

ОКОЛОРАВНОВЕСНОЕ ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВОЗДУХА

В. П. ШКАДОВА

(Москва)

Рассмотрена задача обтекания затупленного тела сверхзвуковым потоком воздуха при наличии неравновесных химических реакций, реакций ионизации и неравновесного возбуждения колебательных степеней свободы молекул O_2 и N_2 в околоравновесных условиях. Математические трудности, присущие околоравновесным течениям [1], в данной работе обходятся при помощи специальной неявной разностной схемы. Расчеты проведены для двух типов тел: сферы и скругленного сегмента с углом полураствора 30° .

Вход космического аппарата в верхние слои атмосферы сопровождается сложными физико-химическими процессами, которые происходят в ударном слое вблизи головной части. В зависимости от соотношения между характерным временем химических процессов и характерным временем течения эти процессы можно разделить на близкие к замороженным, неравновесные и близкие к равновесным. С увеличением числа Маха полета, уменьшением высоты и увеличением линейного размера тела происходит переход от околоравновесных течений к околоравновесным.

В настоящее время наиболее хорошо изучены околоравновесные течения и течения с сильно развитой неравновесностью [2]. Переход к околоравновесным условиям ставит свои специфические проблемы. Скорости перехода к равновесию отдельных процессов различны, и это вызывает сильную неоднородность ударного слоя, приводит к образованию максимумов в распределении некоторых компонент и образованию областей с резкими градиентами параметров. В то же время математический анализ этих течений затруднен, что связано с появлением малых коэффициентов перед производными в релаксационных уравнениях.

Ниже исследуются некоторые свойства околоравновесных течений, такие как выход на предельные состояния, вопросы, связанные с бинарным подобием, распределение наиболее важных термодинамических компонент, распределение электронов, в ударном слое.

Отдельные вопросы, связанные с этой проблемой, рассматривались в работах [3-5]. В каждой из этих работ принимались определенные модели газа и использовались специальные способы расчета.

Термодинамическая модель воздуха в данной статье взята из работы [2]. Учитываются процессы диссоциации, ассоциативной ионизации и возбуждение колебательных степеней свободы молекул O_2 и N_2 .

Для решения применяется двухточечная неявная аппроксимация уравнений. Численная схема устойчива и является сравнительно простой в случае многокомпонентной смеси. Она позволила в рамках метода Г. Ф. Теленина исследовать обтекание затупленных тел (сфера, скругленный сегмент) в большом диапазоне чисел Маха и давления набегающего потока.

1. Основные уравнения и метод решения. Система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая течение в ударном слое перед затупленным осесимметричным телом, может быть сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, записанных вдоль лучей $\theta = \text{const}$ [2]. Эта система включает газодинамические уравнения для давления p , плотности ρ , компонент скорости u и v и релаксационные уравнения для химических компонент γ_x (γ_x — массовая доля x -компонента).

Каждое уравнение для γ_x вдоль луча θ имеет вид

$$\frac{d\gamma_x}{d\xi} = \frac{1}{A} (\varepsilon\sigma - a v \gamma_x') \quad \sigma = \sum_j v_{xj} \Phi_j \omega_j^* \quad (1)$$

$$A = u - bv \quad a = \frac{\varepsilon}{\xi\varepsilon + r_T} \quad b = \frac{\xi\varepsilon' + r_T'}{\xi\varepsilon + r_T} \quad f' = \frac{\partial}{\partial\theta}$$

Здесь σ — скорость образования x -компонента, ε — отход ударной волны от тела по лучу θ .

В околоравновесных течениях множитель Φ_j , который характеризует отношение характерного времени течения к времени протекания j -химической реакции, неограниченно возрастает, а множитель ω_j^* , характеризующий отклонение от равновесного протекания j -реакций, убывает. Использование обычных явных методов при

интегрировании уравнения (1) вызывает сильное уменьшение шага интегрирования и решение может стать неустойчивым [6].

Кроме того, в задаче об обтекании тела на поверхности всегда должно выполняться условие непротекания

$$A = u - bv = 0 \quad (2)$$

Это приводит к тому, что при подходе к телу всегда появляются малые коэффициенты перед производными газодинамических функций.

Численную схему решения, которая использовалась в данной работе, покажем на примере одного уравнения. Запишем уравнение (1) в эквивалентном виде

$$\frac{d\gamma_x}{d\xi} = \left[1 + \frac{Ak}{\Psi} \right] \frac{d\gamma_x}{d\xi} - \frac{k}{\Psi} [\epsilon\sigma - av\gamma_x] \quad (3)$$

где k/Ψ — некоторый нормирующий множитель уравнения. Заменяем производную, входящую в правую часть уравнения (3), разностным выражением $\gamma_{x, m+1}^s - \gamma_{x, m}^s / \Delta\xi$ (s — номер итерации). Полученное уравнение будем решать последовательными приближениями, задавая некоторое начальное значение $\gamma_{x, m+1}^0$ и определяя $\gamma_{x, m+1}^1$ интегрированием (3) каким-либо явным методом, точность аппроксимации которого не ниже $O(\Delta\xi^3)$.

В результате итерационного процесса получим решение уравнения (1) в точке $m+1$.

Нормирующие множители вводятся в уравнение таким образом, чтобы соблюдались условия $f_j/\Psi \sim 1$, $kA \sim 1$; это стабилизирует счет при выполнении одной итерации.

Преобразуем подобным образом каждое из уравнений системы [2]. Пусть Y обозначает любую из искомых функций. Тогда получим систему, каждое из уравнений которой будет иметь вид

$$\frac{dY}{d\xi} = \left(1 + \frac{Ak}{\Psi} \right) \frac{Y_{m+1} - Y_m}{\Delta\xi} - \frac{Ak}{\Psi} f_Y \quad (4)$$

Здесь f_Y — правые части исходных уравнений. При $Y = u$, $Y = v$ в этом уравнении следует положить $\Psi = 1$. Уравнение для давления не изменяется, так как оно не содержит малого параметра при производной.

Значения Y^{s+1} определялись путем численного интегрирования системы (4) методом Рунге — Кутты.

Вопросы сходимости итераций, устойчивости счета, выбора шага, нормирующих множителей, порядка аппроксимации разностной схемы исследовались для системы (4) численно. Выяснено, что множитель k , связанный с газодинамическими уравнениями, удобно брать равным $k(\xi) = -1/A(\xi)$ до некоторого $\xi = \xi^*$; а при $\xi^* \leq \xi \leq 0$ считать его постоянным, равным $k = -1/A(\xi^*)$ (в практических расчетах $\xi^* = 0.1 \div 0.05$).

В условиях, далеких от равновесия в уравнениях для плотности и концентраций, можно принять $\Psi = 1$. Система (4) переходит в систему уравнений [2] и до $\xi = \xi^*$ интегрируется обычным образом (методом Рунге — Кутты), а затем для решения (4) применяется итерационный процесс. При этом отпадает необходимость применять экстраполяцию для определения значений параметров в точках поверхности тела.

В околоравновесных условиях значения Ψ подбираются экспериментально. Приводим полученные значения Ψ в зависимости от параметра $p_\infty R_0$.

$p_\infty R_0 = 0.0015$	0.015	0.15	1.5
$\Psi = 1$	3	8	20

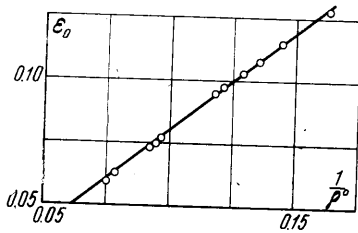
Для воздуха при этих Ψ достаточно три — четыре итерации на шаге, чтобы сохранять общую точность решения $\sim 1-2\%$.

Значения Ψ находятся с определенным произволом; выбор любого Ψ , близкого к табличным, мало влияет на решение.

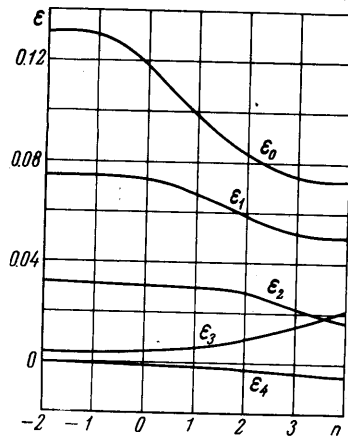
Шаг интегрирования в большей части ударного слоя практически не изменялся при переходе от околоравновесных течений к околоравновесным. Основные изменения шага относятся к областям резких градиентов параметров (это узкие зоны около ударной волны и около тела).

В процессе интегрирования контролировалось выполнение точных соотношений, следующих из уравнений газовой динамики, не используемых в аппроксимирующей системе: выполнение интеграла Бернулли и уравнений материального баланса, равенство расходов на лучах.

2. Результаты расчета. Детальное рассмотрение поведения в околоравновесных условиях характеристик потока многокомпонентной смеси, которую



Фиг. 1



Фиг. 2

представляет собой воздух, позволяет сделать некоторые общие выводы о свойствах околоравновесных течений.

Наиболее характерным параметром при обтекании затупленного тела является отход ударной волны ϵ_0 . В случае совершенного и равновесного газа значение ϵ_0 определяется величиной сжатия потока в ударной волне. В неравновесном течении ϵ_0 сильно зависит от характера релаксационных процессов. Однако все результаты по отходу ударной волны и в этом случае могут быть сведены на единую прямую, изображающую зависимость ϵ_0 от обратной величины

$$\rho^0 = \int_0^1 \rho / \rho_\infty d\xi$$

Она представлена на фиг. 1 вместе с расчетными точками. Расчеты проводились для сферы в условиях $M_\infty = 15$, $p_\infty = 10^{-3}$ атм, $T_\infty = 250^\circ \text{K}$ и $R_0 = 0.15 \div 1500$ см и для тела сегментальной формы с углом полураствора 30° и радиусом скругления в области мицеля 2—3% в условиях $M_\infty = 10 \div 30$, $p_\infty = 10^{-2} \div 10^{-6}$ атм, $T_\infty = 250^\circ \text{K}$ и $R_0 = 200$ см (R_0 — радиус кривизны тела в критической точке).

Прямая на фиг. 1 является универсальной в том смысле, что не зависит от характера релаксационных процессов в газе. Интересно отметить, что наклон ее оканчивается одним и тем же для двух разных по геометрической форме тел — сферы и скругленного сегмента.

На примере обтекания сферы можно проследить, как при увеличении линейного размера происходит постепенный переход величины ϵ_0 и относительной плотности потока ρ / ρ_∞ от расчетных значений, соответствующих совершенному газу, к равновесным значениям (фиг. 2, 3). При подходе к равновесию выходят на предельные значения первые три главных коэффициента в разложении формы ударной волны

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1 \theta^2 + \epsilon_2 \theta^4 + \epsilon_3 \theta^6 + \epsilon_4 \theta^8$$

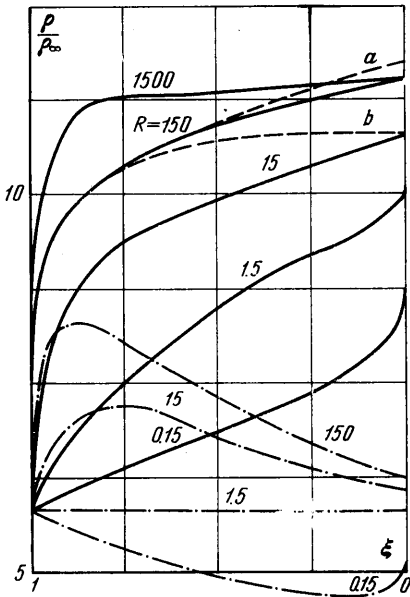
На фиг. 2 значения ϵ_i представлены в зависимости от показателя степени n $R_0 = 0.15 \cdot 10^n$. Аналогичный характер перехода к равновесным значениям имеют газодинамические величины p , u , v , атомарные концентрации O и N, молекулярный кислород O_2 . Как и в случае прямой ударной волны в воздухе [7] распределения концентраций NO, N_2^+ , O_2^+ имеют максимумы внутри слоя, превышающие их равновесные пределы. При переходе к равновесным течениям положение максимумов сдвигается к фронту ударной волны, а численное их значение остается одним и тем же.

Известно, что в течениях с сильно развитой неравновесностью имеет место закон бинарного подобия. В околоравновесных условиях для многокомпонентной смеси, как и для случая одного релаксационного процесса в слое [3], закон бинарного подобия нарушается. Для сферы была проведена серия расчетов со следующи-

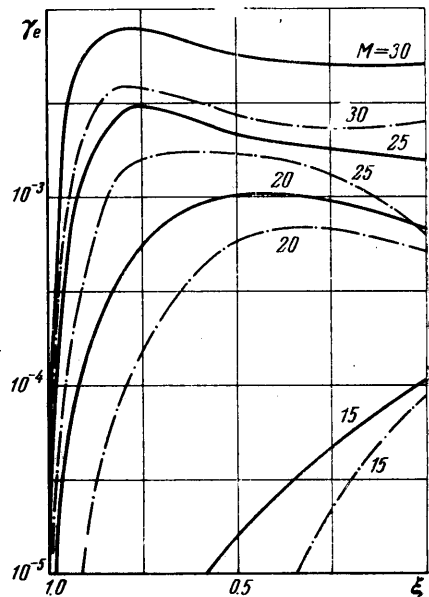
ми сочетаниями давления набегающего потока и линейного размера:

- (а) $p_{\infty} = 10^{-4}$ атм, $R_0 = 1500$ см
 (б) $p_{\infty} = 10^{-3}$ атм, $R_0 = 150$ см ($M_{\infty} = 15$, $T_{\infty} = 250^{\circ}$ К)
 (с) $p_{\infty} = 10^{-2}$ атм, $R_0 = 15$ см

На фиг 3 представлено распределение плотности ρ/ρ_{∞} в ударном слое перед сферой (сплошные линии — плотность вдоль осевого луча, пунктирные — вдоль пятого расчетного луча $\theta = 0.75$) для $p_{\infty} = 10^{-3}$ атм. Здесь же нанесены кривые плот-



Фиг. 3



Фиг. 4

ности вдоль оси для случая (а) и (с). Естественно, что подобие сильнее нарушается при большем давлении p_{∞} , как следствие возрастающей роли тройных соударений частиц в потоке.

На фиг. 4 приводится распределение концентрации электронов в ударном слое перед сегментальным телом для разных чисел M_{∞} и одного давления $p_{\infty} = 10^{-5}$ атм. Сплошные линии — распределение вдоль оси, пунктирные — вдоль $\theta = 1.14$. Надо отметить, что электронная концентрация имеет слабо выраженный максимум в ударном слое, превышающий равновесное значение в критической точке.

В заключение автор выражает свою признательность Г. Ф. Теленину за постоянное внимание и помощь в работе.

Поступило 16 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Галюн Н. С., Крайко А. Н. К расчету неравновесных течений. Изв. АН СССР, Механика, 1964, № 6.
2. Стулов В. П., Теленин Г. Ф. Неравновесное обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 1.
3. Стулов В. П., Турчак Л. И. О сверхзвуковом обтекании затупленных тел при наличии быстрых неравновесных процессов. Изв. АН СССР, Механика, 1967, № 5.
4. Северинов Л. И. О применении искусственной вязкости при численном решении обратной задачи газовой динамики. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1965, № 3.
5. Белоцерковский О. М., Душин В. К. Сверхзвуковое обтекание затупленных тел неравновесным потоком газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1964, № 1.
6. Стулов В. П., Шкадова В. П. Об одномерном неравновесном течении воздуха. Изв. АН СССР, Механика, 1968, № 2.
7. Рей К. Химическая кинетика воздуха при высокой температуре. Сб. «Исследования гиперзвуковых течений». М., «Мир», 1964.