

СТРУКТУРА СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ В ОДНОАТОМНОМ ГАЗЕ

Е. М. ШАХОВ

(Москва)

В работе автора [1] предложен способ аппроксимации бoльцмановского интеграла столкновений. В работе [2] этот способ применен к случаю псевдомаквелловских молекул, когда частота столкновений не зависит от относительной скорости сталкивающихся молекул. В результате получается последовательность кинетических уравнений, аппроксимирующих уравнение Больцмана, в которой содержится известное уравнение Крука [3, 4], обобщенное уравнение Крука с правильным числом Прандтля и т. д. В данной работе это обобщенное уравнение Крука, т. е. по терминологии [2] аппроксимирующее уравнение неполного третьего приближения для уравнения Больцмана в случае псевдомаквеллова газа, применяется к решению проблемы о структуре плоского скачка уплотнения.

Ранее эта задача в точной постановке для уравнения Крука была решена численно в работах [5, 6] для волн любой интенсивности и в работе [7] для чисел Маха набегающего потока  $M \leq 2$ . Аналитическое исследование характера поведения решения уравнения Крука и асимптотического закона поведения макропараметров было выполнено в [8].

В данной работе задача о структуре ударного слоя для обобщенного уравнения Крука, дающего правильное число Прандтля, решается численно. Интегрированием по компонентам скоростей молекул, перпендикулярным средней скорости потока, как в [7], уравнение сводится к системе двух уравнений, которая затем решается методом интегральных итераций того же вида, что и в [5, 6]. В отличие от [5, 6], однако, построение каждой итерации выполнялось путем непосредственного интегрирования дифференциальных уравнений при фиксированном значении молекулярной скорости и вычислении соответствующего вклада в интегральные суммы первых моментов одновременно для всех значений физической координаты. В качестве нулевого приближения использовалось решение Беккера с постоянным коэффициентом вязкости. Выбранный метод был применен сначала к модели Крука, а затем к аппроксимирующему уравнению следующего приближения.

Сходимость итерационного процесса оказалась очень медленной, причем скорость сходимости уменьшается при стремлении числа Маха набегающего потока к единице. Показано, что влияние числа Прандтля проявляется несколько сильнее, чем в соответствующих решениях уравнений Навье — Стокса. Показано также, что решение уравнений Навье — Стокса для структуры ударной волны с постоянными коэффициентами вязкости и теплопроводности, вычисленными по температуре за ударной волной, количественно очень близко к решению задачи по кинетическому уравнению.

1. Структуру плоского ударного слоя будем изучать на основе уравнения (см. [2]).

$$\xi_x \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{p}{\mu} (f^+ - f) \tag{1.1}$$

$$f^+ = f^{(0)} \left\{ 1 + \frac{4}{5} (1 - \sigma) S_x c_x \left( c^2 - \frac{5}{2} \right) \right\}$$

$$f^{(0)} = \frac{n}{(2\pi RT)^{3/2}} e^{-c^2}, \quad c_x = \frac{\xi_x - u}{\sqrt{2RT}}$$

$$c^2 = \frac{(\xi_x - u)^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{2RT}, \quad nu = \int \xi_x f d\xi$$

$$p = nkT = \frac{2}{3} RT \int c^2 f d\xi$$

$$S_x = \frac{1}{n} \int c_x c^2 f d\xi$$

Здесь  $f(x, \xi)$  — функция распределения,  $f^{(0)}$  — локально-маквелловская функция,  $n$  — числовая плотность,  $T$  — температура,  $u$  — средняя скорость потока, направленная вдоль оси  $x$ ,  $p$  — давление,  $\mu$  — коэффициент вязкости газа,  $\sigma$  — число Прандтля. Ниже будут рассматриваться лишь случаи  $\sigma = 1$  и  $\sigma = 2/3$ .

Задача о структуре скачка уплотнения ставится как краевая задача об отыскании решения уравнения (1.1) на бесконечном интервале  $-\infty < x < +\infty$ , удовлет-

входящего предельным условиям

$$f \rightarrow f_+^{(0)} = \frac{n_+}{(2\pi RT_+)^{3/2}} e^{-c_+^2} \quad (x \rightarrow +\infty)$$

$$f \rightarrow f_-^{(0)} = \frac{n_-}{(2\pi RT_-)^{3/2}} e^{-c_-^2} \quad (x \rightarrow -\infty)$$
(1.2)

Индекс плюс относится к параметрам на  $+\infty$ , индекс минус к параметрам на  $-\infty$ .

Как показано в [2], уравнение (1.1) представляет собой аппроксимирующее уравнение неполного третьего приближения для уравнения Больцмана, если частота столкновений молекул не зависит от относительной скорости сталкивающихся молекул и равна  $p/\mu$ . Это означает, что если найдено решение уравнения  $f(x, \xi)$ , то моменты этой функции, представляющие собой плотность, скорость, давление, температуру, а также напряжение и тепловой поток, будут удовлетворять соответствующим точным моментным уравнениям, полученным из уравнения Больцмана.

Приступая к решению поставленной задачи, перейдем к безразмерным переменным, определенным формулами

$$n' = \frac{n}{n_-}, \quad T' = \frac{T}{T_-}, \quad \xi' = \frac{\xi}{\sqrt{2RT_-}}$$

$$u' = \frac{u}{\sqrt{2RT_-}}, \quad x' = \frac{x}{\lambda_-}, \quad f' = \frac{(2RT_-)^{3/2}}{n_-} f, \quad \mu' = \frac{\mu}{\mu_-}, \quad \lambda_- = \frac{1}{\sqrt{2} n_- \pi d_-^2}$$

Здесь  $\lambda_-$  — средняя длина свободного пробега молекул в набегающем потоке.  $d_-$  — средний диаметр молекул, определяемый по частоте столкновений  $p_-/\mu_-$ .

Уравнение (1.1) в безразмерных переменных переписывается в виде (штрихи опущены)

$$\xi_x \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\tau} (f^+ - f)$$

$$f^+ = f^{(0)} \left\{ 1 + \frac{4}{5} (1 - \sigma) S_x c_x \left( c^2 - \frac{5}{2} \right) \right\}$$

$$f^{(0)} = \frac{n}{(\pi T)^{3/2}} e^{-c^2}, \quad c_x = \frac{\xi_x - u}{\sqrt{T}}, \quad c^2 = \frac{(\xi_x - u)^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{T}, \quad S_x = \frac{1}{n} \int c_x c^2 f d\xi$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{p}{\mu} \frac{\lambda_-}{\sqrt{2RT_-}} = \frac{8}{5} \frac{T}{\sqrt{\pi}} \frac{n}{\mu}$$
(1.3)

При выводе выражения для безразмерной частоты столкновений  $1/\tau$  использовано первое приближение коэффициента вязкости по методу Энского — Чепмена [9].

Предельные условия (1.2) в безразмерных переменных принимают вид

$$f \rightarrow f_+^{(0)} = \frac{n_+}{(\pi T_+)^{3/2}} e^{-c_+^2} \quad (x \rightarrow +\infty)$$

$$f \rightarrow f_-^{(0)} = \frac{1}{\pi^{3/2}} e^{-c_-^2} \quad (x \rightarrow -\infty)$$
(1.4)

По сравнению с уравнением Крука ( $\sigma = 1$ ) в уравнение (1.3) кроме макропараметров  $n, u, T$  входит еще величина  $S_x$ . Если эти величины определены из каких-либо соображений, то функция распределения находится в виде интеграла. В дальнейшем будем интересоваться только макроскопическими характеристиками потока.

Для уменьшения числа уравнений, определяющих макропараметры, воспользуемся уравнениями сохранения потоков массы, импульса и энергии

$$nu = u_-, \quad nu^2 + P_{11} = u_-^2 + \frac{1}{2}$$

$$u \left( nu^2 + \frac{3}{2} nT + 2P_{11} \right) + 2q = u_- \left( u_-^2 + \frac{5}{2} \right)$$
(1.5)

Здесь

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \int v_x^2 f d\xi & P_{\perp} &= P_{22} + P_{33} = \int (v_y^2 + v_z^2) f d\xi \\
 p &= 1/3(P_{11} + P_{22} + P_{33}) = 1/2 nT, & p_{11} &= P_{11} - p \\
 q &= \frac{1}{2} \int v_x v^2 f d\xi = \frac{1}{2} nT^{3/2} S_x \\
 v_x &= \xi_x - u, & v_y &= \xi_y, & v_z &= \xi_z
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

Использование уравнений сохранения (1.5) сокращает число независимых макроскопических величин до двух. В качестве этих последних примем  $n(x)$  и  $P_{\perp}(x)$ .

2. Уравнение (1.3) для функции распределения  $f(x, \xi)$ , относительно которой можно предположить, что в силу одномерности течения и вида предельных условий она зависит от  $x, \xi_x, \xi_y^2 + \xi_z^2$ , сводится к системе уравнений относительно двух функций, зависящих только от  $x$  и  $\xi_x$ . Введем, следуя [7], вместо  $f$  две функции

$$\varphi(x, \xi_x) = \int f d\xi_y d\xi_z, \quad \psi(x, \xi_x) = \int (\xi_y^2 + \xi_z^2) f d\xi_y d\xi_z
 \tag{2.1}$$

Основные макроскопические характеристики выражаются в виде интегралов от этих функций

$$n = \int \varphi d\xi_x, \quad P_{\perp} = \int \psi d\xi_x
 \tag{2.2}$$

Функции  $\varphi$  и  $\psi$  удовлетворяют уравнениям, полученным интегрированием (1.3) по  $\xi_y, \xi_z$  и интегрированием уравнения (1.3), умноженного на  $\xi_y^2 + \xi_z^2$

$$\begin{aligned}
 \xi_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{1}{\tau} (\Phi - \varphi), & \xi_x \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \frac{1}{\tau} (\Psi - \psi) \\
 \Phi &= \varphi^{(0)} \left\{ 1 + \frac{4}{5} (1 - \sigma) S_x c_x \left( c_x^2 - \frac{3}{2} \right) \right\} \\
 \Psi &= \psi^{(0)} \left\{ 1 + \frac{4}{5} (1 - \sigma) S_x c_x \left( c_x^2 - \frac{1}{2} \right) \right\} \\
 \varphi^{(0)} &= \frac{n}{\sqrt{\pi T}} e^{-c_x^2}, & \psi^{(0)} &= T \varphi^{(0)}
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Задача об определении макроскопических характеристик в ударном слое ставится, таким образом, как задача о нахождении интегралов (2.2) от функций  $\varphi, \psi$ , удовлетворяющих уравнениям (2.3) и предельным условиям

$$\begin{aligned}
 \varphi \rightarrow \varphi_+^{(0)} &= \frac{n_+}{\sqrt{\pi T_+}} e^{-c_x^2}, & \psi \rightarrow \psi_+^{(0)} &= T \varphi_+^{(0)} \quad (x \rightarrow +\infty) \\
 \varphi \rightarrow \varphi_-^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-c_x^2}, & \psi \rightarrow \psi_-^{(0)} &= \varphi_-^{(0)} \quad (x \rightarrow -\infty)
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Макропараметры  $u, P_{11}, T, S_x$  определяются из уравнений сохранения (1.7).

3. Для решения системы (1.10) воспользуемся итерационной процедурой типа

$$\xi_x \frac{\partial \varphi_{n+1}}{\partial x} = \frac{1}{\tau_n} (\Phi_n - \varphi_{n+1}), \quad \xi_x \frac{\partial \psi_{n+1}}{\partial x} = \frac{1}{\tau_n} (\Psi_n - \psi_{n+1})
 \tag{3.1}$$

т. е. итерационный процесс тот же самый, что и использованный в [5, 6]. Однако в отличие от цитированных работ для определения  $(n+1)$ -ой итерации по известной  $n$ -ой уравнения (3.1) не сводились к интегралам, а интегрировались непосредственно дифференциальные уравнения. Преимущество такого подхода очевидно — отсутствие экспонент существенно сокращает необходимые затраты машинного времени, а простота и изученность дифференциальных уравнений — время исследователя.

Вычисление интегралов  $n$  и  $P_{\perp}$  производилось по методу Симпсона с шагом  $\Delta \xi_x = 0.5$ , который выбирался, исходя из условия достаточно точного вычисления интегралов от  $\varphi_-^{(0)}$ , наиболее круто изменяющейся функции  $\xi_x$ . Пределы интегри-

рования выбирались из условий на  $+\infty$ , так что

$$-3\sqrt{T_+} < \xi_x < 3\sqrt{T_+} + u_- \quad (3.2)$$

Расчет производился следующим образом. Задавалось нулевое приближение к решению  $n_0(x)$ ,  $u_0(x)$ ,  $T_0(x)$ ,  $S_{x0}(x)$  в определенных пределах по  $x$  от  $x_-$ , соответствующего  $-\infty$ , до  $x_+$ , соответствующего  $+\infty$ . Затем интегрировались по  $x$  уравнения (3.1) при заданном значении  $\xi_x$  и определялась, таким образом, совокупность значений  $\Phi_{n+1}(\xi_x)$  и совокупность  $\Psi_{n+1}(\xi_x)$  одновременно для всех  $x$ . Если  $\xi_x > 0$ , то интегрирование ведется от  $x_-$  с начальными условиями  $\Phi_-^{(0)}$  и  $\Psi_-^{(0)}$ , если  $\xi_x < 0$ , то — от  $x_+$  с начальными значениями  $\Phi_+^{(0)}$ ,  $\Psi_+^{(0)}$ . Для значения  $\xi_x = 0$ , которое выбиралось в качестве узла сетки в соответствии с (3.1) при  $\xi_x = 0$ ,  $d\Phi/dx \neq 0$ ,  $d\Psi/dx \neq 0$  принималось

$$\Phi_{n+1} = \Phi_n, \quad \Psi_{n+1} = \Psi_n \quad (3.3)$$

Вычисленные величины  $\Phi_{n+1}$ ,  $\Psi_{n+1}$  запоминались лишь постольку, поскольку это необходимо для образования соответствующего вклада в интегральную сумму, образованную по формуле Симпсона. Таким образом, величины  $n_{n+1}$ ,  $P_{L,n+1}$  вычислялись одновременно для всех  $x$ .

Интегрирование по  $x$  выполнялось по методу Эйлера с постоянным шагом  $\Delta x = 0.001(x_+ - x_-)$ . Обычно в расчетах принималось  $x_+ = 20$ ,  $x_- = -30$ ,  $\Delta x = 0.05$ . Для чисел  $M_- \gtrsim 10$  пределы по  $x$  необходимо раздвигать шире. После вычисления  $n_{n+1}$ ,  $P_{L,n+1}$  определялись из уравнений сохранения  $u_{n+1}$ ,  $T_{n+1}$ ,  $S_{x,n+1}$  и производился переход к расчету следующей итерации.

4. Нулевое приближение, очевидно, желательно иметь по возможности ближе к ожидаемому решению. Для некоторых достаточно удаленных от решения начальных приближений получение решения может оказаться даже невозможным. Как отмечено в [2], использование авторами газодинамического разрыва в качестве нулевого приближения не привело к успеху. В [3, 6] авторы брали за нулевое приближение решение задачи по уравнениям Навье — Стокса с числом  $\sigma = 1$ , основываясь на том соображении, что для достаточно малых чисел Маха набегающего потока количественное отличие от точного решения должно быть несущественным. С возрастанием  $M_-$  отличие решения по Навье — Стоксу от предсказываемого кинетической теорией возрастает, именно, решение уравнений Навье — Стокса дает более крутой фронт изменения параметров.

Однако этот дефект феноменологического решения в значительной мере можно легко исправить, если обратить внимание на следующее обстоятельство.

Под уравнениями Навье — Стокса для газа в настоящее время обычно понимают не просто феноменологические уравнения, а уравнения, полученные методом Энского — Чепмена из уравнения Больцмана. При этом для выбранной модели молекул определяется зависимость вязкости и теплопроводности от локальной температуры при постоянном числе Прандтля. Обычно эта зависимость возрастающая. При этом оказывается, что при  $M_- \rightarrow \infty$  профиль волны стремится к предельному, причем для предельного профиля область течения сжатия начинается с некоторой точки, а не простирается асимптотически до  $-\infty$  [10, 11]. Это обстоятельство связано с тем, что гиперзвуковой набегающий поток можно считать обладающим нулевой температурой, что приводит к аннулированию коэффициента вязкости.

Зависимость коэффициента вязкости от температуры есть следствие предположения о квазиравновесности течения и о применимости разложения Энского — Чепмена. Однако уравнения Навье — Стокса можно рассматривать и как чисто феноменологические с неизвестным коэффициентом вязкости и постараться выбрать этот последний из некоторых соображений, соответствующих физической сущности явления.

Заранее известно, что ударная волна должна быть толще, чем та, которая получается по уравнениям Навье — Стокса. Чтобы избежать увеличения с возрастанием  $M_-$  крутизны фронта волны в окрестности  $x = -\infty$ , достаточно принять коэффициент вязкости постоянным, зависящим лишь от параметров скачка.

Можно предположить, что вязкость и теплопроводность можно взять такими, которые соответствуют условиям за ударной волной. Для оправдания такого предположения кроме высказанных можно привести еще следующее соображение. С увеличением числа Маха возрастает длина свободного пробега молекул, возрастает роль быстрых молекул, увеличивается область взаимосвязанности отдельных элементарных физических объемов. При таких условиях можно считать, что физические характеристики, в том числе и коэффициент вязкости, определяются не локальным состоянием в точке, а структурой течения в целом. Таким образом, в качестве нулевого приближения целесообразно принять решение уравнений Навье — Стокса с постоянными вязкостью и теплопроводностью, соответствующими условиям за ударной волной. Более того, поскольку небольшие изменения начального приближения не существенны, возьмем за нулевое приближение решение Беккера [12], соот

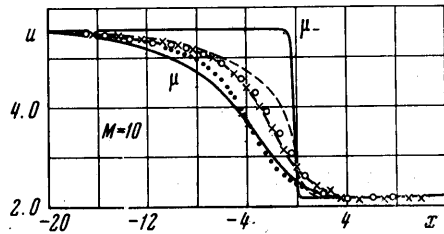
ветствующее число Прандтля  $\sigma = 3/4$

$$x = \frac{5}{8} L \frac{\mu_+}{u_- - u_+} \{u_- \ln(u_- - u) - u_+ \ln(u - u_+)\} - \frac{5}{8} L \frac{\mu_+ u_+}{u_- - u_+} \ln(u_- - u_+) \quad (4.1)$$

$$T = 1 + \frac{2}{5}(u_-^2 - u_+^2), \quad L = \frac{5}{6} \sqrt{\pi}$$

Приводимые ниже результаты расчетов показывают, что решение по Навье — Стоксу с постоянными коэффициентами близко к решению, определяемому кинетическим уравнением.

5. Сходимость последовательных приближений была проанализирована на примере уравнения Крука ( $\sigma = 1$ ) для псевдомаксвелловских молекул, для которых  $\mu = T$  и проиллюстрирована кривыми на фиг. 1, изображающими профили скорости для  $M_- = 10$ . Кривые  $\mu_+$  и  $\mu_-$  соответствуют различным начальным профилям, рассчитанным по формуле (4.1) и по той же формуле с коэффициентом  $\mu_+$ , замененным на  $\mu_-$  (решение Беккера с вязкостью, соответствующей условиям на минус бесконечности). Штриховыми линиями изображена первая, кружочками — пятая, крестиками — десятая, пунктиром — пятнадцатая итерации от крутого фронта  $\mu_-$ . Точками изображены результаты расчетов по пятнадцатой итерации от начальной кривой  $\mu_+$ . Профили скоростей по пятнадцатым итерациям оказываются практически совпадающими, если совместить их точки перегиба.



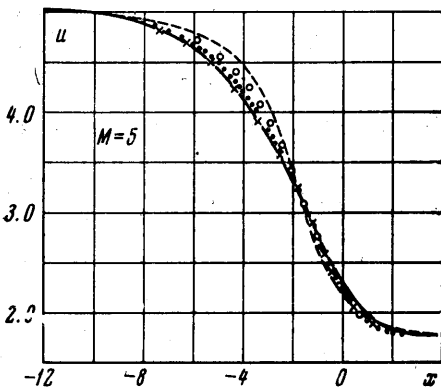
Фиг. 1

Таким образом, для  $M_- = 10$  можно считать, что для получения решения достаточно 15—20 итераций. При этом, как видно из рассмотрения фиг. 1, кривые при  $x \rightarrow \infty$  опускаются несколько ниже предельного значения и затем асимптотически приближаются к пределу снизу. Отклонение вниз от предельного значения значительно больше у кривых, соответствующих итерациям от более крутого начального приближения.

Скорость стремления итераций к решению, очевидно, тем больше, чем дальше итерация отстоит от решения. Однако быстрота сходимости зависит и от интенсивности скачка — с увеличением интенсивности ударной волны скорость сходимости возрастает. Для чисел  $M_- \approx 1.5$ , для которых структура ударного слоя количественно хорошо описывается уравнениями Навье — Стокса, имеется в окрестности решения довольно широкая область очень слабой сходимости. Так, чтобы кривую  $\mu_+$  по формуле (4.1) или кривую  $\mu_-$  перевести в решение, необходимо сделать около ста итераций. Первые же несколько итераций практически воспроизводят начальные приближения.

Дело объясняется тем, что если уравнения Навье — Стокса достаточно хорошо описывают решения, то главным членом в кинетическом уравнении является интеграл столкновений, который определяет и дифференциальную часть уравнения почти для всех молекул, за исключением очень быстрых. Поскольку при  $M \rightarrow 1$  быстрых молекул мало, то процесс итераций становится сомнительным, так как, есть опасность каждый раз получать в качестве решения то, что принято за нулевое приближение. Отклонение от принятой нулевой итерации может происходить исключительно за счет молекул с большой длиной пробега  $\lambda$ , следовательно, если процесс итераций и сходится, то очень медленно. С возрастанием числа Маха доля быстрых молекул возрастает, возрастает и скорость сходимости приближений.

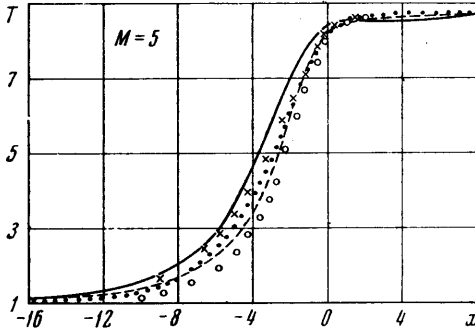
Это же обстоятельство является одной из причин плохой сходимости в окрестности бесконечно удаленных точек, особенно в окрестности  $x = +\infty$ .



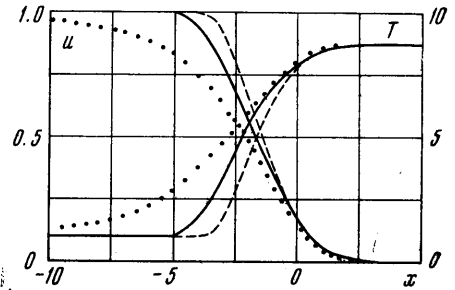
Фиг. 2

Для проверки справедливости получающихся результатов был произведен расчет варианта  $M_- = 10$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = T^{0.816}$ . Сравнение с профилем плотности, приведенным на фиг. 4 работы [6], показывает хорошее совпадение результатов.

6. Результаты расчетов для псевдомаксвеллова одноатомного газа ( $\sigma = 2/3$ ) и сравнение решений для  $\sigma = 1$ ,  $\sigma = 2/3$  и по теории Навье — Стокса с постоянными

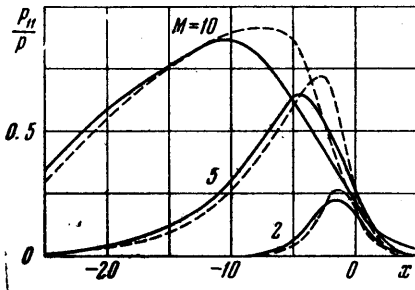


Фиг. 3

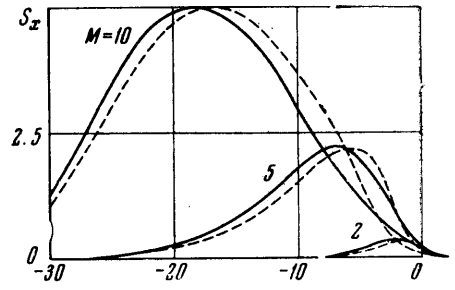


Фиг. 4

коэффициентами вязкости и теплопроводности при  $M_- = 5.0$  представлены на фиг. 2, 3. Точками изображены начальные профили, рассчитанные по формуле (4.1), пунктиром — профили, соответствующие модели Крукса, сплошными линиями — решение для  $\sigma = 2/3$ . Там же для сравнения крестиками ( $\sigma = 2/3$ ) и кружочками ( $\sigma = 1$ ) нанесены результаты расчетов уравнений Навье — Стокса с постоянными коэффициентами. Навье — стоксовские профили совмещены с решениями по кинетическим уравнениям



Фиг. 5



Фиг. 6

в точках  $u = 1/2(u_- + u_+)$ . Расчет решения уравнений Навье — Стокса производился по методу работы [13].

Влияние числа Прандтля согласно уравнению (1.3) проявляется в деформации профилей и в несколько большем сдвиге их друг относительно друга, чем по теории Навье — Стокса. Фиг. 4 иллюстрирует влияние числа Прандтля на решение по уравнениям Навье — Стокса при  $M_- = 5.0$ ; сплошные кривые соответствуют решению для  $\sigma = 2/3$ ,  $\mu = T$ , пунктирные —  $\sigma = 1$ ,  $\mu = T$ , точки —  $\sigma = 3/4$ ,  $\mu = T_+$ . Кривые получены интегрированием уравнений от некоторой точки  $x_0$ , соответствующей  $u_0 = u_+ + \Delta u$  при  $\Delta u = 0.001(u_- - u_+)$ , т. е. совмещены по асимптотике при  $x \rightarrow \infty$ .

Результаты расчетов показывают, что навье — стоксовское решение с постоянными вязкостью и теплопроводностью близко к решению, определяемому по кинетическому уравнению.

Для различных чисел Маха отличие от навье — стоксовских решений проявляется таким образом, как и для  $M_- = 5.0$ . Увеличение числа  $M_-$  приводит к возрастающему влиянию числа  $\sigma$ .

На фиг. 5 изображены распределения величины  $p_{11}/p$  для различных чисел Маха и чисел  $\sigma = 1$  (пунктир),  $\sigma = 2/3$  (сплошные линии), а на фиг. 6 кривые  $S_x$  для тех же условий.

Были выполнены расчеты и для других законов вязкости, в частности для  $\mu = \sqrt{T}$ . Влияние закона вязкости проявляется таким же образом, как и в решениях по теории Навье — Стокса.

Время счета одной итерации на БЭСМ-6  $\sim 5$  сек для  $M_- = 1.5$  и  $\sim 25$  сек для  $M_- = 10$ .

Поступило 18 VII 1968

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шахов Е. М. О приближенных кинетических уравнениях в теории разреженных газов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1.
2. Шахов Е. М. Об обобщении релаксационного кинетического уравнения Крука. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.
3. Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krook M. A model for collision processes in gases. Phys. Rev., 1954, vol. 94, No. 3, p. 511 (Рус. перев.: В сб. «Проблемы современной физики», М., Изд-во иностр. лит., т. 2, 1956).
4. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
5. Liermann H. W., Narasimha R., Chahine M. T. Structure of a plane shock layer. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 11.
6. Chahine M. T. Numerical solution of the complete Krook — Boltzmann equation for strong shock waves. Methods in computational physics, ed. B. Alder. S. Fernbach, M. Rotenberg, 1965, vol. 4.
7. Chu S. K. Kinetic — theoretic description of formation of a shock — waves. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 1,8, pp. 12—22, 1450—1455. (Рус. перев.: В период. сб. перев. иностр. статей «Механика», 1966, № 4, 6.)
8. Любарский Г. Я. К кинетической теории ударных волн. ЖЭТФ, 1961, т. 40, вып. 4, стр. 1050—1057.
9. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1952.
10. Сычев В. В. О гиперзвуковых течениях вязкого теплопроводного газа. ПММ, 1961, т. 25, вып. 4.
11. Шахов Е. М. Течение вязкого, теплопроводного газа в гиперзвуковой ударной волне. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 4.
12. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. 2. М., Физматгиз, 1963.
13. Gilbard D., Paolucci D. The structure of shock waves in continuum theory of fluids. J. Rat. Mech. and Analysis, 1953, vol. 2, No. 4.

## ВЛИЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОБМЕН В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

В. П. СТУЛОВ, Е. Г. ШАПИРО

(Москва)

Проведен анализ теплообмена в критической точке затупленного тела при наличии излучения. Величина потока лучистой энергии бралась из решения задачи об излучении плоского слоя воздуха за прямой ударной волной. На модели серого газа проводится сравнение потоков излучения от плоского слоя и от ударного слоя той же толщины. Показано, что различие геометрии объема и структуры течения внутри слоев слабо влияет на поток лучистой энергии. Построено асимптотическое решение для излучающего течения в окрестности критической точки.

В работе [1] решена задача об излучении плоского слоя воздуха за сильной прямой ударной волной с учетом реального спектра. Здесь результаты работы [1] применены для сравнения роли лучистого и конвективного механизмов переноса тепла к критической точке затупленного тела для высот полета  $H = 60-70$  км, скоростей полета  $u_{\infty} = 10-16$  км/сек и различных размеров тела. Для принятой в [1] модели воздуха оказалось, что излучение становится преобладающим механизмом переноса тепла на тело в тех условиях, когда все химические и ионизационные процессы протекают равномерно.

Анализ течения излучающего газа вблизи критической точки в работах [2-5] проводился на основе приближенного решения интегро-дифференциального уравнения энергии. Показано, что в предельных случаях оптически тонкого и оптически толстого слоев температура газа в критической точке обращается в нуль. Высшие приближения относительно оптически толстого [4] и оптически тонкого [5] слоя позволяют построить физически верное решение с отличной от нуля температурой на стенке  $T_w$ . В данной работе задача решается в рамках диффузионного приближения. Получена явная формула, выражающая  $T_w$  через определяющие параметры задачи.

1. Сравнение лучистых потоков от плоского и ударного слоев на модели серого газа. Попытаемся использовать вычисленные в [1] потоки лучистой энергии для оценки лучистого теплообмена в критической точке. Для этого нужно проанализировать, во-первых, влияние геометрии излучающего объема, во-вторых, влияние структуры газодинамического течения в слоях и условий на стенке.