1 \quad (16)$$

При этом $\eta_0 < \eta_1$ и различие лучистых потоков несколько увеличивается.

Следует заметить, что вывод о близости величин лучистых потоков от плоского и ударного слоев в приближении оптически тонкого газа получен для произвольной величины радиационного охлаждения, характеризуемого в данном случае параметром m_i . Это, грубо говоря, объясняется тем, что профили температур (см. формулы (10)) при $m_0 = m_1$ различаются существенно лишь в небольшой окрестности правой границы слоя. Поэтому радиационные потоки, пропорциональные площадям под этими кривыми, близки между собой.

При произвольной оптической толщине слоя аналитическое решение нелинейной задачи (3)–(5) получить трудно. Заметим, однако, что при учете поглощения различие потоков излучения от плоского и ударного слоя, показанное на фиг. 1, вообще говоря, должно уменьшиться, поскольку поглощение способно лишь уменьшить зависимость процесса высвечивания частицы газа от режима ее движения. Решение задачи (3)–(5) можно построить, когда излучение слабо влияет на температуру. Это решение не претендует на точность, однако позволяет выяснить качественные свойства течения и, в частности, проанализировать свойства решения в окрестности критической точки, которая является особой для уравнений (3). Для простоты не будем учитывать влияние радиационного охлаждения на толщину слоя ($x \equiv \eta$) и зависимость коэффициента поглощения от температуры ($n = 0$).

Переходя в (3)–(5) к безразмерным переменным,

$$T = T^* T_s, \quad x = x^* \delta, \quad S = \sigma T_s^4 S^*, \quad U = \frac{4\sigma T_s^4}{c} U^*$$

и опуская звездочки, получим

$$x^i \frac{dT}{dx} = \Gamma \frac{dS}{dx}, \quad \frac{dS}{dx} = 4k(T^4 - U), \quad \frac{dU}{dx} = -\frac{3}{4} kS \quad (17)$$

Граничные условия запишутся так:

$$\begin{aligned} T &= 1, & S &= 2U & (x &= 1) \\ S &= -2U & & & (x &= 0) \end{aligned} \quad (18)$$

Для линеаризации системы (17) введем новую переменную $V = T^4$.

Полагая $V^{3/4} = \text{const}$ и обозначая $m = 16\Gamma k V^{3/4}$, получим линейную систему

$$x^i \frac{dV}{dx} = m(V - U), \quad \frac{dS}{dx} = 4k(V - U), \quad \frac{dU}{dx} = -\frac{3}{4} kS \quad (19)$$

Решение задачи (18), (19) при любых значениях параметров m и k можно получить в явном виде для плоского слоя ($i = 0$) и в рядах для ударного слоя ($i = 1$). Однако ввиду громоздкости выражений это не делается, а рассматривается сразу случай оптически толстого слоя $k \gg 1$. Тогда система (19) приобретает малый параметр при производных и нужно использовать методику построения решений типа пограничного слоя. В нулевом приближении при $k \gg 1$ получаем

$$U = V, \quad S = 0 \quad (20)$$

Очевидно, решение (20) не удовлетворяет граничным условиям (18). Поэтому вблизи границ $x = 0$ и $x = 1$ необходимо построить другие решения, удовлетворяющие (18) и переходящие в (20) при удалении от границ.

Вблизи границы $x = 1$ преобразуем независимую переменную $kx = k - t$. Коэффициент при производной в первом уравнении (19) будет равен $(k - t)^i k^{1-i}$, а поскольку $t \ll k$, его можно положить равным k

$$k \frac{dV}{dt} + m(V - U) = 0, \quad \frac{dS}{dt} + 4(V - U) = 0, \quad \frac{dU}{dt} = \frac{3}{4} S \quad (21)$$

Уравнения не зависят от i , поэтому для плоского и ударного слоя в окрестности фронта ударной волны получим одно и то же решение, которое после удовлетворения граничным условиям

$$t = 0, \quad V = 1, \quad S = 2U; \quad t \rightarrow \infty \quad U = V, \quad S = 0$$

имеет вид (для простоты пренебрегаем членами порядка $(m/k)^2$)

$$\begin{aligned} V &= 1 - M(1 - e^{-\lambda t}), & l &= 1 + \frac{2}{3}\lambda \\ U &= 1 - M - \frac{1}{l}(1 - M)e^{-\lambda t}, & \lambda &= \sqrt{3} - \frac{m}{k} \\ S &= \frac{4}{3} \frac{\lambda}{l}(1 - M)e^{-\lambda t}, & M &= \frac{m}{k\lambda l} \end{aligned} \quad (22)$$

Если пренебречь членом M в предэкспоненциальном множителе у S и U , положить $\lambda = \sqrt{3}$, $l = 2$, то получим решение Я. Б. Зельдовича [8]. Температура газа за счет высвечивания вперед падает на величину M .

Вблизи правой границы $x = 0$ система (19) относительно оптической координаты $\tau = kx$ запишется так:

$$\tau^i k^{1-i} \frac{dV}{d\tau} = m(V - U), \quad \frac{dS}{d\tau} = 4(V - U), \quad \frac{dU}{d\tau} = -\frac{3}{4}U \quad (23)$$

Решение для плоского слоя ($i = 0$) с граничными условиями $S = -2U$ при $\tau = 0$ и $S = 0$, $U = V = 1 - M$ при $\tau \rightarrow \infty$ имеет вид (в том же приближении по m/k , что и решение (22))

$$V = 1 - M(1 + e^{-\lambda\tau}), \quad U = 1 - M - \frac{1}{l}(1 - M)e^{-\lambda\tau}, \quad S = \frac{-4}{3} \frac{\lambda}{l}(1 - M)e^{-\lambda\tau} \quad (24)$$

Рассмотрим некоторые свойства особой точки $\tau = 0$ в случае ударного слоя ($i = 1$). Из первого уравнения следует, что условие ограниченности температуры газа на стенке имеет вид $V = U$. Таким образом, в критической точке состояние газа должно быть равновесным в интегральном смысле: количество излучаемой энергии равно количеству поглощаемой; хотя угловое распределение излучения существенно анизотропно. Этот факт отмечался в [5]. Далее, второе граничное условие (18) имеет вид

$$S(0) = -2U(0) = -2V(0) \quad (25)$$

т. е. поток излучения в критической точке определяется только температурой стенки. Покажем, что условие (25), вытекающее из диффузионного приближения, не согласуется с физическими свойствами течения. Пусть распределение температуры имеет вид $V = 1 + (V(0) - 1)e^{-a\tau}$, где a^{-1} — характерная длина изменения температуры вблизи стенки. Поток излучения S от полупространства равен

$$\frac{1 + S}{1 - V(0)} = \frac{2}{a} \left[1 - \frac{\ln(1 + a)}{a} \right] \quad (26)$$

Пусть $T(0) = 1/2$, $a = \sqrt{3}$. Тогда из (25) $S(0) = -1/3$, а из (26) $S(0) = -1/2$. При уменьшении a^{-1} , очевидно, должно быть $S(0) \rightarrow -1$. Этому условию удовлетворяет (26), но не (25). Поэтому в дальнейшем в качестве граничного условия на стенке примем $S(0) = -s_w$, где s_w — свободный параметр ($0 \leq s_w \leq 1$). При слабом охлаждении излучением $s_w \sim 1$. Разумеется, указанная особенность имеет лишь количественный характер и не снимает законности применения диффузионного приближения для качественного анализа излучающего течения в окрестности критической точки.

Итак, граничные условия для искомого решения системы (23) при $i = 1$ имеют вид

$$\begin{aligned} V = U = 1 - M, & \quad S = 0 & (\tau \rightarrow \infty) \\ S = -s_w & & (\tau = 0) \end{aligned} \quad (27)$$

Укажем еще одну важную особенность задачи (23), (27). Если в случае плоского слоя решения (22), (24) относительно оптической координаты зависят от параметра $m/k \sim \Gamma$, то решение задачи (23), (27) зависит только от m . Иначе говоря, для течения в окрестности критической точки влияние увеличения коэффициента поглощения k полностью аналогично (относительно оптической переменной τ) влиянию увеличения параметра Γ , характеризующего степень высвечивания газа. Поэтому можно ожидать, что с увеличением k при фиксированном Γ температура газа на стенке стремится к нулю, как при полном высвечивании. Это обстоятельство отмечалось в работах [2, 4] на основе анализа интегро-дифференциального уравнения энергии для осевой линии тока.

Для получения решения задачи (23), (27) преобразуем систему (23) к одному уравнению

$$\tau v'' + (2 - m)v' - 3\tau v \leq 0, \quad v = V' \quad (28)$$

Используя стандартные методы построения асимптотических решений линейных уравнений [9], получим решения (28) для малых и больших τ , и склеим их при некотором среднем значении τ^0 . Возвращаясь к исходным переменным V , U и S и удовлетворяя граничным условиям (27), получим:

$$\begin{aligned} V &= 1 - M - \frac{m}{4\tau} S^*(1 + O(\tau^{-1})) \\ U &= 1 - M - \frac{1}{4}\sqrt{3}S^*(1 + O(\tau^{-1})) \\ -S &= S^*(1 + O(\tau^{-1})), \quad S^* = S^0 \left(\frac{\tau}{\tau^0}\right)^{1/2 m} e^{\sqrt{3}(\tau^0 - \tau)} \end{aligned} \quad (29)$$

при $0 \leq \tau \leq \tau^0$

$$\begin{aligned} V &= V(0) + \frac{3}{4} s_w \frac{m}{m-1} \tau + C \left(\frac{\tau}{\tau^0}\right)^m + O(\tau^\beta) \\ U &= V(0) + \frac{3}{4} s_w \tau + O(\tau^\beta) \\ -S &= s_w \left(1 - \frac{3}{2} \frac{\tau^2}{m-1}\right) - C \frac{4\tau^0}{m+1} \left(\frac{\tau}{\tau^0}\right)^{m+1} + O(\tau^{\beta+1}) \\ \beta &= \min[3, m+2] \end{aligned} \quad (30)$$

При $m = 1$ решение (30) имеет другой вид. Склейка решений (29) и (30) при $\tau = \tau^0$ дает выражения для S^0 , $V(0)$, C

$$\begin{aligned} V(0) &= 1 - M - \frac{1}{4}\sqrt{3}s_w(\varphi + \sqrt{3}\tau^0) \\ C &= \frac{m+1}{4\tau^0} s_w \left(1 - \varphi - \frac{3}{2} \frac{\tau^{02}}{m-1}\right), \quad \varphi = \frac{S^0}{s_w} = \frac{m+1 - 3/2\tau^{02}}{1 + \sqrt{3}\tau^0} \end{aligned} \quad (31)$$

Рассмотрим некоторые свойства решения. Отметим прежде всего, что при наличии поглощения температура в критической точке $V'(0)$ отлична от нуля и уменьшается с увеличением параметра m . Далее, условие конечности температуры приводит к нерегулярному предельному переходу при $m \rightarrow 0$, как и в случае течения релаксирующего газа [10]. В самом деле, при $m \rightarrow 0$, $\tau \neq 0$ при $V \equiv 1$, а

$$V(0) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} s_w \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tau^{02}}{1 + \sqrt{3}\tau^0}\right) < 1$$

Заметим, что при $m > 1$ изменение температуры вблизи стенки близко к линейному, а при $m < 1$ производная T неограниченно возрастает, т. е. имеет место подслоя аналогично случаю релаксации [10].

Вывод о ненулевом значении температуры газа в критической точке при наличии поглощения можно сделать и непосредственно из анализа системы (23) (не пользуясь диффузионным приближением, т. е. последним уравнением (23)). Пусть $V(0) = 0$. Тогда и $U(0) = 0$, а следовательно, и $S(0) = 0$ ¹, что следует из определения плотности излучения U и потока излучения S через интенсивность излучения. Поскольку вблизи стенки $S \leq 0$, а при $\tau \rightarrow \infty$ и $\tau = 0$, $S = 0$, функция $S(\tau)$ имеет минимум, т. е. вблизи стенки $dS/d\tau < 0$. Тогда из первых двух уравнений (23) следует: $dV/d\tau < 0$, т. е. температура растет при приближении к стенке, что невозможно, так как по предположению $V(0) = 0$. Очевидно, это рассуждение справедливо при ограниченных m .

Сравним потоки лучистой энергии от плоского слоя (24) и ударного слоя (30), (31). Полагая в (31) $s_w = 2V(0)$, получим при малых m ($\tau^0 \ll 1$).

$$-S_0 = 1 - M, \quad -S_1 = 1 - M - 1/2m \quad (32)$$

Поток энергии от ударного слоя меньше по абсолютной величине, чем от плоского слоя. При малых m это различие невелико.

2. Сравнение лучистых потоков с результатами работы [6]. В работе [6] решена задача гиперзвукового обтекания заглушенного тела вязким теплопроводным газом при наличии излучения. Учитывалось только излучение в непрерывном спектре частот; вклад молекулярного поглощения оказался несущественным. Представлены результаты расчетов при двух значениях скорости набегающего потока для высоты полета $H = 61$ км. Лучистые и конвективные потоки вычислялись в результате решения совместной интегро-дифференциальной системы уравнений движения газа

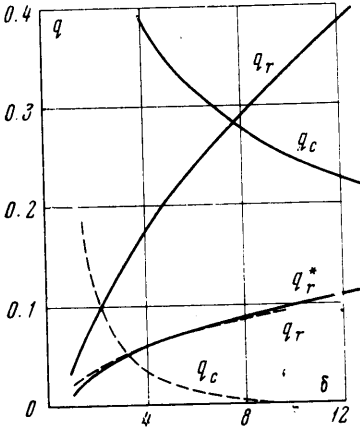
¹ Очевидно, этот случай может реализоваться лишь для распределения температуры при $a \ll 1$ (см. формулу (26)).

и переноса радиации. Данные приведены в зависимости от радиуса кривизны затупления. Здесь проводится сравнение лучистых и конвективных потоков тепла на тело для обоих вариантов, представленных в [6]:

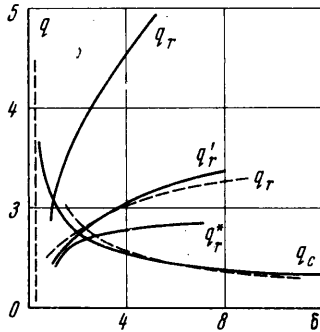
1) $u_\infty = 10.5 \text{ км/сек}$, $p_\infty = 2.234 \cdot 10^{-4} \text{ атм}$ (Фиг. 2)

2) $u_\infty = 15.25 \text{ км/сек}$, $p_\infty = 2.234 \cdot 10^{-4} \text{ атм}$ (Фиг. 3)

Для оценки толщины ударного слоя взято $\delta/R = 0.05$, что соответствует гиперзвуковому обтеканию равновесным воздухом. В данной работе лучистые потоки вычислялись методом работы [1] для тех же, что и в [6] условий набегающего потока и для плоского слоя толщины δ . Конвективные тепловые потоки вычислялись по кор-



Фиг. 2



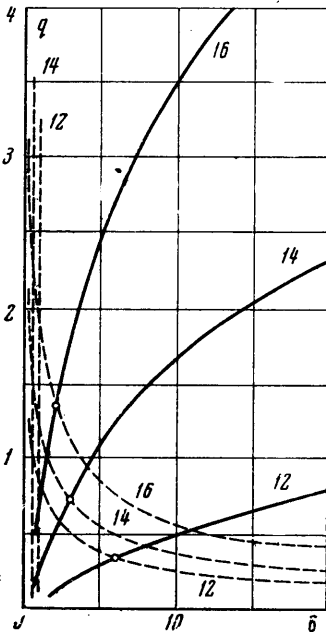
Фиг. 3

реляционной формуле работы [7], в которой использованы упрощения: $h_s \gg h_w$, $Le = 1$, $(\rho_w \mu_w / \rho_s \mu_s)^{0.1} = 1$. Формула имеет вид

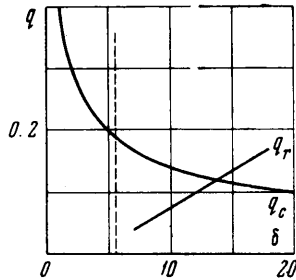
$$q_c = 0,94 (\rho_s \mu_s)^{0.5} h_s \sqrt{(du_e / dx)_s} \quad (33)$$

На фиг. 2 и 3 приведены лучистые q_r и конвективные q_c потоки тепла (в кВт/см^2) в критическую точку в зависимости от толщины ударного слоя δ (в см). Сплошные линии — результаты данной работы, пунктирные линии — результаты работы [6].

Символом q_r^* обозначен вклад непрерывного спектра в полный поток лучистой энергии, вычисленный по методу работы [1]. Вертикальная пунктирная линия отмечает толщину зоны релаксации. Из фиг. 2 следует, что величина q_r^* очень близка к результатам работы [6]; небольшое расхождение при малых δ объясняется тем, что в [1] учтена зона релаксации, приводящая к уменьшению излучающей области ударного слоя. Сильное расхождение конвективных потоков связано с тем, что в [6] учитывается вдув на стенке, который очень слабо влияет на лучистый тепло-



Фиг. 4

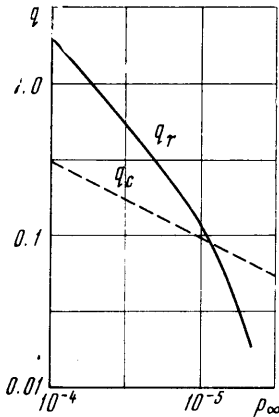


Фиг. 5

обмен. На фиг. 3 q_r^* лежит несколько ниже данных работы [6]. Это объясняется различной величиной радиационного охлаждения в работах [1, 6]. При учете вклада лл-

ний газ за счет выхода излучения охлаждается гораздо сильнее, чем при учете только вклада непрерывного спектра, а с уменьшением температуры лучистый поток, естественно, уменьшается. Были проведены также расчеты излучения плоского слоя без учета вклада линий; результаты представлены кривой q_r' . Видно, что q_r' лежит очень близко к данным работы [9]. Конвективные потоки также различаются слабо. Отметим, что в обоих случаях вклад линий в полный поток излучения весьма важен.

3. Лучистый и конвективный потоки тепла к критической точке. На основе расчетов по методу работы [4] проводится сравнение радиационного и конвективного потоков тепла к критической точке затупленного тела при различных скоростях и давлениях набегающего потока. На фиг. 4 представлена зависимость q_r (сплошные линии) и q_c (пунктирные линии) от толщины ударного слоя δ для $u_\infty = 12, 14, 16$ км/сек и $p_\infty = 10^{-4}$ атм. Из (33) следует, что q_c пропорционален $1/\sqrt{\delta}$. Величина q_r с ростом δ возрастает. Толщина слоя δ , при которой $q_r = q_c$,



Фиг. 6

На фиг. 5 проведено сравнение q_r и q_c для $u_\infty = 14$ км/сек, $p_\infty = 10^{-5}$ атм. Предыдущий вывод сохраняется и здесь, хотя он не столь четко выражен, как при $p_\infty = 10^{-4}$ атм. Зависимость q_r и q_c от p_∞ для $u_\infty = 14$ км/сек и $\delta = 15$ см (что соответствует радиусу кривизны затупления $R = 3$ м) представлена на фиг. 6. С увеличением высоты q_c становится больше q_r .

Проведенные оценки позволяют судить о роли линейчатого излучения в радиационном нагреве тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком, а также о соотношении между q_r и q_c в рассмотренном диапазоне параметров u_∞ , p_∞ и δ . При увеличении u_∞ и p_∞ различие между лучистыми потоками от плоского и ударного слоев, по-видимому, будет увеличиваться.

Более точные значения радиационных потоков могут быть получены лишь в результате решения двумерной задачи обтекания тела. Такая задача в настоящее время решается авторами.

НИИ механики МГУ

Поступило 3 VI 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Лагарьков А. Н., Стулов В. П., Теленин Г. Ф., Шациро Е. Г., Якубов И. Т. Течение воздуха за фронтом сильной ударной волны с учетом неравновесной ионизации и излучения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 6, стр. 46.
2. Лунев В. В., Мурзинов И. Н. Влияние излучения на течение в окрестности критической точки тупого тела. ПМТФ, 1961, № 2, стр. 26.
3. Гулард Р. Предварительное исследование влияния излучения на сжатый слой за отошедшей ударной волной. Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 3, стр. 105.
4. Томас П. Предположение о прозрачности в гиперзвуковой динамике излучающего газа. Ракетная техника и космонавтика, 1965, № 8, стр. 34.
5. Вертущкин В. К., Жигулев В. Н. О влиянии излучения на течение в области критической точки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2, стр. 30.
6. Хошизаки Х., Уилсон К. Конвективный и лучистый теплообмен при входе со сверхорбитальной скоростью. Ракетная техника и космонавтика, 1967, № 1, стр. 29.
7. Фэй Дж., Ридделл Ф. Теоретический анализ теплообмена в лобовой точке, омываемой диссоциированным воздухом. Сб. Проблемы движения головной части ракет дальнего действия, М., Изд-во иностр. лит., 1959.
8. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Физматгиз, 1963.
9. Трикоми Ф. Дж. Дифференциальные уравнения. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
10. Стулов В. П. Неравновесное обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком воздуха. Fluid Dynamics Transactions, vol. 3, edited by Fiszdon W., Kucharczyk P., Prosnak W. J. Warszawa, 1967.