

симметрично и на расстоянии 80% хорды видно сгущение линий $p = \text{const}$. Это и есть место локализации скачка уплотнения, который показан жирной линией.

На фиг. 3 приведено распределение чисел Маха по 6%-ному профилю для различных значений M_∞ . Там же нанесены результаты эксперимента, взятые из работы [5] и полученные для течения с турбулентным пограничным слоем. Существенное различие результатов расчета и эксперимента в области, начинающейся несколько выше по потоку от скачка уплотнения и простирающейся до конца профиля, объясняется, вероятно, различным характером диссипативных факторов в применяемой схеме расчета уравнений Эйлера и в реальном вязком газе.

Имеющийся на профиле пограничный слой взаимодействует со скачком уплотнения и формирует соответствующее распределение параметров газа, которое невозможно получить в предположении идеальной жидкости. Качественно похожий эффект наблюдается при сравнении результатов эксперимента при ламинарном и турбулентном пограничных слоях. На фиг. 4 приведены взятые из работы [5] кривые распределения числа M по 12%-ному профилю, составленному из дуг окружности. Штрихом показан случай ламинарного слоя. Сравнение результатов, изображенных на фиг. 3 и 4, показывает, что взаимодействие скачка с турбулентным погранслоем более близко к течению невязкой жидкости, хотя и отличается от него весьма сильно.

В заключение автор благодарит В. В. Русанова и О. С. Рыжова за обсуждение результатов.

Поступило 10 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Spreiter J. R. Aerodynamics of wings and bodies at transonic speeds. J. Aero/Space Sci., 1959, vol. 26, No. 8.
2. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. И., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. 1964, М., «Наука».
3. Годунов С. К. Разностный метод расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47, № 3.
4. Рябенский В. С. Необходимые и достаточные условия хорошей обусловленности краевых задач для систем обыкновенных разностных уравнений. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, № 2.
5. Michel R., Marchand F., de Gallo J. Etude des écoulements transsoniques autour des profils lenticulaires, a incidence nulle. ONERA Publ, 1953, No. 5.

О РАСЧЕТЕ ОБТЕКАНИЯ ПЛОСКИХ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ С ЛОМОНОЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ

Н. А. МАХИН, В. Ф. СЯГАЕВ

(Москва)

Численно, методом характеристик, решается задача об обтекании сверхзвуковым потоком плоских и осесимметричных тел с ломаной образующей. Расчетным путем определяются форма и положение «внутренних» ударных волн и тангенциальных разрывов. Полученная в результате расчетов общая картина обтекания тел сравнивается с экспериментальными данными.

1. Для расчета обтекания плоских и осесимметричных тел с ломаной образующей используется метод характеристик [1], стандартная методика которого дополняется методикой расчета внутренних ударных волн и тангенциальных разрывов, возникающих в возмущенной области течения.

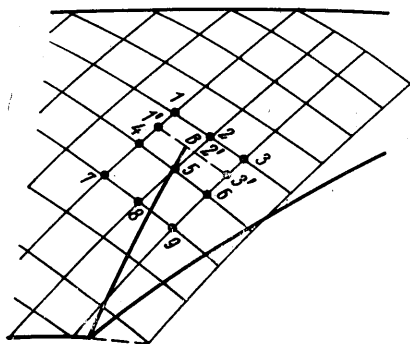
Рассмотрим кратко построение внутренней ударной волны. Полагая в окрестности точки излома течение плоским, начальный наклон ударной волны получим из решения кубического уравнения ударной поляры при числе M на контуре, соответствующем точке излома. Начальные параметры потока в точках характеристики второго семейства за ударной волной получаются при этом по формулам перехода через скачок уплотнения [1] с учетом того, что тангенс угла наклона вектора скорости набегающего потока $\zeta \neq 0$. При этом

$$S = S_0 + \ln \left[\frac{4\kappa}{(\kappa + 1)^2} \frac{w_0^2}{1 - \kappa w_0^2} \frac{\tau^2}{1 + \tau^2} - \kappa \right] + \kappa \ln \frac{\tau^2 + 1 - \kappa w_0^2}{w_0^2 \tau^2}$$

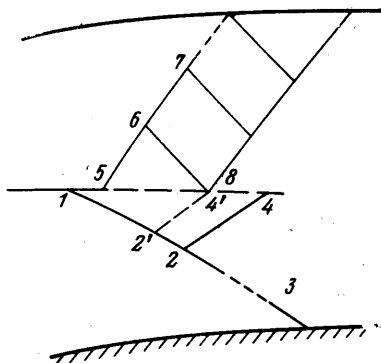
$$\tau' = (\tau - \zeta_0) / (1 + \tau \zeta_0)$$

Здесь приняты обозначения из [1]. Индекс 0 в данном случае соответствует возмущенному набегающему потоку.

Дальнейшее построение формы и положения внутренней ударной волны представляет определенную сложность из-за необходимости продвижения вдоль ударной волны с шагом значительно меньшим, чем шаг в возмущенном набегающем



Фиг. 1



Фиг. 2

потоке. Это связано с тем, что возникающая в данном случае ударная волна в отличие от так называемых «висячих» ударных волн сразу (у «ножня») оказывается обычно достаточно сильной, и притом существенно нелинейной, что требует возможно более точного ее построения.

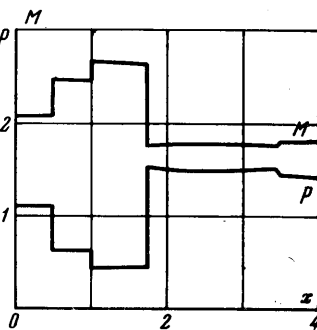
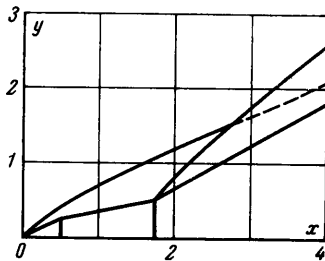
Построение ударной волны в данных расчетах производится следующим образом.

Параметры набегающего возмущенного потока в предполагаемой точке ударной волны B (фиг. 1) определяются квадратичной интерполяцией соответственно по точкам $1, 4, 7; 2, 5, 8; 3, 6, 9$. Точка B ударной волны определяется в процессе итераций путем варьирования наклона ударной волны на рассматриваемом участке. Далее в области за ударной волной счет производится по обычной методике из [1] вдоль характеристик второго семейства.

На некотором удалении от излома тела внутренняя ударная волна пересекается с головной ударной волной, имеет место взаимодействие ударных волн. Анализ показывает [2], что в результате взаимодействия ударных волн за точкой взаимодействия может реализоваться два типа течения: течение с образованием двух ударных волн (результатирующей и отраженной) и течение с образованием результирующей ударной волны и отраженной волны разрежения. И в том и в другом случае образуется поверхность тангенциального разрыва.

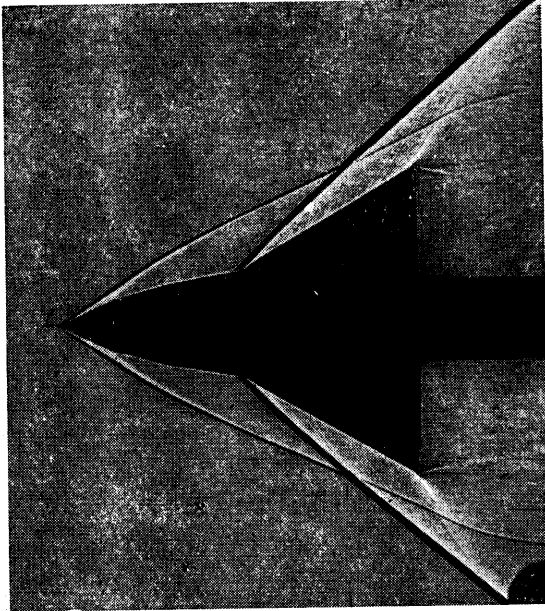
Опыт показал, что при расчете обтекания плоских и осесимметричных тел реализуется в основном второй тип течения за точкой взаимодействия ударных волн.

Начальные наклоны результирующей ударной волны и тангенциального разрыва получаются из совместного решения уравнений, описывающих течение сжатия за результирующей ударной волной и течение расширения за отраженной волной разрежения. Далее в окрестности точки взаимодействия выстраивалась начальная характеристика первого семейства от тангенциального разрыва до результирующей ударной волны. Таким образом, дальнейший расчет производился по характеристике первого семейства от тангенциального разрыва до ударной волны и по характеристикам второго семейства от тангенциального разрыва до тела.



Фиг. 3

Рассмотрим вкратце методику построения поверхности (линии) тангенциального разрыва. На линии тангенциального разрыва $p_1 = p_2$, $\zeta_1 = \zeta_2$, $\psi_1 = \psi_2$ (индекс 1 относится к потоку со стороны результирующей ударной волны, индекс 2 — к потоку со стороны тела). Значения $\psi_1 = \psi_2$, S_1 , S_2 постоянны вдоль линии тангенциального разрыва и определяются их значениями в точке взаимодействия ударных волн. Пусть просчитана некоторая характеристика первого семейства с точками 5, 6, 7 и характеристика второго семейства с точками 1, 2, 3 (фиг. 2).



Фиг. 4

Выпуская из точки 6 характеристику второго семейства, определим параметры потока в точке 8 на тангенциальном разрыве со стороны ударной волны. При этом линия тангенциального разрыва на участке 5—8 задается уравнением прямой с начальным наклоном, равным наклону в последней рассчитанной точке 5. При помощи квадратичной интерполяции на характеристике второго семейства отыскивается такая точка 2', характеристика первого семейства из которой попадет в точку 4' с координатами, равными координатам точки 8. Далее в процессе итераций при варьировании наклона линии тангенциального разрыва с требуемой точностью удовлетворяется условие равенства давления с обеих сторон линии тангенциального разрыва. Затем от точки 8 рассчитывается характеристика первого семейства до ударной волны.

В случае, если точка 8 оказывается правее точки 4, аналогичные расчеты проводятся с использованием точек 5, 6, 7 характеристики первого семей-

ства и затем просчитывается от тангенциального разрыва до тела характеристика второго семейства.

Таким образом, данная методика позволяет рассчитать все поле течения и за точкой взаимодействия ударных волн в отличие от методики, изложенной в [3], где приведен расчет поля течения до точки взаимодействия ударных волн и где для нахождения внутреннего скачка используется свойство коничности возмущенного потока.

2. По изложенной методике были проведены расчеты обтекания ряда конкретных тел.

В качестве примера на фиг. 3 приведены результаты расчетов при $M = 3$ ступенчатого осесимметричного тела, состоящего из головного ($\theta_0 = 25^\circ$) и трех усеченных конусов ($\theta_1 = 15^\circ$, $\theta_2 = 10^\circ$, $\theta_3 = 30^\circ$) с приведенным удлинением $\lambda_0 = 0,5$, $\lambda_1 = 0,5$, $\lambda_2 = 0,75$ соответственно; $\lambda_3 \rightarrow \infty$. (В качестве характерного размера при вычислении приведенного удлинения для всех конусов принимался диаметр тела на последнем изломе, равный единице).

Полученное расчетное положение ударных волн и тангенциального разрыва хорошо согласуется с данными эксперимента (фиг. 4).

На фиг. 3 представлены изменения местного числа M и относительного давления $p^0 = p / (\rho_\infty a_\infty^2)^{-1}$ вдоль образующей тела. Заметное изменение числа M и относительного давления p^0 при $x = 3,5$ является результатом влияния веера разрежения, возникающего в области взаимодействия ударных волн.

Поступило 29 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Кацкова О. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д., Шулишина Н. П. Опыт расчета плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений методом характеристик. М., ВЦ АН СССР, 1961.
2. Росляков Г. С., Взаимодействие плоских скачков одного направления. Сб. работ ВЦ МГУ, 1965, вып. 4.
3. Росляков Г. С., Дроздова Н. В. Численный расчет обтекания ступенчатого конуса. Сб. работ ВЦ МГУ, 1963, вып. 11.