

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАСТИНЫ ПОД УГЛОМ АТАКИ В ВЯЗКОМ ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В. С. ГАЛКИН, А. В. ЖБАКОВА, В. С. НИКОЛАЕВ

(Москва)

Решается задача обтекания плоской пластины, расположенной под нулевым или малым углом атаки α , вязким гиперзвуковым потоком термодинамически совершенного газа с учетом взаимодействия ламинарного пограничного слоя с невязким потоком.

Такая задача рассматривалась в работах [1, 2], где были рассчитаны соответственно местные и суммарные аэродинамические характеристики пластины в предположении безотрывности обтекания ее верхней стороны. При этом использовался ряд упрощающих предположений, в частности, скачок уплотнения предполагался сильным (т. е. пренебрегалось противодействием в скачке); это позволило получить решение задачи при $\alpha > 0$ только для режима гиперзвуковой стабилизации, а при $\alpha \leq 0$ только для режима сильного взаимодействия [3]. В работе [4] был предложен более точный метод расчета, позволяющий получить решение для случая произвольной интенсивности скачка уплотнения, в котором используется метод локальной автомодельности для расчета пограничного слоя [3] и метод касательных клиньев для расчета давления на границе эффективного тела (внешней границе пограничного слоя) в условиях, когда угол наклона эффективного тела $\varphi \geq 0$.

В рамках применимости метода касательных клиньев метод [4] дает точные решения для продольных режимов сильного взаимодействия нулевого порядка и классического пограничного слоя.

В то же время он достаточно прост и сводит задачу к решению системы алгебраических уравнений.

В работе [4] указанным методом рассчитан случай $\alpha = 0$. Сравнение результатов этих расчетов с экспериментальными данными и результатами расчетов по более точным теориям показало, что рассматриваемый метод обеспечивает хорошую точность во всей области взаимодействия от слабого до сильного.

В данной работе рассмотрена задача обтекания обеих сторон пластины под углом атаки α . При расчете обтекания нижней стороны пластины и той части верхней ее стороны, где $\varphi \geq 0$, использован метод работы [4], а при расчете давления на оставшейся части верхней стороны пластины, где $\varphi < 0$, вместо метода касательных клиньев использовалась формула течения расширения Прандтля-Мейера¹.

Расчеты проводились в широком диапазоне изменения параметров набегающего потока при различных значениях температурного фактора $g_w = T_w/T_0$, где T_w , T_0 — значения температуры пластины и торможения набегающего потока соответственно, и при различных законах зависимости коэффициента вязкости μ от температуры T .

Приведем краткое описание расчета. При использовании метода локальной автомодельности предполагается известным соответствующий набор автомодельных решений уравнений пограничного слоя. Нами был проведен расчет автомодельных решений уравнений пограничного слоя, записанных в переменных Дороницына в форме Лиза [3, 4], в широком диапазоне изменения параметра Фолкнера — Скэн β . На нижней стороне пластины этот параметр изменяется от $\beta = 0$ (взаимодействия нет) до $\beta = (\kappa - 1) / \kappa$ (сильное взаимодействие нулевого порядка). Здесь κ — отношение удельных теплоемкостей. На верхней стороне пластины значения β могут значительно превышать величину $(\kappa - 1) / \kappa$.

Вычисление давления p на поверхности эффективного тела проводится при помощи приближенных теорий, согласно которым p зависит лишь от местного угла наклона поверхности эффективного тела к набегающему потоку φ . На нижней стороне

$$\varphi = d\delta / dx + \alpha \geq 0$$

где δ — толщина вытеснения пограничного слоя, x — координата вдоль пластины, давление на ней рассчитывается по методу касательных клиньев [4]

$$p^* = \frac{p}{p_\infty} = 1 + \frac{\kappa(\kappa + 1)}{4} K \left[K + \left(K^2 + \frac{16}{(\kappa + 1)^2} \right)^{1/2} \right] \quad (1)$$

$$(K = M_\infty \varphi \geq 0)$$

¹ Как и в работах [1, 2], предполагается безотрывность обтекания верхней стороны, что оправдывается известным фактом затягивания отрыва при уменьшении числа Рейнольдса и подтверждается экспериментом (например, [1]).

На верхней стороне $\varphi = d\delta/dx - \alpha$, в окрестности ее передней кромки имеет место сильное взаимодействие, далее вниз по потоку φ уменьшается и становится

g_w	p_0	c_{f_0}	c_{h_0}	c_{f_1}	c_{h_1}	δ_1
-------	-------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------

$m = 1$

g_{eq}	0.470	0.501	—	0.664	—	0.441
0.4	0.296	0.343	0.121	0.664	0.304	0.270
0.15	0.189	0.247	0.107	0.664	0.337	0.172

$m = 0.67$

g_{eq}	0.500	0.565	—	0.742	—	0.463
0.4	0.351	0.451	0.158	0.798	0.356	0.318
0.15	0.247	0.371	0.160	0.856	0.431	0.223
0.05	0.200	0.335	0.154	0.894	0.462	0.181
0.02	0.185	0.323	0.152	0.909	0.474	0.168

g_w	$p^{(0)}$	$c_f^{(0)}$	$c_h^{(0)}$	$c_f^{(1)}$	$c_h^{(1)}$	$s^{(1)}$
-------	-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	-----------

$m = 1$

g_{eq}	1.356	0.720	—	0.561	—	1.254
0.4	1.311	0.610	0.215	0.561	0.256	1.196
0.15	1.225	0.532	0.230	0.561	0.285	1.120

$m = 0.67$

g_{eq}	1.335	0.710	—	0.572	—	1.221
0.4	1.317	0.625	0.219	0.572	0.255	1.191
0.15	1.269	0.562	0.243	0.573	0.288	1.144
0.05	1.220	0.532	0.245	0.575	0.298	1.102
0.02	1.197	0.521	0.245	0.577	0.301	1.082

отрицательным. При $\varphi \geq 0$ давление рассчитывается по формуле (1), при $\varphi < 0$ будем использовать соотношение Прандтля — Мейера

$$p^* = [1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)K]^{2\kappa/(\kappa - 1)} \quad (K = M_\infty \varphi < 0) \quad (2)$$

Как и в работе [4], при сведении уравнений пограничного слоя к автомодельным предполагается, что $p \sim x^n$, где показатель n различен для различных поперечных сечений и связан с параметром Фолкнера — Скэн формулой

$$\beta = -\frac{(\kappa - 1)n}{\kappa(n + 1)} \quad (3)$$

В итоге местные аэродинамические характеристики можно рассчитывать независимо в каждом поперечном сечении при помощи системы алгебраических уравнений, в которой p^* предполагается выраженным через

$$K = M_\infty d\delta/dx \pm K_0 \quad (K_0 = M_\infty \alpha)$$

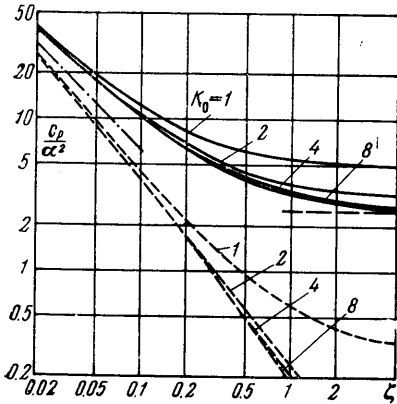
при помощи (1) или (2)

$$M_\infty \frac{d\delta}{dx} = \frac{A(n)\chi}{\sqrt{p^*}}, \quad n = -\frac{d \ln p^*}{dK} M_\infty \frac{d\delta}{dx} \left[2 + \frac{d \ln p^*}{dK} M_\infty \frac{d\delta}{dx} \right]^{-1} \quad (4)$$

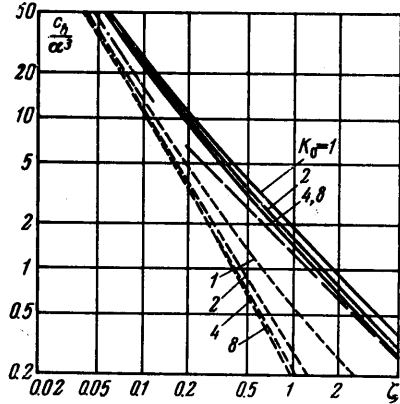
$$c_f \equiv \frac{2}{\rho_\infty u_\infty^2} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = \frac{\chi C(n)}{\sqrt{p^*} M_\infty^3}, \quad \chi = \left(\frac{\mu_w T_\infty}{\mu_\infty T_w} \right)^{1/2} \frac{M_\infty^3}{R_\infty^{1/2}} \quad (5)$$

$$c_h \equiv \frac{(\lambda \partial T / \partial y)_w}{\rho_\infty u_\infty H_\infty (1 - g_w)} = \sqrt{p^*} \frac{\chi D(n)}{M_\infty^3}, \quad R_\infty = \frac{\rho_\infty u_\infty x}{\mu_\infty}$$

Здесь c_f, c_h — местные коэффициенты трения и теплопередачи; $\rho_\infty, u_\infty, M_\infty, H_\infty$ — плотность, скорость, число Маха, полная энтальпия набегающего потока соответственно; λ — коэффициент теплопроводности. Величины A, C, D являются функциями изменяющегося вдоль пластины показателя n (для параметра β , согласно (3)). Вычисляются они, как и соответствующие коэффициенты в работе [4], при помощи автомодельных решений уравнений пограничного слоя. Эти величины зависят, как от параметров, от числа Прандтля P, κ, g_w и параметров в законе $\mu(T)$



Фиг. 1



Фиг. 2

(например, от показателя m в степенном законе $\mu \sim T^m$). Для использования на ЭВМ зависимости A, C, D от n находились путем аналитической аппроксимации соответствующих точечных зависимостей.

Задавая χ и K_0 , из системы (4) методом последовательных приближений определяем $M_\infty d\delta/dx$ и n , а затем по формулам (5) c_f, c_h и по формуле (1) (или (2)) p .

Суммарные аэродинамические характеристики находились путем численного интегрирования местных аэродинамических характеристик — быстро меняющихся (на несколько порядков) функций. Для интегрирования таких функций был использован модифицированный метод трапеций, основанный на локально-степенной интерполяции подынтегральных функций, что позволило значительно сократить время счета на ЭВМ. Максимальная ошибка при расчетах суммарных аэродинамических характеристик не превышает 1%.

Отметим, что при вычислении коэффициента подъемной силы c_y вклад касательной силы не учитывался, так как в рамках применимости теории пограничного слоя этот вклад пренебрежимо мал. Действительно, отношение касательной силы c_t к нормальной по порядку величины равно

$$a c_f / c_p \sim a \delta / l \ll 1, \quad c_p = 2p / \rho_\infty u_\infty^2$$

Здесь l — длина пластины, c_p — коэффициент давления. Таким образом, подъемная сила равна разности нормальных сил на нижней и верхней сторонах пластины.

Некоторые результаты расчетов, полученных при $\kappa = 1.4$ для значений числа Прандтля $P = 0.7$, представлены в таблице и на фиг. 1—5. В таблице приведены численные значения коэффициентов формул для местных аэродинамических характеристик на режимах сильного взаимодействия нулевого порядка

$$p^* = p_0 \chi_0, \quad M_\infty^3 c_f = c_{f0} \chi_0^{3/2}, \quad M_\infty^3 c_h = c_{h0} \chi_0^{3/2} \quad (6)$$

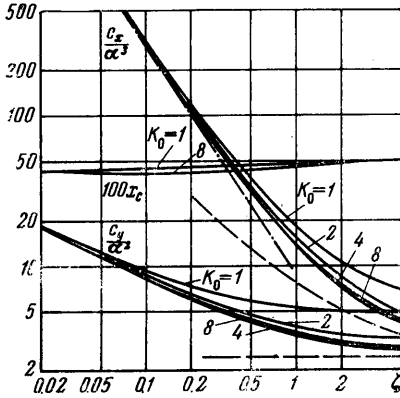
$$\chi_0 = M_\infty^3 \sqrt{C_0 / R_\infty}, \quad C_0 = \mu_0 T_\infty / \mu_0 T_0, \quad \mu_0 = \mu(T_0)$$

и классического пограничного слоя

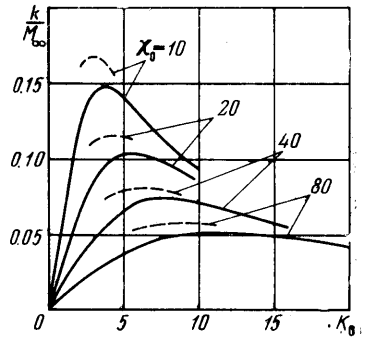
$$M_\infty \delta / x = \delta_1 p^{*-1/2} \chi_0, \quad M_\infty^3 c_f = c_{f1} \sqrt{p^*} \chi_0, \quad M_\infty^3 c_h = c_{h1} \sqrt{p^*} \chi_0 \quad (7)$$

Здесь p^* дается формулой (1) при $K = K_0$, выражения для коэффициентов p_0, c_{f0} и т. д. легко получить из соответствующих формул работы [3]. Кроме того, в этой таблице приведены значения коэффициентов $p^{(0)}, c_f^{(0)}$ и т. д., определения которых даны ниже (формулы (10), (11)). Для теплоизолированной стенки «нормальная» производная $g_w' = 0, g_w = g_{eq}$, параметр m — показатель степени в законе $\mu \sim T^m$.

На фиг. 1—4 приведены результаты расчетов местных и суммарных (с учетом обеих сторон пластины) аэродинамических характеристик при $m = 0.67$, $g_w = 0.05$: местных коэффициентов давления c_p и теплопередачи c_h , суммарных коэффициентов сопротивления c_x и подъем-



Фиг. 3

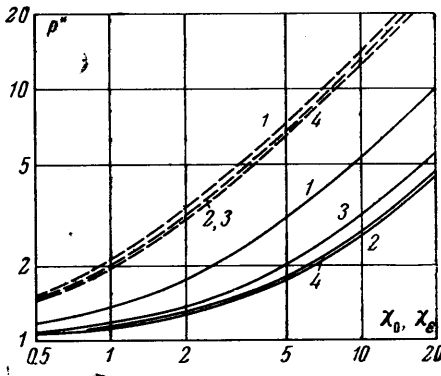


Фиг. 4

ной силы c_y , отнесенных к длине пластины, центра давления x_c и аэродинамического качества $k = c_y/c_x$. На фиг. 1, 2 сплошные кривые соответствуют нижней стороне пластины, пунктирные — верхней стороне. Для сравнения на фиг. 1—4 показаны результаты расчетов без учета взаимодействия (длинные штриховые линии на фиг. 1—3 соответствуют нижней стороне при $K_0 = 8$) и при помощи теории сильного взаимодействия нулевого порядка (штрих-пунктирные линии), полученные соответственно при помощи формул (7), (6). Это сравнение показывает пределы применимости указанных теорий и иллюстрирует степень влияния взаимодействия.

Результаты расчетов представлены в виде критериальных зависимостей соответствующих безразмерных величин от критериев подобия

$$\zeta = \alpha^2 R_0^{1/2} \sim K_0^2 / \chi_0, \quad K_0 = M_\infty \alpha \quad (R_0 = \rho_\infty u_\infty x / \mu_0) \quad (8)$$



Фиг. 5

Вместо (8) на фиг. 4 использованы критерии χ_0 , K_0 .

При $\alpha = 0$ определяющим является критерий χ_0 (ср. формулы (6), (7)), при $\alpha \neq 0$ и больших K_0 обтекание определяется критерием ζ и не зависит от K_0 (режим гиперзвуковой стабилизации). С уменьшением ζ уменьшается и то значение K_0 , при котором практически имеет место гиперзвуковая стабилизация (фиг. 1—3).

Взаимодействие пограничного слоя с невязким потоком приводит к значительному изменению аэродинамических характеристик. Это влияние увеличивается с уменьшением ζ . При $\zeta \rightarrow 0$ и на верхней, и на нижней сторонах пластины реализуется режим сильного взаимодействия нулевого порядка, когда течение определяется только числом Рейнольдса R_0 . В последнем легко убедиться при помощи

формул (6), если в них выразить χ_0 через R_0 . Тогда будем иметь

$$c_p \sim R_0^{-1/2}, \quad c_f \sim R_0^{-3/4}, \quad c_h \sim R_0^{-3/4}$$

коэффициенты пропорциональности зависят от g_w , m .

Необходимо подчеркнуть общий для вязких гиперзвуковых течений факт резкого увеличения аэродинамических коэффициентов в «затененных» областях течения. При больших ζ вклад верхней (затененной) стороны пластины в суммарные аэродинамические характеристики ничтожен. На режимах умеренного и сильного взаимодействия он становится существенным. Так, при $\zeta = 0.1$ давление на верхней стороне равно половине давления на нижней стороне, поэтому суммарная подъемная сила уменьшается вдвое.

В то же время на режимах обтекания, на которых реализуется максимальное аэродинамическое качество k_{\max} ($\zeta \approx 3-4$), вклад верхней стороны в суммарные аэродинамические коэффициенты существенно меньше ($\leq 10\%$).

Значительным будет влияние верхней стороны на положение суммарного центра давления x_c (здесь x_c отнесена к длине пластины). Точка приложения равнодействующей нормальных сил (центр давления) на нижней стороне пластины изменяется от $1/2$ (взаимодействие отсутствует) до $1/3$ (сильное взаимодействие нулевого порядка). Однако x_c меняется значительно меньше, от $1/2$ до $3/7$ соответственно.

Взаимодействие особенно сильно влияет на c_p , c_y , слабее — на c_h . С ростом χ_0 (уменьшением числа Рейнольдса) резко уменьшается величина k_{\max} (фиг. 4), реализуется же k_{\max} при все больших значениях K_0 (угла атаки).

Как показали расчеты, влияние температурного фактора g_w и закона $\mu(T)$ (величины показателя m) на аэродинамические характеристики весьма велико, особенно на толщину пограничного слоя, а следовательно, на давление и подъемную силу. Это показывают данные, приведенные в таблице и на фиг. 5. На этой фигуре сплошными кривыми представлены зависимости p^* от χ_0 для пластины под нулевым углом атаки; при этом кривым 1—4 соответствуют следующие пары значений (g_w, m): 1 ($g_{eq}, 1$), 2 (0.15, 1), 3 (0.15, 0.67), 4 (0.05, 0.67).

Влияние g_w на c_f различно при отсутствии взаимодействия (c_f уменьшается с увеличением g_w) и в области сильного взаимодействия (c_f увеличивается). Аэродинамическое качество k и x_c весьма слабо зависят от g_w .

В заключение остановимся на вопросе о применимости (и точности) приближенного закона подобия, установленного в работе [1] при ряде упрощающих предположений, основные из которых

$$K^2 \gg 1, \quad \varepsilon = (\kappa - 1) / (\kappa + 1) \ll 1, \quad g_w \approx 0 \quad (9)$$

В координатах закона подобия [1] формулы (6) переписываются в виде

$$p^* = p^{(0)}\chi_e, \quad BM_\infty^3 c_f = c_f^{(0)} \chi_e^{3/2}, \quad BM_\infty^3 c_h = c_h^{(0)} \chi_e^{3/2} \quad (10)$$

$$B = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\kappa}} (0.664 + 1.73g_w), \quad \chi_e = \sqrt{\kappa} B \left[\frac{\mu(T_*)T_0}{\mu_0 T_*} \right]^{1/2} \chi_0, \quad 6 \frac{T_*}{T_0} = 1 + 3g_w$$

Здесь коэффициенты $p^{(0)}$, $c_f^{(0)}$, $c_h^{(0)}$ очевидным образом получаются из коэффициентов формул (6), критерием подобия вместо χ_0 является χ_e . При $\alpha \neq 0$ вместо $\zeta \sim K_0^2 / \chi_0$ критерием подобия является K_0^2 / χ_e . Ввиду наличия множителя B перед c_f в законе подобия [1] (см. (10)) критериальная зависимость c_x / α^3 от ζ заменяется здесь зависимостью Bc_x / α^3 от K_0^2 / χ_e .

Условия (9) весьма жесткие и, строго говоря, не удовлетворяются в рассматриваемых здесь случаях. Обрабатываем формально в критериях подобия [1] расчетные данные для всей области взаимодействия, а не только в области справедливости условия $K^2 \gg 1$. При отсутствии взаимодействия вместо (7) имеем

$$M_\infty \delta / x = \delta^{(1)} p^{*-1/2} \chi_e, \quad BM_\infty^3 c_f = c_f^{(1)} \sqrt{p^*} \chi_e, \quad BM_\infty^3 c_h = c_h^{(1)} \sqrt{p^*} \chi_e. \quad (11)$$

Результаты расчетов коэффициентов формул (10), (11) представлены в таблице. На фиг. 5 пунктирными кривыми приведены зависимости $p^*(\chi_e)$ для случая $\alpha = 0$ при различных g_w, m (нумерация кривых та же, что и сплошных).

Обработка данных в координатах подобия Ченга позволяет существенно сблизить численные значения аэродинамических коэффициентов при различных g_w ($m = \text{const}$) и особенно при различных m ($g_w = \text{const}$). Важно отметить, что закон подобия [1] хорошо «работает» и в случае верхней стороны пластины: характер «сближения» кривых при различных фиксированных K_0 такой же, что и на фиг. 5.

Поступило 1 VI 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Cheng H. K., Hall J. G., Golian T. C., Hertzberg A. Boundary — layer displacement and leading — edge bluntness effects in high — temperature hypersonic flow. J. Aerospace Sci., 1961, vol. 28, No. 5, pp. 353—381.
2. Miles H., Lewellen W. S. Hypersonic viscous interaction theory for wedge wings. Y. Spacecraft and Rockets, 1967, vol. 4, No. 4, pp. 492—497.
3. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
4. Dewey C. F. Use of local similarity concepts in hypersonic viscous interaction problems. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 1.